COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. J. JAMIN,
Ancien Élève de l'École Normale, Professeur de Physique à l'École Polytechnique

---

TOME TROISIÈME. — (DEUXIÈME FASCICULE.)

OPTIQUE.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1866

PHÉNOMÈNES LUMINEUX.

SOIXANTE-SEIZIÈME LEÇON.

DES INSTRUMENTS GÉNÉRAUX DE L'OPTIQUE.

Observations générales. — Porte-lumière. — Héliostat. Conditions théoriques. M. Foucault. M. Silbermann. — Régulateur électrique. — Lumière Drummond. — Banc d'optique. — Cercles divisés.

Comme toutes les branches de la Physique, l'Optique nous offre deux points de vue différents. Il faut d'abord découvrir et enchaîner par une théorie les lois des phénomènes lumineux : c'est le côté spéculatif; il faut, en second lieu, s'occuper des problèmes qui en découlent, des applications qu'on en a faites et des instruments qui, à un titre quelconque, se rattachent à la lumière. Ce deuxième aspect tout pratique, qui s'adresse à nos besoins plus qu'à notre esprit, doit suivre l'exposé des principes.

Cependant l'usage veut que l'on mêle ces deux genres d'études et qu'après avoir exposé chaque propriété de la lumière on épuise la liste de ses conséquences. C'est ainsi qu'on fait succéder à l'énoncé des lois de la réflexion et de la réfraction l'étude plus utile qu'attrayante des miroirs, des lentilles, des lunettes, de l'achromatisme, etc. Cette marche est peut-être obligatoire dans les Traités élémentaires, parce que les appareils fondés sur la réfraction interviennent dans la démonstration des phénomènes ultérieurs ; elle est néanmoins regrettable, en ce que les lois tiennent la moindre place et que leur enchaînement disparaît dans le détail des applications.

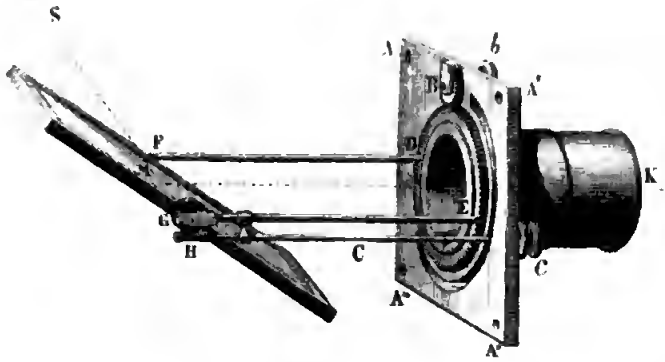
Cet Ouvrage ne s'adressant pas aux commençants et s'attachant particulièrement à la Physique théorique, j'ai cru pouvoir renoncer aux errements consacrés et séparer absolument les deux points de vue. Dans une première partie, j'exposerai l'optique spéculative; les applications auront leur place dans un deuxième livre entièrement distinct. Il en résultera, je le reconnais, l'inconvénient certain d'employer dans la première partie des organes qui ne seront décrits que dans la seconde; mais, en revanche, le lecteur y trouvera l'avantage de suivre sans interruption et dans leur ordre de subordination méthodique les faits et les hypothèses qui constituent le magnifique ensemble de l'optique philosophique. Au surplus, rien n'empêchera les personnes qui le voudront de lire le second livre avant le premier et de rentrer ainsi dans les usages habituels.

Néanmoins, pour ne pas exagérer les inconvénients de la marche que j'adopte, je vais commencer par faire connaître les conditions où il faut habituellement se placer pour exécuter les expériences de l'optique, et décrire un petit nombre d'instruments généraux qui se retrouvent dans chaque cas particulier.

PORTE-LUMIÈRE. — Avant tout, ces expériences exigent un laboratoire particulier nommé *chambre obscure*, entièrement peint au noir mat et dont on puisse hermétiquement fermer les fenêtres et les portes par des volets noirs, soigneusement garnis de bourrelets. Dans cette chambre, exactement soustraite à la lumière extérieure, il faut pouvoir introduire à volonté, par un petit trou, un faisceau solaire horizontal. A cet effet, on perce dans l'un des volets exposé vers le midi une ouverture ronde; on applique sur ses bords, au moyen de quatre vis, une plaque de cuivre verticale AA'A''A''' (*fig.* 666). Celle-ci soutient à l'extérieur du volet un miroir M qui reçoit les rayons solaires SM et qui les réfléchit à l'intérieur en MK à travers un tube de cuivre. Mais, comme le faisceau réfléchi doit être fixe et que le soleil se meut, il faut que l'on puisse, sans ouvrir le volet, déplacer continûment le miroir. Or, il est porté par deux tiges FD et EH fixées sur un anneau DE qui est appliqué contre la plaque AA'', dont le contour extérieur est denté, et qui engrène avec le pignon B. Par le bou-

ton intérieur *b*, on peut donc faire tourner le pignon B, l'anneau DE et par suite le plan de réflexion SMK, jusqu'à ce

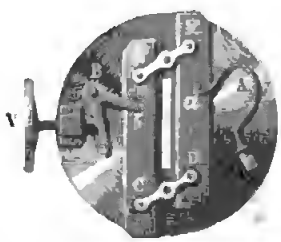
Fig. 666.



qu'il passe par le soleil S. En second lieu, le miroir est mobile autour d'un axe transversal FG terminé par un pignon G; et une vis sans fin H, raccordée à un deuxième bouton *c*, permet de faire varier l'inclinaison du miroir jusqu'à ce que le faisceau réfléchi MK se dirige suivant l'axe horizontal du tube K.

Il est souvent nécessaire que ce faisceau soit limité en passant à travers une fente mince. Celle-ci (*fig.* 667) est placée sur un bouchon métallique qui ferme l'ouverture du porte-lumière. Elle est formée par les bords EC et DF d'un parallélogramme dont les deux autres côtés CD et EF sont mobiles autour de leurs milieux. Un ressort A*a* qui tend à relever FD et à baisser CE fait fermer la fente; une vis V en appuyant sur un levier B*b* relève EC, et par conséquent écarte ou rapproche à volonté les deux lèvres.

Fig. 667.

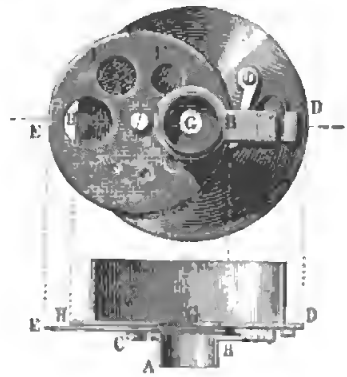


Si l'on veut que le faisceau émerge d'une ouverture circulaire, on emploie un autre bouchon représenté *fig.* 668 et 668 *bis*; le couvercle HD est percé d'un trou central G et prolongé par un tube court AB. Mais ce tube n'est fixé au couvercle HD que par une bride B, et il laisse entre lui et HD un intervalle de quelques millimètres. Dans cet intervalle, tourne autour de son centre C un disque EF'F'', que l'on voit

de face *fig.* 668 *bis.* Il est percé d'ouvertures F, F′, F″,...., rangées par ordre de grandeur et qu'on peut amener l'une

Fig. 668 *bis.*

Fig. 668.



après l'autre en regard du trou central G qu'elles réduisent à leur propre dimension.

HÉLIOSTAT. — Quand on emploie le porte-lumière que nous venons de décrire, il faut à chaque moment faire mouvoir les boutons directeurs du miroir pour ramener à une direction fixe le rayon réfléchi que le mouvement du soleil déplace continuellement. Cet inconvénient a suggéré à Fahrenheit l'idée de l'*héliostat*, appareil dans lequel une horloge déplace continûment le miroir, suivant des conditions calculées pour que le rayon réfléchi reste immobile. Cherchons d'abord la solution géométrique de ce problème.

CONDITIONS THÉORIQUES. — Soit NON′ l'axe du monde (*fig.* 669, *Pl. IV*). Pendant vingt-quatre heures le centre du soleil décrit un cercle SS′S″; les rayons qu'il envoie en O parcourent un cône dont l'axe est ON et dont l'angle SON ou COD est égal au complément de la déclinaison du soleil. Cette déclinaison est donnée par les Tables astronomiques pour tous les jours de l'année; elle est nulle aux équinoxes, maxima aux solstices.

Soit BDB′ un cadran solaire parallèle à l'équateur; l'ombre du style DO sera en B à midi et parcourra le cercle en vingt-quatre heures. Si une horloge, placée au-dessous de BB′, fait tourner une aiguille DC d'un tour en vingt-quatre heures, cette aiguille suivra l'ombre du style DO. Par conséquent, une tige métallique OC, qui ferait avec le cadran un angle égal à la

déclinaison du soleil et qui serait guidée en C par l'aiguille de l'horloge, suivrait pendant toute la journée la direction des rayons solaires. Il sera très-facile de réaliser cette horloge et ce mouvement : c'est la première condition à laquelle satisfont les héliostats. La deuxième consistera à placer, soit en O, soit en E, un miroir entraîné lui-même par l'horloge de façon à renvoyer les rayons dans une direction fixe OER.

I. On aura une solution particulière du problème si on place en O un miroir dont la normale nOn', entraînée par l'horloge avec le plan DOC, soit bissectrice de DOC; car, l'angle d'incidence étant AOn', l'angle de réflexion sera $n'ON$ et le rayon sera réfléchi suivant l'axe du monde. C'est l'héliostat de Fahrenheit.

II. Soit mm' le miroir. On veut donner au rayon réfléchi une direction fixe, mais absolument quelconque rOE. On y parviendra en dirigeant la normale à mm suivant la bissectrice $\beta\beta'$ de l'angle AOR; car l'angle d'incidence étant $AO\beta'$, celui de réflexion sera $\beta'OR$ et le rayon réfléchi sera OR. On réalisera mécaniquement cette condition par un parallélipipède articulé $\alpha\beta\gamma O$, dont l'un des côtés γO aura la direction fixe qu'on veut donner aux rayons réfléchis et l'autre $O\alpha$ sera maintenu par l'horloge dans la direction des rayons incidents OC. C'est l'héliostat de Silbermann.

III. Supposons que le miroir soit en E, soutenu par un support EH, pouvant prendre toutes les directions possibles au moyen de deux articulations rectangulaires, et qu'il soit dirigé par une tige EC normale à sa surface passant dans un anneau C de l'aiguille des heures, à une distance CO constante et égale à OE, de sorte que le triangle COE soit isocèle. Dans ce cas encore, le rayon se réfléchira suivant OE; car l'angle d'incidence sEc est égal à OCE, et l'angle de réflexion égal à OEC, ou à cER. C'est la solution de S'Gravesande.

IV. Disposons une tige OE de grandeur invariable, ne participant point au mouvement de l'horloge, pouvant prendre toutes les positions possibles autour de O et se fixer par des vis de pression dans la direction invariable qu'on veut donner au rayon réfléchi. A l'extrémité de cette tige supportons le miroir par une fourchette efe' tournant en f dans la tige Of qui est creuse. De cette façon le miroir pourra tourner autour

de deux axes O*f* et *ee'* perpendiculaires entre eux. Enfin faisons entraîner ce miroir au moyen d'une queue EA située dans son plan, perpendiculaire à *ee'* et passant en A dans un anneau articulé, à une distance AO égale à OE, de façon que le triangle AOE soit isocèle.

Si ces conditions sont réalisées : 1° le miroir est toujours perpendiculaire au plan ACE qui est le plan d'incidence et de réflexion; 2° l'angle d'incidence *s*EA est égal à OAE, par conséquent l'angle de réflexion sera égal à AEO, ou à son opposé par le sommet RE*a*, et le rayon sera réfléchi suivant ER. C'est l'héliostat de Gambey.

V. On peut enfin réaliser le triangle rectangle CEA, c'est-à-dire supporter le miroir en E par une colonne EH qui lui permette de prendre toutes les directions autour de E, le diriger par une tige CE normale à sa surface, s'engageant dans un anneau articulé C, fixe sur OC à une distance OC = OE, et enfin prolonger son plan par la tige EA passant en A dans une rainure creusée dans OA. Il est facile de voir que AO sera toujours égale à OE. Comme les besoins de l'optique se bornent généralement à employer un rayon horizontal, on simplifiera le problème en ne demandant pas autre chose à l'héliostat. Alors, la tige OE et le faisceau réfléchi OE seront horizontaux; on les placera dans tous les azimuts possibles en faisant mouvoir le support EH sur un cercle horizontal dont le centre sera en G sur la verticale du point O, et dont le rayon GH sera égal et parallèle à OE. C'est la solution de M. Foucault.

HÉLIOSTAT DE M. FOUCAULT.—Il me reste à montrer comment on a réalisé ces conditions géométriques. Je choisirai comme exemple les solutions de MM. Foucault et Silbermann. La *fig.* 670 représente l'instrument de M. Foucault dans la même situation et avec les mêmes lettres que *fig.* 669, *Pl. IV*; l'horloge B est fixée préalablement à la latitude du lieu; le point O est invariable; toute la partie C*f*A est entraînée par le mouvement de l'horloge, et se trouve dans le plan du soleil quand on a mis l'aiguille à l'heure. On a inscrit sur le limbe *f* la déclinaison du soleil, et en le fixant par une vis de pression dans la position qui convient au jour de l'observation, la ligne AOC suit la direction des rayons solaires SE. On re-

connaît le triangle rectangle CEA, qui entraîne le miroir. La longueur OC est invariable, égale à EO et à HG. On place le

Fig. 670.

rayon réfléchi OER dans l'azimut qu'on veut en faisant mouvoir la tige EH sur la circonférence d'un cercle KL, dont le centre G est sous la verticale du point O. Mais, pour que le miroir puisse prendre toutes les positions voulues, il est nécessaire qu'il soit porté par une base circulaire E, soutenue sur la colonne EH par deux articulations rectangulaires, et qu'en outre le miroir lui-même tourne sur cette base autour de l'axe EC.

HÉLIOSTAT DE SILBERMANN. — L'appareil de Silbermann (*fig.* 671) repose sur une plaque tournant autour d'un axe vertical qu'on règle par un niveau. Au moyen d'un arc de cercle et d'un bouton de serrage K, on incline l'axe de l'horloge à la lati-

tude du lieu, et l'on peut placer cet axe dans le méridien. Supposons que cela soit fait : BB représente le cadran, CP*s* un limbe dont le centre est en O et dont le plan contient l'aiguille *c*, de sorte que si on met celle-ci à l'heure vraie, ce plan passe par le centre du soleil. Le limbe CP*s* glisse dans une boîte D, où il peut se fixer; il est divisé à partir de C, et en faisant CD égal au complément de la déclinaison, la ligne SOC prend et garde la direction des rayons solaires.

Suivant les conditions exprimées page 341, le miroir est porté par un losange articulé *apef*; la diagonale *pf* est nor-

Fig. 671.

male au plan *mm*; le côté *pa* est, par construction, parallèle à OC, c'est-à-dire aux rayons incidents, et les rayons réfléchis OR sont alors parallèles à l'autre côté *pc* du losange.

Au moyen d'un second limbe *rr'* qui glisse dans une coulisse et qu'on peut serrer par la vis A, on peut changer l'inclinaison *per* de ces rayons réfléchis, et pour qu'on puisse les amener dans tous les azimuts possibles, le limbe *rr'* est porté par un axe creux AF qui enveloppe, sans être entraîné par les mouvements de l'horloge, celui qui fait mouvoir les aiguilles et le premier limbe CP*s*. On peut fixer AF par un bouton de serrage E.

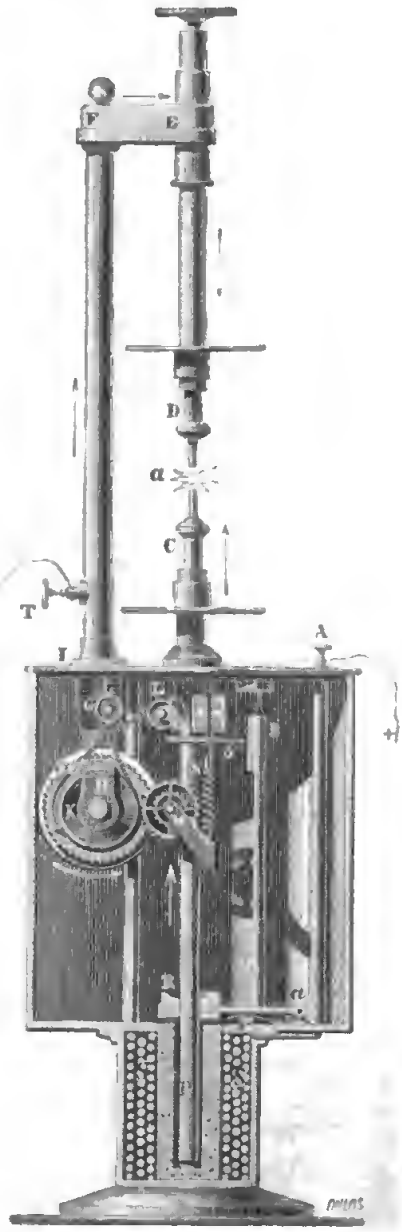
On a disposé une pinnule *s* et un écran P, de façon que la corde *s*P soit parallèle à OC, d'où il suit que le rayon qui passe en *s* arrive toujours en P si l'appareil est réglé; et inversement on peut se servir de cette condition pour placer l'axe dans le méridien : car ayant mis l'horloge à l'heure et pris l'arc CD égal au complément de la déclinaison, on fera tourner l'appareil sur sa base jusqu'à voir le rayon solaire passer de *s* en P. On ne sera donc pas obligé de connaître la direction du méridien. Une disposition toute pareille est adaptée à l'héliostat de M. Foucault, et peut se joindre à tous les autres.

RÉGULATEURS ÉLECTRIQUES. — A défaut des rayons solaires, on emploie la lumière électrique; mais il fallait la fixer, parce que les charbons entre lesquels elle se dégage s'usent inégalement, soit par la combustion, soit par le transport électrique. Mais comme, à mesure que cette usure les éloigne, le courant électrique éprouve une résistance croissante et perd de son intensité, M. Foucault imagina d'enrouler le conducteur autour d'un fer doux et d'utiliser les diminutions que son magnétisme éprouve pour embrayer un mécanisme qui rapproche les charbons et conserve au courant une intensité constante. Après M. Foucault plusieurs physiciens ont imaginé des mécanismes, parmi lesquels nous citerons ceux de MM. Duboscq, Serrin et Foucault lui-même; mais nous ne décrirons que l'appareil de Duboscq (*fig.* 672).

Le courant arrive en A, descend par A*a* jusque dans une bobine SS' qui enveloppe et aimante un fer doux creux. Il remonte ensuite jusqu'à la plate-forme IA; et comme il y a en I une lame d'ivoire, il passe dans le charbon C, franchit dans l'air l'intervalle α, en donnant la lumière, et il revient enfin suivant DEFT. C étant le pôle positif, s'use plus que D,

et on peut déterminer par l'expérience le rapport des chemins que font les charbons en s'éloignant par l'usure. Il faudra que les mécanismes les rapprochent individuellement dans le même rapport, afin que le point lumineux reste fixe.

Fig. 672.



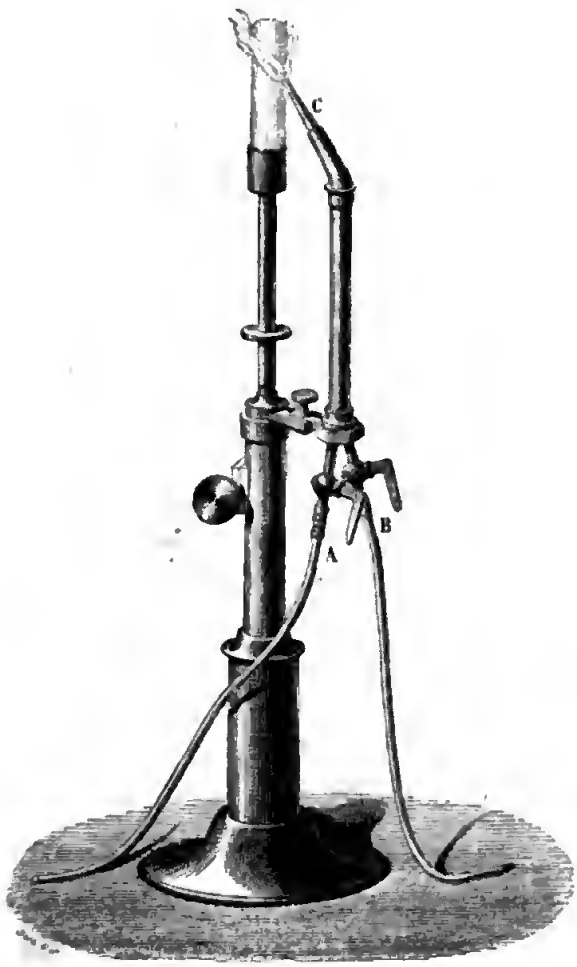
En H est un barillet avec ressort d'horlogerie, qui tend à faire mouvoir dans le sens des flèches deux tambours concentriques, l'un sur lequel passe une corde KGFE qui soutient le charbon D et le fait descendre quand le tambour tourne; l'autre porte une deuxième corde VL qui soutient par un contre-poids NP le charbon C, et celui-ci remonte par le mouvement du barillet. Ces deux tambours ont des diamètres inégaux, et réglés pour imprimer aux deux charbons des déplacements proportionnels à leur usure.

Le barillet engrène avec un pignon M; celui-ci meut une vis sans fin N et une roue dentée horizontale O, laquelle est enrayée par un couteau B. Mais ce couteau est l'un des bras du levier B*a*R; l'autre branche est un contact R placé sur l'électro-aimant, attiré par lui et soutenu par un ressort antagoniste *r*

qu'on règle. Quand le courant passe et qu'il est fort, le contact R s'abaisse ; le couteau B s'approche de la roue O; le mécanisme est enrayé, et les charbons sont immobiles. Ceux-ci s'usant, le courant s'affaiblit, le ressort *r* détache le contact R, le couteau B s'éloigne, les engrenages marchent : alors les charbons se rapprochent. Par cela même ils rendent au courant sa première intensité, et tout s'arrête de nouveau.

LUMIÈRE DRUMMOND. — Plus économique que la lumière électrique et presque aussi intense, la flamme de Drummond a été fort employée dans ces derniers temps. Le gaz d'éclairage arrive par un robinet A (*fig.* 673); l'oxygène, qu'on prépare

Fig. 673.



en grand dans des cornues de fer avec le chlorate de potasse,

et que l'on conserve sous pression dans des sacs de caoutchouc, est amené par le robinet B dans un petit conduit intérieur qui débouche en C; les deux gaz ne se mélangent qu'au moment où ils s'enflamment, ce qui évite tout danger d'explosion. On laisse brûler continuellement le gaz d'éclairage, et l'on ne donne accès à l'oxygène qu'au moment de l'expérience. Les deux courants arrivent obliquement sur un cylindre de chaux qui s'illumine avec un grand éclat, et qu'on peut élever ou abaisser au moyen d'une crémaillère.

Enfin, à défaut de ces sources vives, on se sert des lampes ordinaires. Quel que soit le luminaire qu'on emploie, il est utile de l'enfermer dans une boîte métallique (*fig.* 674 et 675, *Pl. II*). La lampe A est au centre d'un miroir concave B où les rayons se réfléchissent normalement et, traversant la flamme, se mêlent à ceux qu'elle envoie dans la direction opposée. Elle est en outre au foyer d'une double lentille C, C′ qui recueille ces rayons pour les diriger horizontalement en un faisceau parallèle XX, comme ceux qui viennent du soleil.

BANC D'OPTIQUE. — On peut dire que toutes les expériences d'optique consisteront à recevoir un faisceau de lumière sur des instruments spéciaux alignés suivant une droite horizontale XX, et que l'on aura le moyen de les exécuter toutes si l'on possède un appareil général qui permette de réaliser cet alignement. Cet appareil, tel que je l'ai installé à l'École Polytechnique, repose sur un banc de bois horizontal ZZ. Il porte un chemin de fer YY, composé de deux rails parallèles et voisins, divisés en millimètres, sur lesquels glissent des patins tous semblables entre eux (*fig.* 675, n° 5), et qu'on peut fixer invariablement par une vis O′ et un loquet O″; sur chacun d'eux s'élève une colonne verticale creuse, d'un calibre invariable, dans laquelle pénètre un rentrant tel que Q, qu'on peut élever, abaisser et fixer par une vis de pression P. Tous les appareils de l'optique, sans exception, sont portés sur des rentrants de ce calibre uniforme; ils peuvent en conséquence venir prendre place chacun à leur tour sur les mêmes colonnes et s'aligner d'eux-mêmes sur le passage du rayon XX. Quelques-uns d'entre eux ayant besoin d'être ordonnés plus précisément, on a ajouté à quelques patins une coulisse normale

aux rails, qu'on déplace par une vis de translation telle que R (n° 6). Le banc montre dans la figure une série d'instruments ainsi disposés, depuis le n° 1 jusqu'au n° 9. Occupons-nous de ceux-ci.

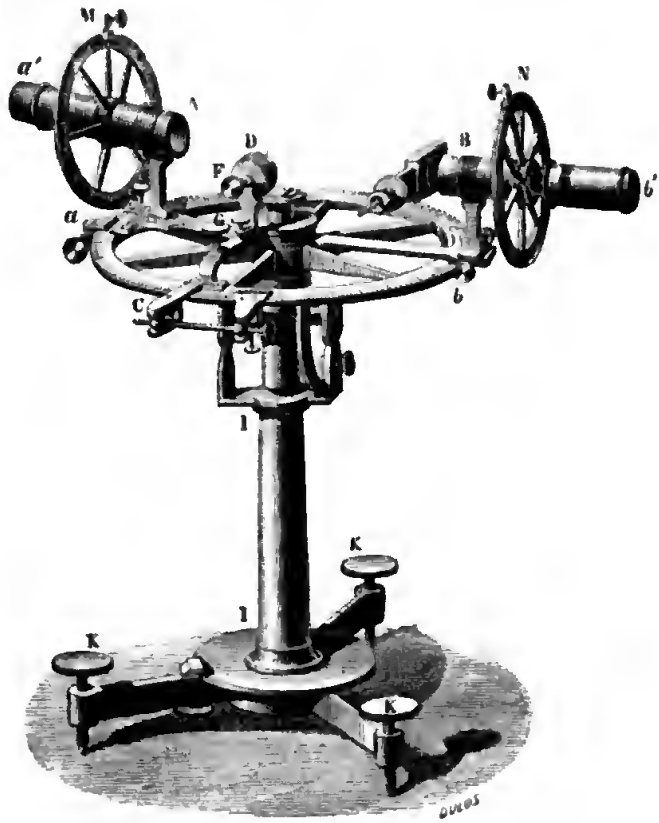
Tous les physiciens savent quelle diversité de calibre offrent les organes de l'optique. L'impossibilité où l'on est de les déplacer d'un appareil pour les porter sur un autre oblige les constructeurs à les multiplier sans augmenter les ressources d'un cabinet. Pour éviter ces graves inconvénients nous avons choisi trois calibres : l'un de 12 centimètres, l'autre de 9, et le dernier de 6. Le plus gros est celui de l'ouverture X; on y introduit ou des lentilles montées sur des tubes de même ouverture, ou des appareils de polarisation, ou des écrans percés, etc. D'autres tubes indépendants, tels que FF', reçoivent les mêmes organes et se placent en un point quelconque du banc. Le deuxième calibre, de 9 centimètres, a, comme le premier, ses jeux de lentilles, d'écrans et d'appareils divers. Il en est de même du troisième, et de cette façon un petit nombre d'organes généraux, qui n'ont point de places fixes, mais qui sont aptes à prendre celles que l'on veut, au moment où on le veut, suffisent à toutes les nécessités et dispensent d'acheter un appareil nouveau toutes les fois qu'on veut tenter une expérience nouvelle. On passe aisément du grand calibre au moyen et au petit par des raccords intermédiaires, qui réduisent la grande ouverture de 12 centimètres à celle de 9 ou 6 (*fig.* 676, *Pl. II*).

Pour compléter cette organisation économique autant que féconde, il reste à avoir des écrans fixes LL (nos 6 et 7), qui portent des bonnettes *m* et *n* qu'on peut faire tourner autour de leur axe XX au moyen d'un bouton *m'*. C'est sur ces appareils qu'on placera tous les instruments de la polarisation, par exemple des cristaux N et M (n° 6) ou bien des miroirs (n° 7). Enfin il sera commode d'avoir des collections de prismes, de tous les indices possibles, enfermés dans des écrins et se montant, quand le besoin se révèle, sur un pied commun.

CERCLES DIVISÉS. — Mais toutes les fois que la lumière rencontre des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, elle change de direction et l'expérimentateur est obligé de la suivre dans

sa nouvelle route. Il emploie à cet effet des cercles divisés nombreux, portant différents noms et disposés chacun pour divers cas spéciaux. Ici encore il vaut mieux n'en posséder qu'un seul, le suivant, qui satisfait à tous les besoins. Il est représenté en perspective *fig.* 676 *bis*, et tous les détails en

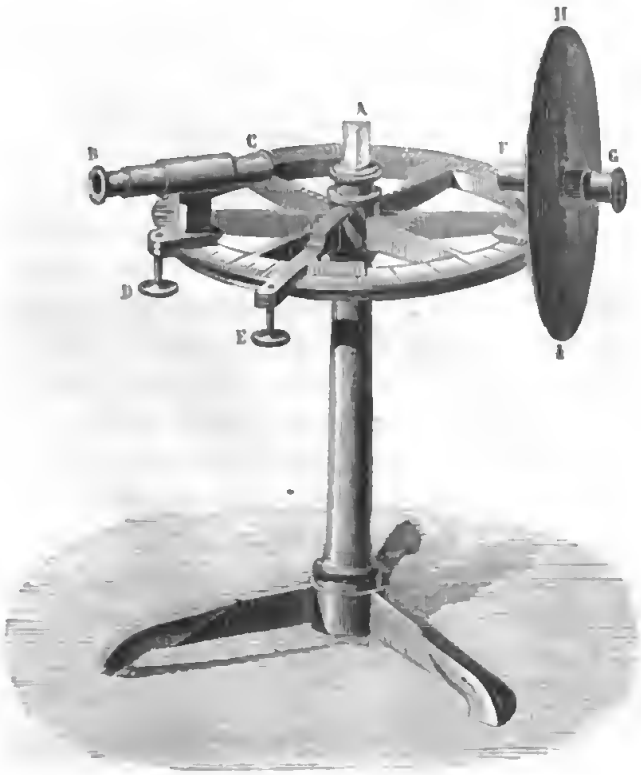
Fig. 676 *bis*.



sont dessinés *fig.* 677 à 680, *Pl. III*. Porté sur un pied à vis calantes, il peut d'abord tourner autour de son support vertical II, et ensuite se placer ou verticalement ou horizontalement, en tournant autour d'une charnière. Il y a trois alidades A, B, C munies de verniers *a*, *b*, *c*, et de vis de rappel α, β, γ. Les deux premières portent deux bonnettes de calibre A et B, où l'on peut introduire, soit deux lunettes *a'*A et *b'*B, soit des tubes à cercles azimutaux M et N, soit tout autre appareil qu'on voudra. La troisième alidade supporte quelquefois un appareil supplémentaire GFD sur lequel se placent les substances

réfléchissantes D, qui se fixe sur l'alidade par une coulisse HH et qu'on serre par la vis G. Cette disposition permet de rapprocher ou d'éloigner la surface D du centre du cercle. Des vis de pression *ee'* servent ensuite à régler sa direction. On peut aussi fixer au centre du cercle O une plate-forme L (*fig.* 679, *Pl. III*) qu'on règle par des vis calantes *l, l, l.* C'est sur ce plan que se placent les prismes. Un cercle plus petit construit

Fig. 681.



suivant les mêmes principes, le goniomètre de M. Babinet (*fig.* 681), satisfait à toutes ces conditions et suffit à presque toutes les expériences.

Nous connaissons maintenant les conditions générales de toutes les expériences d'optique, et nous pouvons aborder l'étude des propriétés de la lumière.

Digitized by Google

SOIXANTE-DIX-SEPTIÈME LEÇON.

SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE DANS LES MILIEUX HOMOGÈNES.

Théories de la lumière. — Ondes. — Rayons. — Théorie des ombres. — Lois des intensités. — Photomètres. — Vitesse de la lumière. — Rœmer. — Bradley. — Fizeau. — Foucault.

L'existence des objets éloignés nous étant révélée par les yeux, même à travers le vide, il faut de toute nécessité qu'un agent spécial différent de la matière pondérable soit interposé dans l'espace entre l'œil et les objets. On le nomme *lumière, fluide lumineux* ou *éther*. Il ne suffit pas d'admettre son existence, il faut encore reconnaître qu'il est perpétuellement en mouvement, puisqu'il nous montre après un intervalle extrêmement court tous les changements qui surviennent dans les objets extérieurs. Ce mouvement doit partir des corps, soit qu'ils possèdent, étant lumineux par eux-mêmes, la faculté de le produire, soit qu'ils aient seulement celle de le renvoyer dans diverses directions après l'avoir reçu d'un illuminateur qui l'engendre.

Il y a deux manières, et il n'y en a que deux, de se représenter le mouvement du fluide lumineux : ou bien la lumière est composée d'une infinité de molécules lancées dans toutes les directions par les sources éclairantes, comme une pluie de projectiles très-petits qui traversent le vide, pénètrent dans les milieux ou rebondissent sur leurs surfaces, et finalement arrivent dans l'œil pour y apporter la sensation; ou bien l'agent lumineux sera un corps élastique, infini, continu, remplissant l'espace, pénétrant tous les corps, et immobile, mais dont les molécules recevront et transmettront des mouvements vibratoires engendrés par les corps éclairants, au même titre et suivant les mêmes lois que les milieux élas-

tiques pondérables reçoivent et transmettent les vibrations sonores.

La première hypothèse, la théorie de l'émission, a été soutenue par Newton; la deuxième, c'est-à-dire la doctrine des ondulations, fut admise par Descartes, développée par Huyghens et Young, et complétée par les récents travaux du grand Fresnel. Comme elles sont, *à priori*, aussi plausibles l'une que l'autre, leur degré de probabilité va dépendre de leur degré de concordance avec l'expérience. Or, nous verrons bientôt que l'une d'elles est incompatible avec certains faits : nous la rejetterons; et que l'autre explique, prévoit et calcule tous les phénomènes : nous l'adopterons.

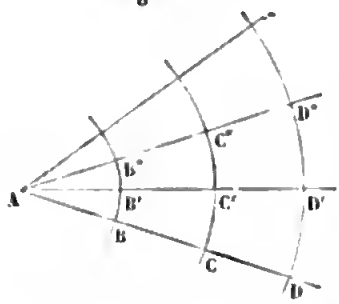
ONDES. — Si nous imaginons dans un espace indéfini un point éclairant A (*fig.* 682), le mouvement lumineux dont il est l'origine se transmet dans toutes les directions avec une vitesse connue (nous dirons bientôt comment on l'a mesurée); et, un certain temps après son départ de A, ce mouvement est réparti sur une surface BB'B'' qu'on nomme *surface de l'onde*. Dans la théorie de l'émission, c'est le lieu d'arrivée, après un certain temps, de toutes les molécules lumineuses parties au même moment de A. Pour ceux qui admettent la doctrine ondulatoire, c'est, comme l'onde qui se transporte sur un liquide agité, le lieu d'arrivée, au même instant, d'un même ébranlement produit en A. L'étude de ces surfaces jouera un rôle important dans l'optique.

Si le temps croît, les ondes grandissent comme un ballon qui se gonfle, et, à une distance infinie du point de départ, elles peuvent être considérées, en chacun de leurs points, comme confondues avec leur plan tangent : elles sont planes. Dans les milieux homogènes et non cristallisés, elles sont sphériques par raison de symétrie, et leur vitesse de propagation se mesure par l'accroissement du rayon pendant l'unité de temps. Dans les cristaux, et quand les milieux ne sont point homogènes, ces surfaces peuvent devenir très-complexes.

RAYONS. — Dans tout milieu homogène qui n'est pas cristallisé, nous voyons chaque point A d'un objet extérieur dans la direction de la droite qui le joint au centre D de la

pupille (*fig.* 682). Ce fait est évident. Car si la direction visuelle du point A faisait un angle α avec AD, il y aurait les mêmes raisons pour qu'il se fît une déviation égale dans tous les sens et le point A devrait être vu à la fois sur une surface conique dont le sommet serait dans l'œil, en D, et dont les génératrices feraient un angle α avec AD : ce qui est évidemment contraire à la réalité. La vision rectiligne est prouvée d'ailleurs par toutes les applications qu'on en fait dans les arts, et surtout dans la géodésie et l'astronomie.

Fig. 682.



Il résulte de là que si l'on prend une série de points B, C, D sur une droite AD et qu'on place successivement l'œil en chacun d'eux, on verra toujours le point A dans la même direction ABCD : d'où l'on conclut que la lumière passe par B et C et en général par tous les points de AD avant d'arriver en D; en d'autres termes, qu'elle se meut en ligne droite.

Cela étant, on a imaginé de décomposer par la pensée l'effluve lumineuse émise par un point tel que A en des éléments fictifs, rectilignes, nommés *rayons*, et l'on dit que A envoie des rayons ABCD, AB'C'D',..., dans toutes les directions.

Je dis *fictifs* et j'insiste sur ce point. Il ne faut pas croire, en effet, que l'onde soit effectivement composée de rayons indépendants ayant une existence physique réelle et distincte, et qu'on puisse les séparer les uns des autres. Toutes les fois qu'on essaye de réaliser cette séparation, on change les conditions de la propagation, et l'on voit apparaître des phénomènes inattendus de *diffraction*. Si par exemple on limite l'onde par un écran opaque percé d'un trou étroit B, on aperçoit sur un tableau CC', autour du centre C, des anneaux colorés concentriques. Inversement, quand on dispose sur une lame de verre un petit bouton opaque B, l'ombre qu'il porte en C est brillante à son centre et frangée d'anneaux colorés sur ses bords. Il est donc physiquement impossible de décomposer une effluve lumineuse en éléments ou rayons sans transformer toutes les lois de la propagation.

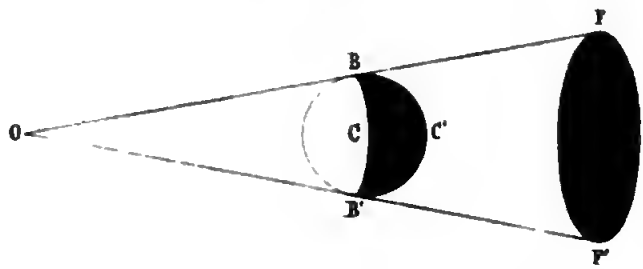
Mais cette impossibilité n'empêche pas de représenter les

effluves lumineuses émanées d'un point A par les directions suivant lesquelles se propage le mouvement, suivant lesquelles on voit l'objet, et que nous nommons *rayons*, sans y attacher aucune idée d'existence physique réelle. Nous représentons ce mouvement d'une autre manière encore, par les surfaces d'ondes successives, c'est-à-dire par les surfaces où arrivent au même moment les mouvements partis en même temps. Ces modes de représentation, imaginés pour faciliter le langage, sont tout à fait indépendants de la théorie qu'on adoptera.

Si nous négligeons dans une première approximation les phénomènes de diffraction, qui sont toujours peu apparents, nous allons tirer quelques conséquences de la propagation rectiligne de la lumière, et, en premier lieu, déterminer les conditions des ombres portées par les corps opaques.

OMBRES.—Un point lumineux unique O, placé devant un corps opaque, envoie un cône de rayons tangents BOB′ (*fig.* 683).

Fig. 683.

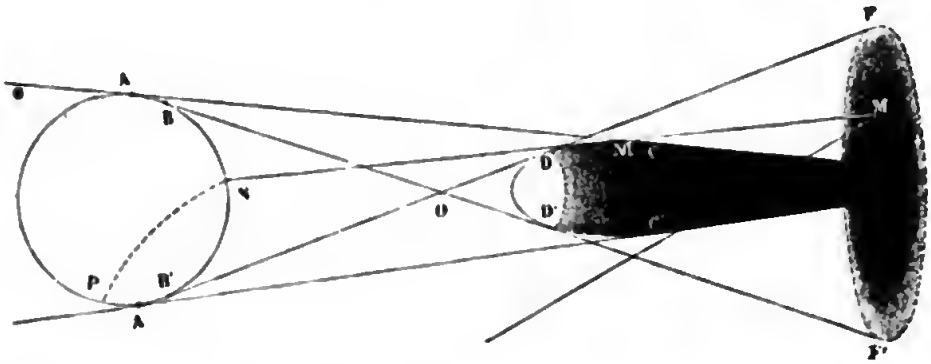


Tous les points du corps situés en avant de la ligne de contact BCB′ sont éclairés; tous ceux qui sont placés derrière sont dans l'obscurité. Tous les corps qui pénétreront dans le tronc de cône FBB′F′ s'éclipseront, et sur un écran vertical on verra se dessiner une ombre portée FF′.

Si, au lieu d'un point, nous avons une surface lumineuse AA′ (*fig.* 684), il faudra mener des plans tangents intérieurs et extérieurs communs aux corps éclairant et éclairé. Si ces corps sont de révolution autour d'un même axe, comme dans la *fig.* 684, les plans tangents intérieurs auront pour enveloppe un premier cône AA′FF′, dont le sommet est en O, et les autres un deuxième cône extérieur AA′CC′. Aucun rayon ne

pénétrera dans celui-ci, qui découpera sur l'écran une ombre absolue. Mais l'espace compris entre les deux surfaces sera partiellement éclairé, et marquera une pénombre. Le point M, par exemple, ne verra pas la partie PA'B'N du corps éclairant, mais seulement la portion supérieure PABN, et comme celle-ci, d'abord nulle, augmentera quand le point M ira de la limite

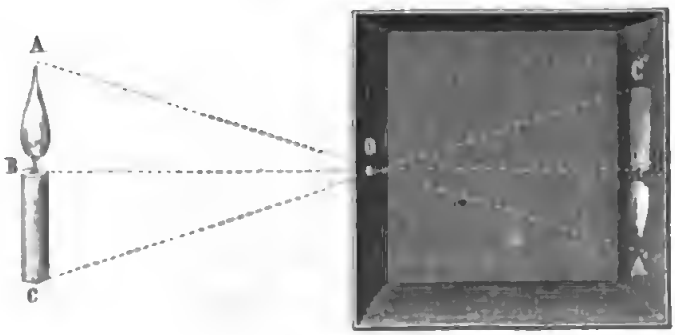
Fig. 684.



de l'ombre à la limite FOF', la pénombre se dégradera peu à peu jusqu'à se fondre insensiblement dans la lumière complète en FF'. Le point M' sera dans les mêmes conditions que M, et il y aura sur le corps une pénombre s'éclairant de plus en plus depuis CC' jusqu'à DD'.

CHAMBRE OBSCURE. — Quand les rayons partis d'un objet ABC (*fig.* 685) ne pénètrent dans une chambre obscure que par un

Fig. 685.



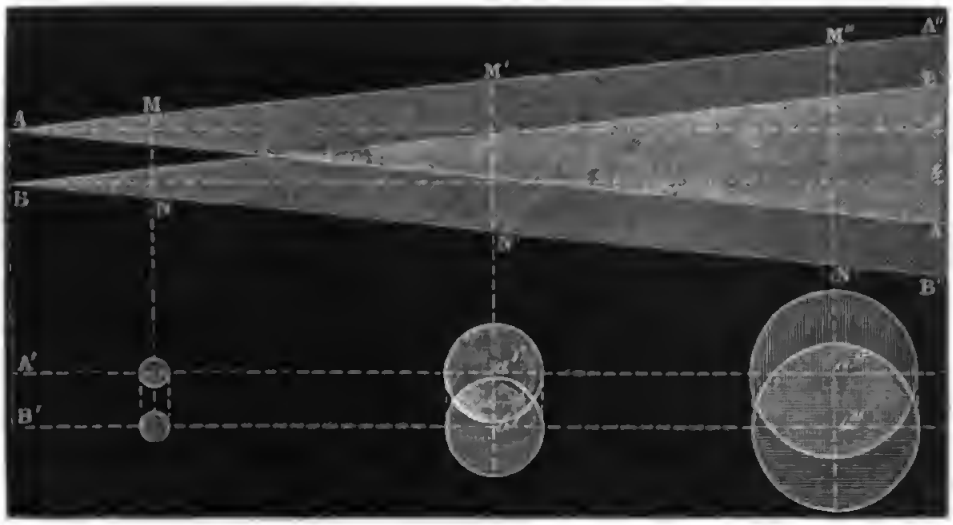
trou O très-étroit, ils peignent sur la paroi opposée l'image renversée de cet objet. En effet, parmi les faisceaux élémentaires envoyés par le point A, un seul traverse l'ouverture O,

et, continuant sa route, va illuminer A'; de même B et C éclairent B' et C'. La couleur des diverses parties de l'objet, le rapport de leurs éclairements, toutes leurs conditions de forme se reproduisent sur l'écran où se peint une image renversée semblable à l'objet. Par conséquent, le soleil sera dessiné par un cercle, et pendant une éclipse, on verra l'ombre envahir progressivement l'image comme elle envahit l'astre lui-même, mais par le bord opposé.

Les objets extérieurs, étant peu éclairés, forment des images difficilement visibles, à moins qu'on n'augmente l'ouverture O; mais alors chaque point extérieur émet un cône qui a pour base cette ouverture et marque sur l'écran une surface éclairée qui a la forme agrandie de cette base. Les images des points voisins empiètent l'une sur l'autre et leur enveloppe cesse d'être nette; mais sa forme générale reste semblable à l'objet et ne dépend pas de celle de l'ouverture.

Supposons, par exemple, qu'il y ait au volet une fente linéaire AB (*fig.* 686). Menons par A et B les rayons venus du

Fig. 686.



centre du soleil; ils seront parallèles et aboutiront en *a*, *b* sur le fond. Mais ceux qui viennent des bords de l'astre aux mêmes points seront sur deux cônes A'AA'', B'BB'' de 32 minutes d'ouverture. Ces cônes, d'abord séparés, se pénétreront de plus en plus en s'éloignant du volet, et si on les reçoit sur un écran, ils marqueront des cercles de plus en

grands $a'b'$, $a''b''$, qui, à une distance suffisante, sembleront n'en former qu'un seul. On finira donc par avoir encore l'image ronde du soleil, un peu confuse sur les bords.

INTENSITÉS. — Indépendamment de toute idée théorique, on conçoit qu'en superposant deux ou trois luminaires égaux, on obtient des quantités de lumière doubles, triples ou quadruples. La lumière est donc une grandeur susceptible d'évaluation comme toutes les grandeurs. Il n'y a qu'à convenir d'une unité pour mesurer son intensité.

CAS D'UN POINT LUMINEUX. — LOI DES DISTANCES. — Cela posé, considérons d'abord le cas d'un point O (*fig.* 687) envoyant

Fig. 687.

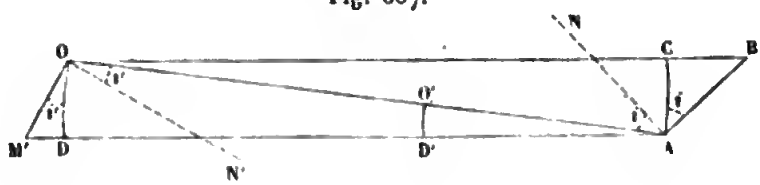
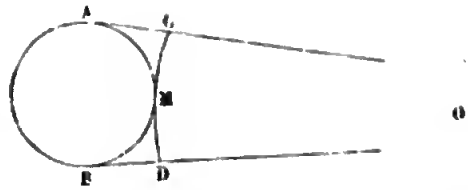


Fig. 687 *bis*.



dans l'espace une quantité de lumière totale égale à L pendant un temps que nous supposerons égal à l'unité. Recevons-la sur une sphère de rayon r. Tous les points de sa surface seront également éclairés, et l'on est convenu d'exprimer leur *illumination* ou leur *éclairement* par la quantité de lumière I que reçoit chaque unité de surface. La sphère entière recevra $4\pi r^2 I$, et l'on aura

$$L = 4\pi r^2 I, \quad I = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

L'illumination ou l'éclairement I produit par un point lumineux est donc en raison inverse du carré des distances. La quantité de lumière totale reçue par une portion AC de la sphère sera $I \times AC$.

LOI DU COSINUS. — Un élément quelconque AB, dont la normale AN fait avec les rayons OA un angle d'incidence égal à i,

recueillera autant de lumière que sa projection AC, soit $I \times AC$. L'éclairement I' sur cette surface AB sera $I\frac{AC}{AB}$ ou $I \cos i$, et en remplaçant I par sa valeur,

$$I' = I \cos i = \frac{L \cos i}{4\pi r^2}.$$

L'illumination d'une surface est donc, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au cosinus de l'angle d'incidence des rayons qu'elle reçoit.

CAS D'UNE SURFACE ÉCLAIRANTE. — Nous venons de supposer que le luminaire était réduit à un point : considérons maintenant le cas où il devient un élément $OM' = s'$ envoyant des rayons en A à une distance r. Il faut commencer par rapporter un fait d'expérience.

Le soleil, ou une sphère quelconque chauffée jusqu'à être lumineuse, étant regardés à distance, paraissent être des disques sensiblement plans; cela veut dire que les divers éléments dont se compose leur surface AMB (*fig.* 687 *bis*) brillent du même éclat que leur projection CD normale aux rayons émis. Partant de là, l'élément OM' peut être remplacé par sa projection $OD = s' \cos i'$ décrite du point A comme centre. La quantité de lumière L envoyée par OD sur l'unité de surface en A sera en raison inverse de r^2, proportionnelle à son étendue $s' \cos i'$ et à un facteur exprimant le *pouvoir d'émission* de la surface OM'. En le désignant par E,

$$L = \frac{E s' \cos i'}{r^2}.$$

On voit que la lumière envoyée, comme la lumière reçue, est proportionnelle au cosinus de l'angle que font les rayons avec les normales.

Une surface inclinée $AB = s$ recevra autant de lumière que sa projection $AC = s \cos i$, c'est-à-dire une quantité que nous représenterons par L', qui est égale à $L s \cos i$,

$$(1) \qquad L' = \frac{E s' \cos i' s \cos i}{r^2}.$$

Cette formule peut s'écrire autrement. Décrivons du point A

comme centre, avec l'unité pour rayon, une portion de sphère O'D' contenue dans le cône OAD :

$$O'D' = \frac{OD}{r^2} = \frac{s' \cos i'}{r^2},$$

en remplaçant dans l'expression (1)

$$L' = E \times O'D' \times s \cos i.$$

La quantité de lumière apportée en AB restera donc invariable si O'D' reste constant, ce qui arrivera si le luminaire s'éloigne ou s'approche, pourvu qu'il conserve le même diamètre apparent. On peut conclure de là qu'une surface éclairante quelconque OM', qui s'éloigne ou se rapproche, apparaît toujours avec le même éclat que si elle était à une distance OA égale à l'unité, parce qu'on peut la décomposer en éléments d'une même étendue apparente qui envoient toujours la même lumière et ne changent pas d'aspect. Mais le nombre de ces éléments augmentera si la distance diminue, et diminuera si elle augmente. Ainsi, si le soleil s'éloignait de la terre, il nous paraîtrait toujours également brillant : ce qui varierait, ce serait la totalité de la lumière émise, parce que la surface apparente totale changerait.

L' représente la quantité de lumière reçue par AB. L'éclairement ou l'illumination I de cette surface sera

$$(2) \qquad \frac{L'}{AB} = I = \frac{E s' \cos i'}{r^2} \cos i.$$

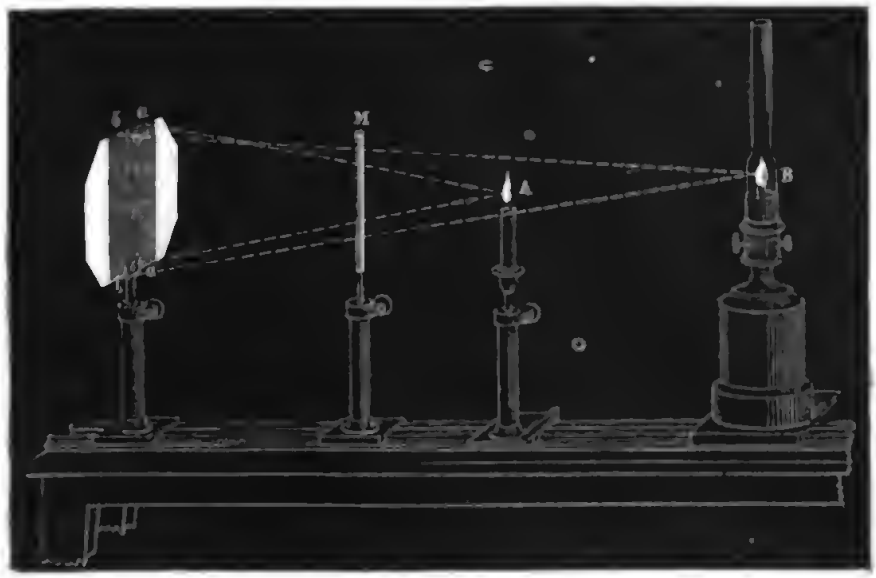
Étant éclairée, la surface AB rayonnera dans l'espace par diffusion, comme si elle était lumineuse par elle-même. Son éclat sera proportionnel à son illumination; on pourra le représenter par KI et calculer la lumière diffusée, comme on calcule celle que rayonne un corps spontanément éclairant.

Pour mettre ces formules en nombre, il suffira d'avoir mesuré l'éclat E des luminaires. On y parvient par des photomètres. J'en vais décrire deux qui s'appuient sur une propriété physiologique de l'œil, sur la faculté qu'il possède de reconnaître si deux corps voisins émettant une lumière de même teinte ont des éclats égaux.

PHOTOMÈTRES. — Plaçons sur le banc d'optique (*fig.* 688) :

1° les deux luminaires A et B que nous voulons comparer; 2° une tige verticale opaque M; 3° un écran blanc *aa'bb'*. La bougie A projette en *aa'* une ombre qui ne sera éclairée que par B; la lampe B détermine une deuxième ombre *bb'* illu-

Fig. 688.



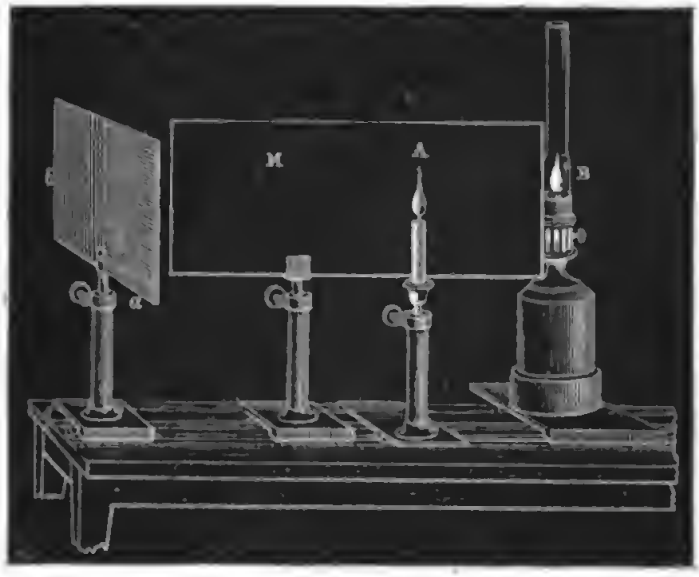
minée seulement par A. En réglant les distances de A et de B on arrive à produire la même illumination en *aa'* et en *bb'*, et l'œil accuse avec netteté le moment où cette condition est réalisée, c'est-à-dire où *aa'* et *bb'* semblent avoir le même éclat. On mesure alors les distances *r* et *r'* de A et de B à l'écran, et les surfaces des deux luminaires que nous appellerons S et S'. La formule (2) servira à exprimer les éclairements en *aa'* et en *bb'*, et en écrivant qu'ils sont égaux,

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S'}{r'^2}.$$

L'instrument que je viens de décrire est dû à Rumford; le suivant, qui n'en est qu'une modification, a été disposé par Bouguer (*fig.* 689). Plaçons toujours sur le banc d'optique une lame de carton noirci longitudinale M, et un écran perpendiculaire *ab* en verre dépoli, ou, comme le fait avec avantage M. Foucault, en verre transparent sur lequel on a laissé déposer une couche de lait qu'ensuite on a séchée. La bougie

est placée en avant de *ab* à une distance *r*; son éclat est E et sa surface S; elle éclaire la portion antérieure *a*. La lampe est

Fig. 689.



fixée derrière M; elle illumine *b*; les données de distance de surface et d'éclat sont *r'*, S', E'. Au moment où les éclairements sont égaux, on a

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S'}{r'^2}.$$

Ainsi, quel que soit celui des deux appareils que l'on emploie, on trouve le rapport

$$\frac{ES}{E'S'} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

ES c'est la quantité de lumière versée par la bougie à l'unité de distance sur une surface égale à l'unité, c'est son *pouvoir éclairant total*. $\frac{ES}{E'S'}$ représente donc le rapport des pouvoirs éclairants de la bougie et de la lampe, ou le rapport des quantités de lumière qu'elles émettent, toutes choses égales d'ailleurs.

La détermination de ce rapport suffit dans la plupart des cas. Quand on veut, par exemple, comparer les dépenses de l'éclairage à l'huile et au gaz, on compare : 1° les pouvoirs

éclairants d'une lampe Carcel et d'un bec à gaz quelconque; 2° les quantités et les prix des matières brûlées pendant le même temps, et on en conclut le rapport des dépenses pour une même quantité de lumière.

Mais on peut avoir à traiter une tout autre question : à comparer les pouvoirs émissifs E et E′ de deux flammes. Le plus simple sera de les limiter par deux ouvertures égales entre elles et à S. On aura, en opérant avec les mêmes photomètres,

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S}{r'^2},$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

Ayant ainsi comparé les pouvoirs émissifs, il sera facile de calculer par les formules précédentes les éclairements produits dans toutes les circonstances possibles, soit que l'on fasse varier l'étendue des flammes, soit qu'on change leur distance à la surface éclairée.

Pour montrer l'utilité de ces recherches, supposons que l'on compare la lune à une bougie : le rapport des effets varie considérablement avec la distance de la bougie. Si l'on emploie l'appareil de Bouguer, la lune donnera l'éclairement constant $E' \tang^2 \alpha$, en désignant par $\tang \alpha$ son diamètre apparent; la bougie donnera $E \frac{S}{r^2}$; on fera varier r jusqu'à ce qu'on ait

$$E' \tang^2 \alpha = E \frac{S}{r^2},$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{S}{r^2 \tang^2 \alpha} = \mu.$$

On trouvera de cette façon que l'éclat de la lune est plus petit que celui de la bougie, et que le rapport μ est 0,675. Ce rapport est à peu près constant et il importait de le déterminer. Mais si on veut trouver le rapport des pouvoirs éclairants de la lune et d'une bougie, il est très-variable. En effet, la formule donne pour ce rapport

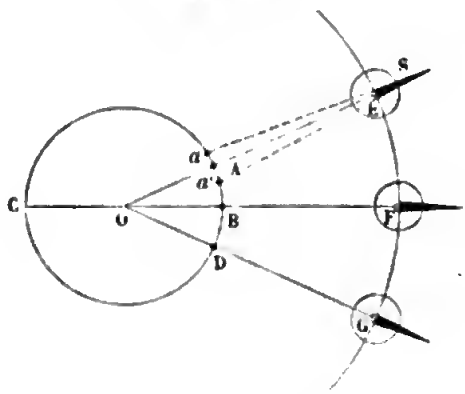
$$\frac{E' \tang^2 \alpha}{\frac{ES}{r^2}} = \frac{\mu r^2 \tang^2 \alpha}{S}.$$

La bougie éclaire d'autant plus que la distance r est plus petite, mais son effet diminue avec la distance, tandis que celui de la lune reste constant.

VITESSE DE LA LUMIÈRE. — RŒMER. — Il nous reste à démontrer que la lumière met un temps appréciable pour se transporter d'un point à un autre. C'est dans l'observation des astres qu'on en a tout d'abord trouvé la preuve, en discutant certaines anomalies qui se présentent dans les mouvements astronomiques. L'une d'elles a été découverte par Rœmer dans les années 1675 et 1676, en observant le premier satellite de Jupiter. Comme le plan de son orbite est sensiblement confondu avec celui de la planète, on voit ce satellite plonger périodiquement dans l'ombre portée par Jupiter, et c'est comme un signal qui s'éteint pour se rallumer ensuite après des intervalles qui doivent être égaux entre eux.

La première chose à faire était de déterminer la durée exacte de ces intervalles. Pour cela on choisissait le moment où l'astre était en E et la terre en a, un peu avant la conjonction (*fig.* 690), et on observait les immersions qui seules étaient alors visibles; puis, quand la terre avait dépassé le point de conjonction A et qu'elle se trouvait en a', on ne voyait plus que les émersions dont on notait les moments. Pendant ces observations la distance de la terre au satellite n'avait pas sensiblement changé, et l'on trouva que l'intervalle de temps qui sépare deux extinctions ou deux réapparitions successives est de 42 heures et 30 minutes.

Fig. 690.



Après cette conjonction, les deux astres furent emportés tous deux dans leurs orbites, et comme Jupiter fait sa révolution en 11 ans et 10 mois, il était encore en F quand la terre se trouvait déjà en C et que tous deux étaient en opposition. Leur distance avait donc augmenté peu à peu de tout le diamètre

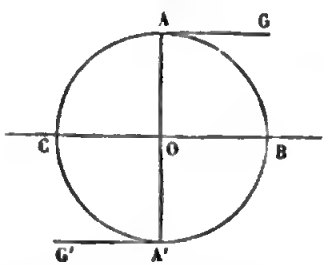
de l'orbite terrestre. Or, pendant qu'elle croissait, Rœmer avait observé que les moments des émersions avaient retardé d'une quantité croissante qui s'éleva progressivement jusqu'à 16 minutes 26 secondes; il en conclut que ce retard total est le temps employé par la lumière pour franchir l'augmentation finale de la distance, c'est-à-dire l'orbite CD.

A partir de cette opposition les astres se rapprochent. Pendant cette période, les immersions sont seules visibles et elles se précipitent jusqu'à la conjonction suivante DG. A ce moment, l'avance totale observée dans la deuxième période est devenue égale au retard total observé pendant la première, c'est-à-dire à 16 minutes 26 secondes, ce qui était de toute nécessité.

La mesure de la parallaxe du soleil avait fixé à 76461 000 lieues le diamètre de l'orbite terrestre. En divisant ce nombre par 16 minutes 26 secondes, on trouva la vitesse de la lumière, qui est approximativement égale à 77 000 lieues ou à 308 000 kilomètres.

BRADLEY. — Soixante années plus tard, en 1728, un autre astronome, Bradley, découvrit une seconde anomalie plus générale et susceptible d'une mesure plus exacte. Quand la terre est au point A de son orbite et qu'elle se transporte suivant la tangente AG (*fig.* 691), on voit à leur place réelle les deux étoiles qui sont dans la direction de cette tangente; mais toutes celles qui sont à ce moment dans le plan perpendiculaire AA′ sont déplacées dans le sens de AG d'un angle égal à 20″,445. Six mois après, la terre est en A′, et les mêmes étoiles ont éprouvé un déplacement égal, mais de direction opposée; et comme le plan AA′ tourne de 360 degrés en une année, le même effet se produit successivement sur toutes les étoiles du ciel. Celles qui sont dans l'écliptique, se trouvant deux fois par an dans la direction d'une tangente à l'orbite, oscillent dans son plan de 20″,445 autour de leur position moyenne et décrivent une droite. Il y en a deux qui sont placées aux pôles de l'éclip-

Fig. 691.

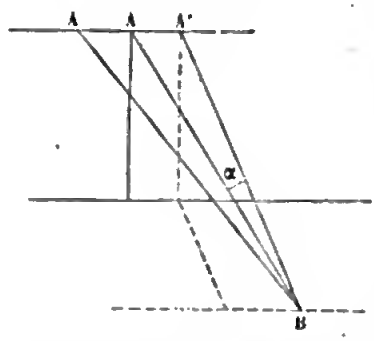


tique; elles sont toujours déviées de 20",445 dans la direction de la tangente, et elles décrivent des cercles. Enfin, toutes celles qui ne sont ni aux pôles de l'écliptique, ni dans son plan, paraissent se transporter sur des ellipses plus ou moins allongées.

Ces remarquables circonstances constituent l'*aberration*. Comme elles sont générales, il faut qu'elles proviennent d'une propriété de l'agent lumineux lui-même, et Bradley les expliqua aisément comme il suit :

Quand nous observons une étoile, la lumière met un temps t pour parcourir avec sa vitesse V la longueur AB de la lunette (*fig.* 692). Pendant le même temps t, tous les points de la terre ont parcouru un espace égal et parallèle à AA' avec la vitesse orbitaire v. Il suit de là que depuis le moment où un rayon s'engage dans l'objectif A jusqu'à celui où il arrive à l'oculaire B, cet objectif s'est transporté en A', et que la direction de la lunette, qui serait AB si la terre était immobile, devient A'B à cause de son déplacement. On a

Fig. 692.



$$\frac{\sin\alpha}{\sin AA'B} = \frac{AA'}{AB} = \frac{v}{V},$$

$$\sin\alpha = \frac{v}{V}\sin AA'B.$$

Le sinus de l'angle d'aberration α est donc égal au rapport des vitesses de la terre et de la lumière, multiplié par le sinus de l'angle que fait la direction A'B de la lunette avec AA', qui est celle du mouvement de la terre dans son orbite au moment considéré. L'angle α sera nul ou maximum, si AA'B est nul ou égal à 90 degrés. Par conséquent, il n'y a pas d'aberration pour les étoiles situées dans le sens AA' du mouvement terrestre; elle est maximum et égale à $\frac{v}{V}$ pour celles qui sont dans le plan normal à ce mouvement.

Cette explication rend évidemment compte de toutes les circonstances présentées par l'anomalie que nous étudions en

ce moment. Or, l'angle maximum α a été mesuré et trouvé égal à 20″,445. Nous avons donc une relation simple entre la vitesse de la terre et celle de la lumière, relation qui permettra de calculer l'une de ces quantités si l'autre est connue.

$$\frac{v}{V} = \sin 20'',445.$$

Les astronomes ayant mesuré la parallaxe du soleil, en ont conclu la distance de cet astre à la terre et la vitesse v qu'a celle-ci dans son orbite; cette vitesse est égale à 7,6 lieues. L'équation précédente a permis ensuite de calculer V, et le nombre qu'on a trouvé ne diffère que de $\frac{1}{100}$ de celui qui avait été obtenu par Rœmer.

On voit, par ce qui précède, que les astronomes ont trouvé dans le ciel des circonstances toutes faites, soit un signal qui se produit à des intervalles réglés, mais à des distances variables, soit une perturbation dans la situation des étoiles, occasionnée par la composition des vitesses de la terre dans son orbite et de la lumière dans le tube des lunettes, et qu'il leur a suffi d'interpréter et de mesurer ces circonstances pour en déduire la vitesse de la lumière. A leur tour, les physiciens ont cherché à mesurer la même vitesse à la surface de la terre, et ils ont été, tout d'abord, obligés d'imaginer des expériences analogues à celles que les astronomes trouvaient réalisées par la nature.

La première combinaison de ce genre est due à M. Fizeau. Je vais décrire d'abord la disposition expérimentale (*fig.* 693, *Pl. III*).

M. FIZEAU. — I. La partie essentielle de l'appareil est un disque tournant *aa'* porté sur un axe horizontal RR' en relation avec une série de roues dentées et de pignons EDC. Un poids anime tout l'appareil, et la rotation du disque atteint bientôt une vitesse uniforme. Un frein permet de la modérer, et un compteur B de la mesurer. Le contour du disque est taillé en dents parfaitement égales entre elles et séparées par des intervalles égaux à leur largeur; il y en avait sept cent vingt. Le bord de ce disque représente ainsi un cercle divisé en quarts de degré, dans lequel on aurait évidé tous les quarts

impairs et où on aurait laissé ceux dont l'ordre est pair. La certitude des expériences devant dépendre de l'exactitude apportée dans cette construction, c'est Froment qui en avait été chargé.

II. Un point lumineux A fourni par une lampe éclairait un jeu de lentilles qui concentraient la lumière en A'; mais une lame de verre sans tain et à faces parallèles N réfléchissait une partie des rayons en un deuxième foyer *a*, lequel était précisément dans le plan du disque et dans la partie dentée de son contour (*fig.* 694, *Pl. III*). Quand ce disque tournait, les espaces vides et pleins se succédant alternativement en *a* laissaient passer ou interrompaient le rayonnement de ce foyer.

III. La lumière alternative émanée de *a* arrivait dans un collimateur *a*FG (*fig.* 693); elle traversait une lentille FG qui la transformait en un faisceau de rayons parallèles à *a*OO'.

Toute cette partie de l'appareil avait été établie dans le belvéder d'une maison de Suresnes, et réglée de façon à diriger le faisceau OO' vers un point connu, marqué par une mire O', à une fenêtre d'une autre maison sise à Montmartre. Voici comment on avait pu réaliser cette condition : il y avait en P, derrière la glace N, un oculaire visant au foyer *a* et qui constituait avec l'objectif FG une véritable lunette dont l'axe était *a*O; et en regardant en P on voyait l'image de la mire O'; on la fit coïncider avec *a*, et quand cela fut fait, on put être sûr que les rayons partis de *a* allaient à leur tour rencontrer la mire O'.

Les choses étant ainsi réglées à la première station, on disposa à la seconde, au point visé O', une lunette MLHK que l'on dirigea de manière à voir le point O au centre H du réticule; alors on était assuré que les rayons FM et GL, partis de *a*, viendraient converger au foyer H. Cela fait, on enleva l'oculaire K; on le remplaça par un miroir plan que l'on fixa en H perpendiculairement à O'H. Le rayon *a*FMH fut réfléchi suivant HLG*a*, et *a*GLH suivant HMF*a*; tous revinrent au point de départ *a*, traversèrent la glace inclinée N, et, en regardant à travers l'oculaire P, on vit l'image de *a* après que sa lumière avait fait le trajet de Suresnes à Montmartre et de Montmartre à Suresnes. L'espace parcouru *d* était de 17266 mètres.

IV. Donnons au disque une vitesse croissante. La lumière part de a (*fig.* 694, *Pl. III*) par l'espace compris entre les dents B et C; elle va se réfléchir à Montmartre et revient en a après un temps t égal à $\frac{d}{V}$. Mais pendant ce même temps t, le disque a tourné d'un angle qui augmente avec sa vitesse; quand celle-ci est suffisamment grande, la dent pleine C s'est substituée à l'intervalle C′ au moment où la lumière revient en a; et cela se reproduisant pour chaque émission successive, il y a éclipse continue. Si la vitesse de rotation devient double, les rayons de retour passeront dans l'intervalle D′; si elle est triple, ils seront interceptés par D, et ainsi de suite. En général, quand, pendant la durée t du double trajet, le nombre de divisions, pleines ou évidées, qui passent en a est impair, il y a éclipse; quand il est pair, il y a maximum d'éclat. Ce nombre est donné par l'expérience, désignons-le par m.

D'autre part, ce nombre de divisions qui passent devant a est :

Pendant un tour..... 4.360,

Pendant une seconde... $4.360.n$,

Pendant t ou $\frac{d}{V}$..... $4.360.n.\frac{d}{V}$,

et l'on a

$$4.360.n.\frac{d}{V} = m.$$

Pour obtenir V il suffit donc de reconnaître le numéro d'ordre m de l'éclipse ou de l'éclat observé, et d'avoir mesuré : 1° le nombre de tours n du disque, ce qui se fait avec le compteur; 2° la distance d du double trajet. Les expériences de M. Fizeau ont donné pour V une valeur égale à 78 841 lieues ou 315 364 kilomètres, nombre peu différent de celui de Rœmer.

M. FOUCAULT. — Avant que M. Fizeau exécutât ce travail, une autre entreprise avait été projetée par Arago. Voici à quelle occasion : M. Wheatstone venait de mesurer la vitesse de l'électricité au moyen de miroirs tournants. En gros, son procédé revenait à ceci : on déchargeait une batterie électrique

à travers un circuit interrompu en trois points horizontaux A, B, C. En partant des deux armatures la décharge se faisait d'abord en A et C; elle n'arrivait en B qu'après avoir traversé deux longs circuits et s'être retardée dans ce trajet. On regardait les trois étincelles dans un miroir tournant rapidement; on voyait A et C sur une même ligne horizontale; mais B était dévié, parce que le miroir s'était déplacé pendant le temps qu'avait mis l'électricité pour parcourir les circuits.

Cette méthode, qui avait suffi pour mesurer la vitesse de l'électricité, inspira à Arago, dès 1838, l'idée d'appliquer les miroirs tournants à la mesure de la vitesse de la lumière. Il publia un projet d'expériences très-circonstancié, et il confia à M. Breguet la construction d'un appareil destiné à les réaliser, et qui fut effectivement construit; mais avant qu'on eût essayé de s'en servir, M. Foucault avait obtenu de M. Froment un instrument beaucoup plus simple, et, modifiant les projets d'Arago, qui eussent été difficilement réalisables, il imagina d'autres dispositions dont le succès fut complet et dont il nous reste à parler.

I. L'appareil à rotation est une petite turbine qui ressemble beaucoup à la sirène (*fig.* 695, 696, 696 *bis*, 696 *ter*, *Pl. III*). On fait arriver le vent d'une soufflerie par un tube *aa* dans un tambour annulaire AA. Le couvercle de ce tambour est percé d'une rainure circulaire BB′ interrompue par des lames hélicoïdales. Par les intervalles qui les séparent le vent s'échappe, obliquement et dans le sens des flèches (*fig.* 696 *bis*); il rencontre une boîte CC creuse et mobile autour d'un axe vertical et qui est divisée par d'autres cloisons hélicoïdales CC inclinées dans un sens opposé aux conduits du tambour (*fig.* 696 *ter*). Le vent sortant de ceux-ci frappe les lames de la boîte mobile et la fait tourner avec une vitesse qui peut dépasser huit cents tours à la seconde autour de son axe vertical DD′. Cet axe porte le miroir M.

Mais pour atteindre cette limite il fallait maintenir les pivots humectés avec de l'huile que l'on faisait arriver continuellement sous une pression réglée d'avance. Il fallait aussi et surtout éviter les mouvements latéraux de l'axe, qui, avec une aussi grande vitesse, altèrent rapidement les pivots, mais qui disparaissent quand l'axe d'inertie est confondu avec celui de

rotation. C'est pour satisfaire à cette condition qu'on avait placé un régulateur en *b* (*fig.* 695). C'est un anneau dont le contour est rectangulaire et dont les angles sont traversés par des vis lourdes et verticales. Par des coups de lime donnés systématiquement sur les sommets, on amène le centre de gravité à coïncider avec la ligne des pivots, et, par conséquent, l'axe d'inertie à couper l'axe de rotation; les vis verticales servent ensuite à établir la coïncidence exacte de ces deux axes.

II. Cette turbine est placée sur un support solide, dans une chambre obscure. Soit BC l'une des positions du miroir M (*fig.* 697, *Pl. III*). En face est une ouverture rectangulaire A qui envoie les rayons solaires; elle porte en son milieu un fil vertical pour préciser la visée. Les rayons traversent d'abord une lame de verre MM′ à faces parallèles, ensuite un objectif achromatique BC, et ils sont reçus sur le miroir *bc*, que nous supposerons d'abord immobile. Là ils se réfléchissent et viennent former en D l'image réelle de A. En ce point ils rencontrent un miroir concave *pp′*, dont le centre est en O, et où ils se réfléchissent de nouveau. L'un d'eux, B*b*D, revient en D*c*C, puis en A; de même, le rayon C*c*D revient en D*b*B et en A. En général, tous ceux qui ont été reçus par le miroir *bc* forment une image de retour exactement superposée à la ligne lumineuse A; mais avant d'y arriver ces rayons rencontrent la glace MM′, où une partie se réfléchit pour venir former une image α qu'on regarde avec une loupe et qu'on fait coïncider avec un réticule fixe R.

Supposons maintenant que le miroir tourne lentement; le point D parcourt une circonférence de rayon OD et sort du miroir *pp′*, mais il y revient à chaque révolution, et à chaque fois les rayons reviennent en α où se forment des images successives qui impressionnent l'œil d'une manière continue si la vitesse est suffisante. Il faut remarquer que si au miroir concave *pp′* on en ajoute un second *qq′* appartenant à la même sphère prolongée, il donnera une image au même point α, et que si on place devant son milieu E un tube FF′ plein d'eau, les rayons qui l'auront traversé concourront à former cette image α avec ceux qui auront été réfléchis dans l'air en D; seulement il sera nécessaire de placer avant le tube une lentille convergente pour compenser l'éloignement du foyer produit par l'eau.

Comme il est essentiel de distinguer les images formées en α par les rayons qui ont traversé l'air ou l'eau, voici l'addition ingénieuse qu'on fait à l'appareil. Le diaphragme A formant une image réelle en D dans l'air, on en intercepte les bords en plaçant en D un écran qui en diminue la hauteur; mais on laisse à l'image qui se forme en E toute son étendue. De cette façon, quand on regarde en α avec la loupe R on voit (*fig.* 698, *Pl. III*) l'image complète *pqrs*, qui est donnée par le tube, et une autre image réduite *uvxy* réfléchie par le miroir D, et qui se superpose partiellement à la première; les bords *pquv*, *xyrs* paraissent verts, parce que les rayons ont traversé une longue colonne d'eau. La ligne *ab* représente l'image du fil vertical tendu en A.

Je suppose maintenant qu'on augmente progressivement la vitesse du miroir *bc* jusqu'à lui faire décrire quatre ou cinq cents tours par secondes, voilà ce qui arrivera : les rayons partiront du miroir quand il occupe la position *bc*, arriveront en D et reviendront sur leurs pas; mais comme ils auront mis un certain temps pour faire ce trajet et que le miroir aura subi un déplacement pendant ce temps, ils le retrouveront en $b'c'$; alors ils seront renvoyés en cC' et bB'; ils formeront leur image non en A mais en A', et la loupe la verra non en α mais en α'. La ligne *ab*, dans le champ de vision, aura donc été déplacée en $a'b'$ (*fig.* 699, *Pl. III*), aussi bien dans l'image qui vient du liquide que dans celle qui vient de l'air, et comme la déviation est d'autant plus grande que la vitesse est moindre, il sera aisé de reconnaître celui des deux milieux qui transmet le plus vite un faisceau de lumière. Or, l'expérience montre que l'image aérienne c' est toujours moins déviée que sa congénère $a'b'$ formée à travers l'eau; donc *la vitesse de la lumière est plus grande dans l'air que dans l'eau.*

Ce premier résultat a eu, comme on le verra bientôt, une extrême importance. Mais on pouvait faire plus : mesurer exactement le déplacement d'une part, le nombre de tours du miroir de l'autre, et en conclure la vitesse exacte de la lumière dans l'air. C'est ce que vient de faire M. Foucault, au moyen du même appareil auquel il avait ajouté un rouage chronométrique qui mesurait le nombre des tours de la turbine pendant chaque seconde. La vitesse V a été trouvée, en

moyenne, égale à 298 187 kilomètres, au lieu de 308 333. Elle est réduite de $\frac{1}{30}$.

On se rappelle la relation donnée par la théorie de l'aberration

$$\frac{v}{V} = \sin 20'',445.$$

Une fois qu'on a mesuré directement V, on en tire la vitesse v de la terre dans son orbite. Or, appelant T la durée observée de la révolution de la terre, r le rayon moyen de l'orbite,

$$2\pi r = vT,$$

ce qui fait connaître la distance r de la terre au soleil; et puisque V doit être diminué de $\frac{1}{30}$, il faut aussi réduire dans la même proportion la distance de la terre au soleil.

SOIXANTE-DIX-HUITIÈME LEÇON.

RÉFLEXION ET RÉFRACTION.

Réflexion. — Loi expérimentale de la réflexion. — Image d'un objet. — Déplacement de l'image quand le miroir se meut parallèlement ou angulairement. — Réfraction. — Lois géométriques. — Tableau des indices de réfraction. — Indice de retour. — Indice de passage ou relatif. — Discussion de la formule. — Angle limite. — Réflexion totale. — Explication de la réflexion et de la réfraction dans le système de l'émission. — Contradiction avec l'expérience; abandon définitif de cette théorie. — Explication dans le système des ondes. — Adoption provisoire de cette théorie. — Construction générale des ondes réfléchies et réfractées. — Réflexion sur une sphère. — Réfraction par des surfaces planes. — Cas d'une lame à faces parallèles.

Quand la lumière rencontre une surface polie qui sépare deux milieux différents, elle se divise en deux parties : l'une qui se réfléchit et se propage dans le milieu antérieur, l'autre qui se réfracte et qui se transmet dans le deuxième milieu s'il est transparent, ou qui est absorbée par lui à une petite distance de sa surface, s'il est opaque.

RÉFLEXION.

LOI DE LA RÉFLEXION. — Pour découvrir les lois de la réflexion, nous nous servirons du cercle divisé qui a été précédemment décrit (*fig.* 677, *Pl. III*). L'une des alidades A porte un simple tube $a'a''$ noirci intérieurement, éclairé en a' par une ouverture ronde au centre de laquelle se croisent deux fils rectangulaires. Sur l'autre alidade B est établie une lunette $b'b''$ avec un réticule et une vis de tirage. La surface réfléchissante est fixée en D. Au moyen d'une coulisse et de la vis G on l'élève ou on l'abaisse jusqu'à la placer à la hauteur du

centre du cercle divisé, et on la cale par les vis e, e', de telle sorte que les images réfléchies par elle et observées par la lunette $b'\,b''$ ne se déplacent pas quand on la fait tourner par le bouton F autour d'un axe FD qui est parallèle au plan du limbe : on est alors assuré que la lame réfléchissante est normale à ce plan. Pour achever de régler l'expérience, il suffira de placer verticalement la lunette $b'\,b''$ au zéro de la division du cercle et d'amener par l'alidade γ la plaque D dans une position telle, que l'image réfléchie par elle des fils du réticule se voie dans la lunette en coïncidence avec eux-mêmes. Par raison de symétrie, la lunette sera normale à la plaque, et en la faisant ensuite mouvoir sur le cercle, on saura l'angle qu'elle fait avec cette plaque.

La *fig.* 700 représente les conditions théoriques de l'expérience. NN′ est la normale à la surface; AB est le tube noirci

Fig. 700.

dans une position quelconque. Voici ce qui résulte de l'observation. Si, avant d'avoir placé en M la plaque réfléchissante, on dispose la lunette en CD et qu'on règle convenablement le tirage, on voit l'image des fils croisés A en coïncidence avec le centre du réticule; et si, après avoir fixé la plaque en M, on amène la lunette en C′D′ dans une position symétrique de CD

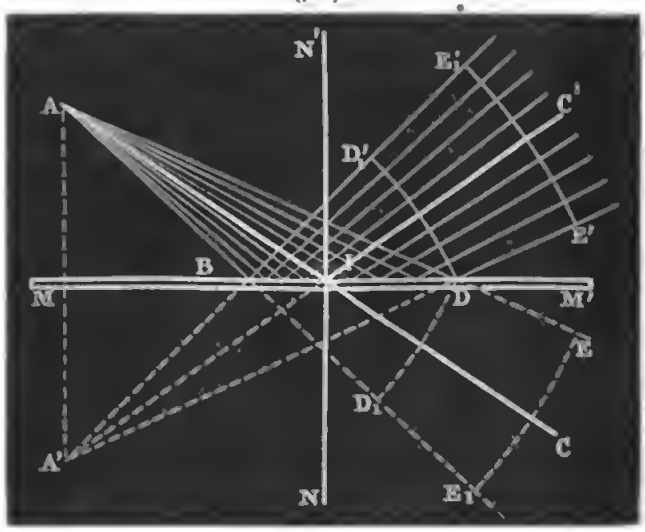
sans changer le tirage, on voit encore distinctement l'image des fils croisés en coïncidence avec le réticule, comme s'ils existaient en un point A′ symétrique de A. Ce résultat expérimental, indépendant de la distance de A et de la position du tube CD, résume la loi générale de la réflexion et s'énonce ainsi :

« La lumière qui est envoyée par le point A et qui a été réfléchie par une surface plane est dans les mêmes conditions physiques que si elle partait d'un point A′ symétrique de A par rapport au miroir. A′ est ce qu'on nomme l'image virtuelle de A. »

On a interprété cette loi de deux manières, correspondant aux deux modes de représentation adoptés pour se figurer la propagation de la lumière.

I. Si l'on représente le mouvement lumineux parti de A par des ondes sphériques concentriques, telles que DD_1, EE_1,... (*fig.* 701), celui qui viendrait d'un point symétrique A′

Fig. 701.



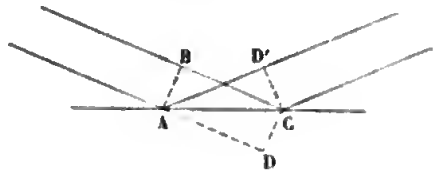
serait figuré par d'autres ondes qui arriveraient au même moment sur les sphères DD'_1, EE'_1,..., et seraient symétriques des premières. Dès lors :

« Les ondes émises par un point lumineux se changent par la réflexion en d'autres ondes qui au même moment sont symétriques des premières par rapport à la surface polie. »

Dans le cas où le point lumineux est à l'infini, la surface

d'onde incidente DC est plane, la surface réfléchie CD' l'est également, toutes deux restent symétriques (*fig.* 702).

Fig. 702.



II. Si nous supposons, au contraire, que l'effluve lumineuse émanée de A soit décomposée en rayons élémentaires tels que AIC (*fig.* 701), l'effluve partie du point symétrique A' pourra se décomposer de la même manière en rayons tels que A'IC'. Alors on pourra dire :

1° Qu'à un rayon incident AI correspond un rayon réfléchi IC';

2° Que le plan d'incidence AIN' mené par le rayon incident et la normale IN' est confondu avec la plan de réflexion N'IC';

3° Que l'angle d'incidence AIN' est égal à l'angle de réflexion N'IC'.

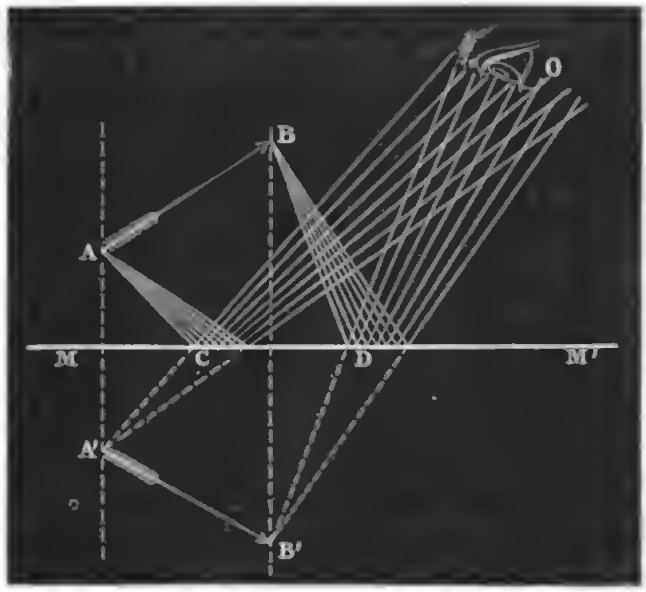
Bien que cet énoncé soit généralement adopté, c'est celui qui s'écarte le plus de l'observation. Il ne faut pas oublier que la décomposition du faisceau en rayons linéaires étant entièrement conventionnelle, l'idée qui les représente comme se réfléchissant individuellement est fictive au même titre; et en effet, aussitôt qu'on cherche à réduire un miroir à une seule ligne I perpendiculaire au plan d'incidence, on voit apparaître tous les phénomènes de diffraction que nous avons réservés. Ce qui est seul réel et strictement conforme à l'expérience, c'est que nous voyons la lumière réfléchie comme si elle partait d'une image symétrique.

IMAGE D'UN OBJET. — Si la lumière part d'un objet AB (*fig.* 703), chacun de ses points A ou B a son image virtuelle en A' ou B', et l'œil, placé en O, reçoit les faisceaux réfléchis comme s'ils étaient envoyés par un objet symétrique A'B'.

L'angle de AB avec son image A'B' est double de celui qu'il

fait avec la surface MM′ du miroir. D'où il résulte qu'un objet

Fig. 703.



vertical est vu horizontal dans un miroir incliné à 45 degrés, et réciproquement.

Si un miroir MN se déplace parallèlement à lui-même d'une quantité a jusqu'en M′N′ (*fig.* 704), l'image qui était en A′ à une distance de A égale $2d$, se place en A″ à une distance $2(d+a)$. La différence A′A″, c'est-à-dire le déplacement de l'image, est $2a$; elle est égale au double du mouvement du miroir.

Fig. 704.

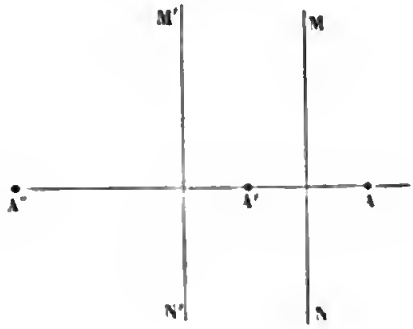
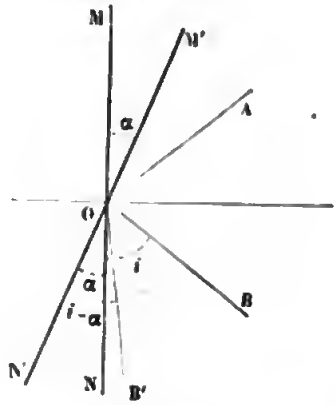


Fig. 705.



Il en est de même pour le cas où le miroir se déplace an-

gulairement (*fig.* 705). Soit NOM la première position du miroir, AO et OB les rayons incidents et réfléchis. L'angle AOM = BON = i. Quand le miroir tourne d'un angle α et se place en N'OM', l'angle d'incidence diminue de α, le rayon réfléchi est OB', et l'on a

$$N'OB' = i - \alpha, \quad N'OB = i + \alpha,$$

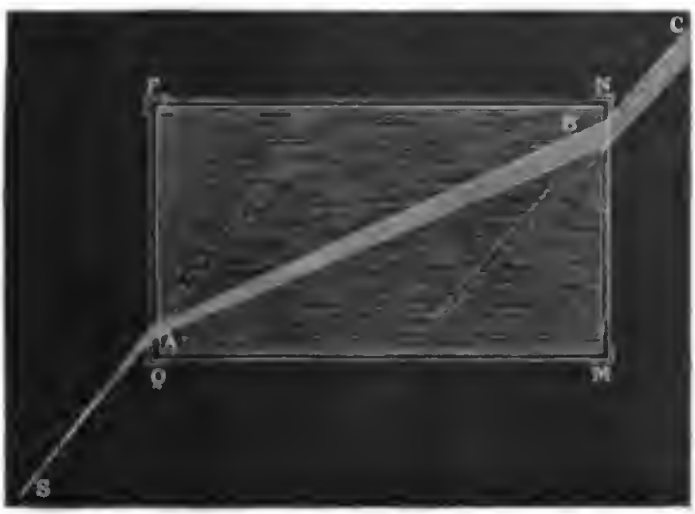
$$B'OB = N'OB - N'OB' = i + \alpha - (i - \alpha) = 2\alpha;$$

par conséquent l'angle des deux rayons réfléchis est égal au double du déplacement donné au miroir.

RÉFRACTION.

On peut avoir une idée générale du phénomène de la réfraction en faisant arriver un faisceau solaire dans une chambre obscure et le recevant obliquement à travers une cuve pleine d'eau (*fig.* 706). Comme il illumine les poussières qui

Fig. 706.



se trouvent sur son passage, on voit dans l'obscurité le chemin qu'il suit. On constate ainsi qu'il se rapproche de la normale en pénétrant dans l'eau, que la déviation est nulle sous l'incidence perpendiculaire, qu'elle augmente avec l'inclinaison jusqu'à une valeur limite et que, dans les cas où la

deuxième surface est parallèle à la première, le faisceau reprend sa direction primitive en sortant de l'eau pour rentrer dans l'air.

LOIS GÉOMÉTRIQUES. — Les lois de la réfraction sont complexes : elles dépendent à la fois de certaines qualités inhérentes aux lumières qu'on étudie, de la distance du point lumineux, de la nature des milieux en contact, et enfin de l'inclinaison du faisceau incident sur la surface de séparation.

Pour commencer par un cas relativement simple, nous choisirons tout d'abord la lumière émise par la combustion de l'alcool salé, lumière d'un jaune pâle et qui dans l'obscurité illumine en jaune tous les objets, quelle que soit leur couleur propre. Les raisons de ce choix ne pourront être données que dans la Leçon suivante où nous chercherons à étendre à toutes les lumières les lois que nous allons trouver avec la lampe à alcool salé. Nous prendrons ensuite un point lumineux situé à l'infini, de sorte que les ondes seront planes en arrivant sur la surface réfringente. Enfin nous choisirons comme premier exemple un milieu déterminé, l'eau. Dans ce cas bien défini, nous n'avons plus qu'à chercher comment varie le phénomène avec les incidences.

Nous emploierons encore le même cercle divisé (*fig.* 707), placé dans un plan vertical et réglé comme précédemment; nous éclairerons les fils croisés qui sont à l'extrémité A du tube AB avec une lampe à alcool salé. Il faudrait que le point A fût reculé jusqu'à l'infini ; comme cela n'est pas possible, on a recours à un artifice qui réalise les mêmes conditions et qui consiste à armer l'autre extrémité B du tube d'une lentille convergente dont la distance focale est égale à AB. On prouvera dans la suite, et l'expérience montre aisément que la lumière partie de A et sortant de la lentille B est dans les mêmes conditions physiques que si elle venait d'un point placé à l'infini sur l'axe BA. La lunette, amenée dans la position GH et braquée à l'infini, vise ce point. Soit i l'angle que son axe fait alors avec la verticale NN. Nous disposerons ensuite une cuve en verre CDEF dont le fond ED normal à l'axe G'H' est porté par la même alidade que la lunette et partage tous ses mouvements, et nous y mettrons de l'eau

jusqu'en O. Sortie de la lentille B, la lumière pénètre dans l'eau en se déviant, et l'expérience prouve qu'on peut toujours, en déplaçant la lunette sur le cercle, lui donner une position G'H' telle, que le faisceau traversant DE normalement et sans déviation parcourt la lunette suivant son axe G'H', de façon qu'on voit, sans changer le tirage, l'image du point A en coïncidence avec le réticule. Soit r l'angle que fait alors l'axe

Fig. 707.

de la lunette avec la verticale NN. La réfraction à travers DF se borne donc à changer la direction suivant laquelle on voit un point lumineux situé à l'infini. Cette direction faisait avec la normale NN un angle d'incidence i; elle fait un angle r après la réfraction, et l'on trouve entre i et r la relation

$$\frac{\sin i}{\sin r} = 1,333.$$

Cette loi a été découverte par Descartes et porte son nom. Comme la loi de la réflexion, elle s'interprète de deux manières :

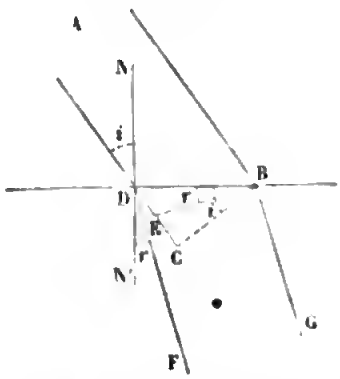
I. On peut d'abord représenter la lumière incidente par des ondes qui seront planes, puisqu'elles viennent de l'infini. Soit CB l'une d'elles (*fig.* 708); elle rencontre la surface

réfringente suivant une ligne B et fait avec elle un angle DBC égal à *i*. L'onde réfractée est également plane; sa surface, au même moment, est BE; elle rencontre la surface réfringente suivant la même ligne B et fait avec elle un angle EBD égal à *r*. Les lois s'expriment ainsi :

« 1° A toute onde plane incidente correspond une onde plane réfractée qui lui est simultanée; 2° toutes deux se rencontrent sur la surface réfringente en une trace commune, normale au plan d'incidence; 3° les sinus des angles *i* et *r* que font les ondes incidente et refractée avec la surface réfringente sont dans un rapport constant. »

II. Si on décompose la lumière incidente en rayons fictifs parallèles entre eux, puisqu'ils viennent de l'infini, et que l'on considère en particulier celui qui parcourt l'axe AB du tube (*fig.* 707), il forme avec la normale ON un plan et un angle *i* qu'on nomme *plan* et *angle d'incidence*. La lumière réfractée, puisqu'elle est dans les mêmes conditions que si elle venait de l'infini, est également composée de rayons parallèles, dont l'un OG' H' suit l'axe de la lunette et continue BO; il fait avec la normale un plan et un angle *r* qu'on nomme *plan* et *angle de réfraction*, et on dira : « 1° à tout rayon incident correspond un rayon réfracté; 2° tous deux sont contenus dans le même plan normal à la surface en O; 3° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant et égal à 1,333, quand la lumière passe de l'air dans l'eau. »

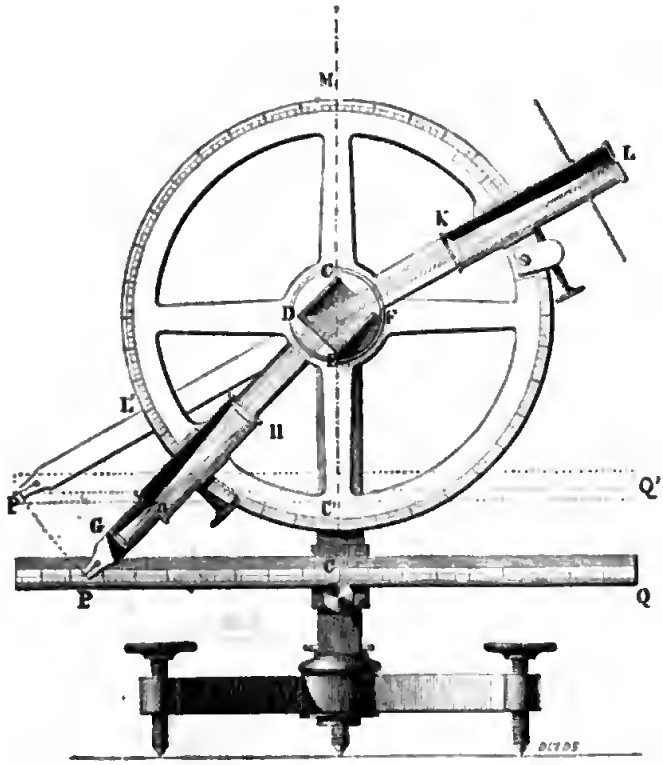
Fig. 708.



On emploie souvent pour la vérification expérimentale un appareil qui n'est pas sans intérêt (*fig.* 709). C'est un cercle portant comme précédemment un collimateur LK et une lunette HG fixée à la cuve DEF; mais les alidades sont prolongées par des tiges KL' P' et GP, terminées elle-mêmes par deux ouvertures étroites P et P', que l'on a percées à la même distance du centre. Une règle PQ, qu'on peut élever ou abaisser, mais qui reste toujours horizontale, est placée successivement derrière P et P'. Les distances PC, P' C' de ces ouvertures à l'ori-

gine des divisions mesurent alors les sinus des angles d'in-

Fig. 709.



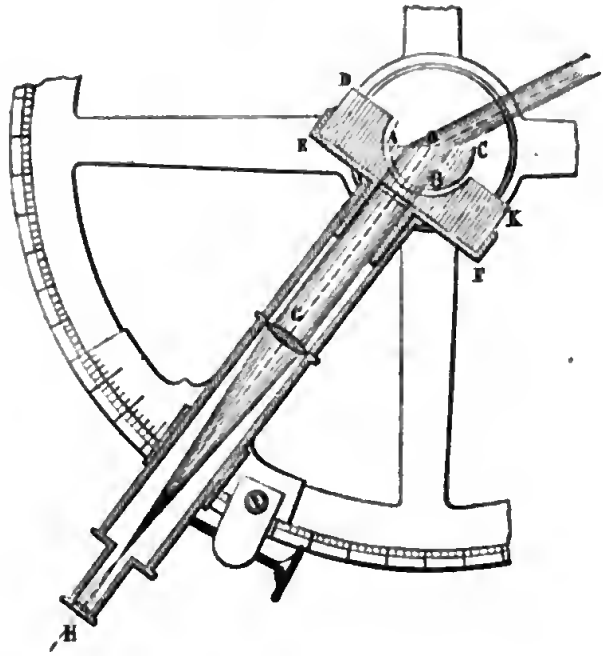
cidence et de réflexion, et on peut aisément reconnaître que leur rapport reste constant.

SUBSTANCES DIVERSES. — Ce rapport est égal à 1,333 pour l'eau. Si dans nos expériences nous remplaçons ce liquide par de l'huile ou des dissolutions salines, ou des essences, ou par toute autre substance liquide que nous voudrons, la loi demeurera la même, mais le rapport des sinus prendra d'autres valeurs : il sera 1,67 pour le sulfure de carbone, 1,47 pour l'huile d'olive, 1,37 pour l'alcool, etc. En général, nous le représenterons par *n* et nous le nommerons *indice de réfraction.*

Pour faire la même étude avec un solide transparent, nous emploierons un appareil qui est dû à Boscovitch (*fig.* 710). ABC est un demi-cylindre de verre; DEFK est un parallélipipède de la même substance, creusé d'une gouttière cylin-

drique au fond de laquelle le demi-cylindre ABC s'enchâsse exactement. On place cet appareil sur un cercle divisé de façon que le demi-cylindre ABC soit fixé horizontalement au

Fig. 710.



centre et que DEFK puisse tourner avec l'alidade de la lunette CH. EF est fixé normalement à l'axe optique de la lunette, et les expériences se font comme précédemment. Elles démontrent les mêmes lois. Voici quelques résultats :

INDICES DE RÉFRACTION.

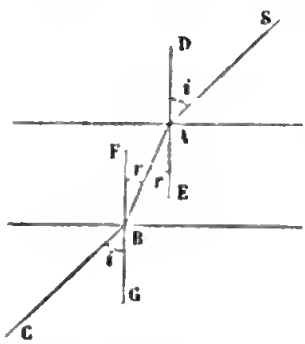
Chromate de plomb	2,50	à 2,97
Diamant	2,47	à 2,75
Phosphore	2,224	
Soufre natif	2,115	
Zircon	1,95	
Borate de plomb	1,86	
Rubis	1,78	
Sulfure de carbone	1,67	
Huile de cassia	1,63	
Topaze	1,61	
Béryl	1,60	
Huile d'amandes amères	1,60	

INDICES DE RÉFRACTION (Suite).

Émeraude	1,58
Flint-glass	1,57
Quartz	1,54
Sel gemme	1,54
Colophane	1,54
Baume du Canada	1,53
Huile de noix	1,50
Crown-glass	1,50
Huile d'olive	1,47
Spath fluor	1,43
Acide sulfurique	1,42
Alcool rectifié	1,37
Éther sulfurique	1,36
Albumine	1,35
Eau	1,33

INDICES DE RETOUR ET RELATIF. — Toutes ces valeurs étant supérieures à l'unité, la lumière se rapproche de la normale en passant de l'air dans ces diverses substances. Qu'arriverait-il si elle suivait la marche inverse? L'expérience prouve qu'une lame à faces parallèles (*fig.* 711), placée entre une lunette et un objet très-éloigné, ne déplace jamais l'image. Cela montre que les rayons incidents SA et les rayons émergents BC sont parallèles, et font le même angle i avec la normale; or on a

Fig. 711.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

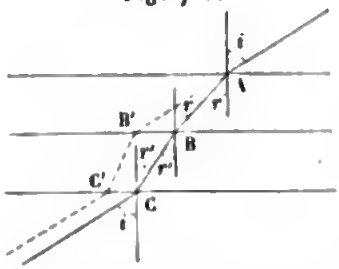
donc

$$\frac{\sin ABF}{\sin CBG} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

En général, lorsque l'indice au passage de l'air dans un milieu est n, l'indice pour le retour de ce milieu dans l'air est $\frac{1}{n}$.

Si on superpose deux lames parallèles (*fig.* 712), dont les indices respectifs sont n, n', quel sera l'indice relatif à leur limite de séparation? L'expérience prouve que l'ensemble des deux lames ne déplace pas les images, ce qui exige que les rayons incidents et émergents fassent le même angle i avec la normale. On aura successivement

Fig. 712.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \frac{\sin r}{\sin r'} = x, \quad \frac{\sin r'}{\sin i} = \frac{1}{n'};$$

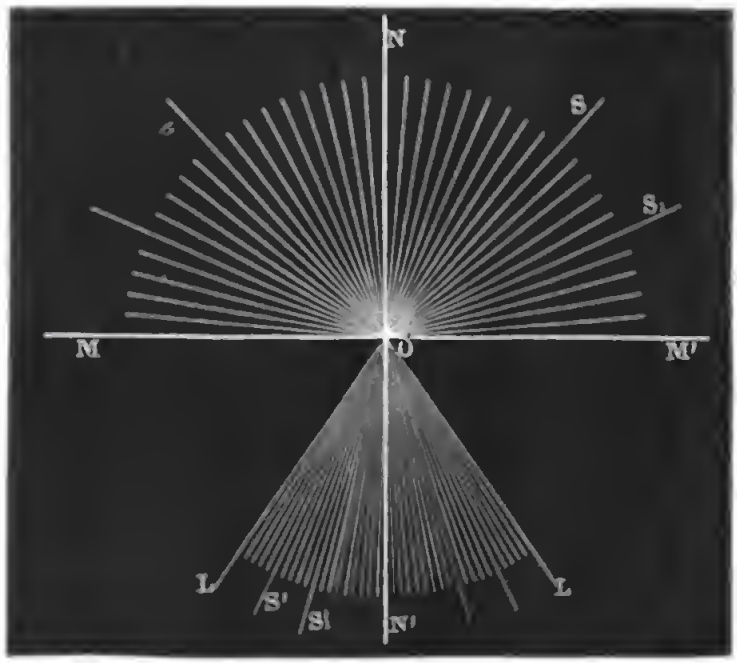
en multipliant membre à membre,

$$1 = \frac{nx}{n'}, \quad x = \frac{n'}{n}.$$

L'indice au passage d'un premier milieu dans un second est égal au rapport des indices du second et du premier milieu.

DISCUSSION. — D'après la formule $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, on voit que n

Fig. 713.



étant plus grand que l'unité, l'angle r est plus petit que i; qu'il

est nul quand $i = 0$; qu'il croît avec i, et que, pour l'incidence rasante, r atteint un maximum R donné par la formule

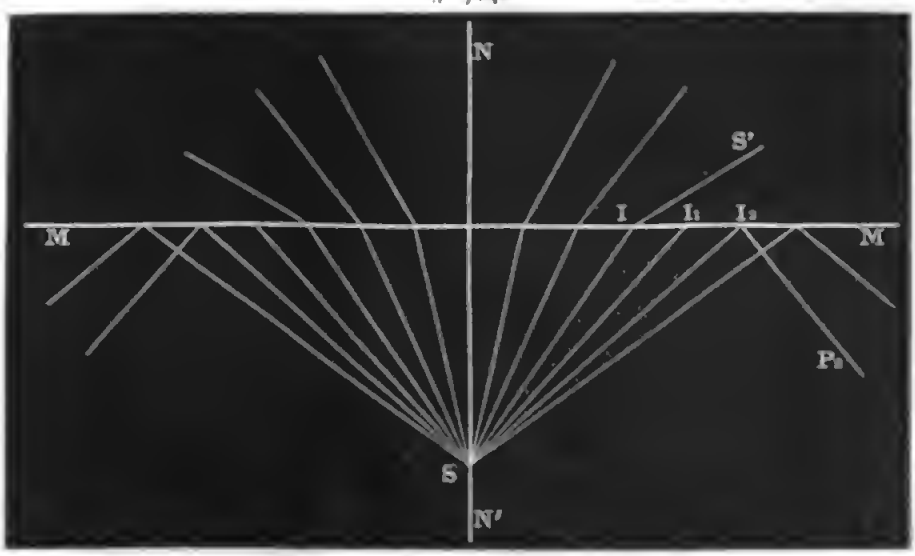
$$\sin R = \frac{1}{n}.$$

R est ce qu'on nomme l'*angle limite*.

Donc, un faisceau continue son chemin en ligne droite, s'il est normal (*fig.* 713); il se rapproche de ON' dans tous les autres cas, et il atteint une limite OL pour $i = 90$. Si on décrit un cône avec OL pour génératrice, il marque la limite de tous les rayons réfractés qui pénétreraient par le point O.

RÉFLEXION TOTALE. — Supposons que la lumière marche en sens inverse (*fig.* 714). Partant du milieu le plus réfringent suivant SI pour entrer dans celui qui l'est le moins, elle s'écartera de la normale et prendra la direction IS'. Le rayon limite

Fig. 714.



SI_1, qui fait un angle d'incidence R, émergera en rasant la surface I_1M. En effet, en appelant I l'angle d'émergence, on a

$$\sin R = \frac{1}{n}, \quad \sin I = n \sin R = 1, \quad I = 90^\circ.$$

Mais quand un rayon arrive sous une incidence r plus grande que l'angle limite R, on trouve

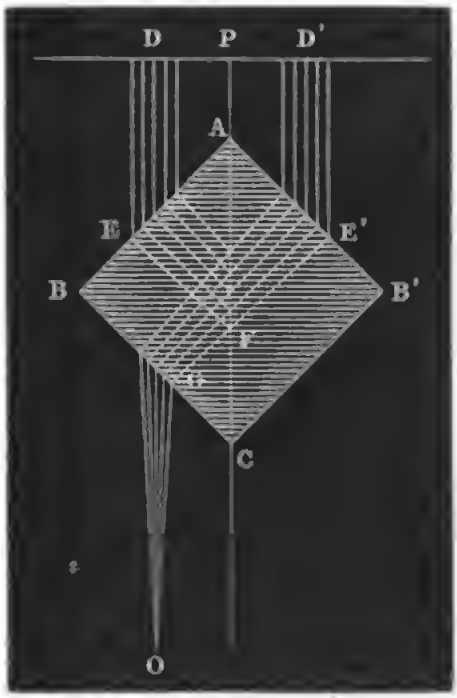
$$\sin r > \frac{1}{n}, \quad \sin i > 1.$$

La formule répond par une impossibilité; elle ne s'applique plus et il faut consulter l'expérience. L'expérience prouve qu'il n'y a plus de rayon réfracté, et qu'il se produit un phénomène nouveau et très-important.

En même temps qu'un rayon tel que SI donnait naissance à un rayon réfracté IS', il produisait aussi un faisceau intérieur réfléchi, qui était peu intense; mais aussitôt que la lumière SI_2 cesse de se réfracter, le faisceau réfléchi I_2P_2 devient très-vif. On va prouver qu'il contient toute la lumière incidente, et on dira que la réflexion est *totale*.

Soit (*fig.* 715) un prisme de verre ABC, rectangulaire en B: on fait tomber parallèlement à sa base AC la lumière émise par une feuille de papier blanc DD'. Chaque rayon tel que DE se réfracte en E, se réfléchit en F, pour se réfracter de nouveau en G, et rentrer dans l'air parallèlement à sa direction primitive. En plaçant l'œil dans ce faisceau émergent, on voit une image renversée de la surface DP, après une réflexion en F qui n'a pas dû affaiblir l'éclat si elle est totale, mais aussi après que les rayons ont subi deux réfractions en E et en G et traversé une épaisseur de verre EF + FG qui est égale à E'G, ce qui a dû diminuer leur intensité.

Fig. 715.

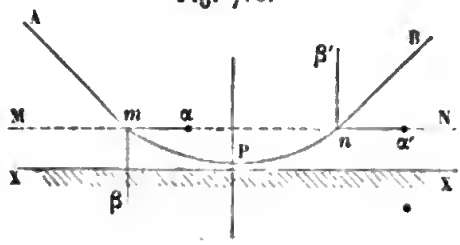


Superposons à ce prisme ABC un parallélipipède du même verre ABCB'. Un rayon D'E' se réfractera en E', traversera E'G, et se réfractera de nouveau en G; il aura subi les mêmes actions que le rayon DEFG, moins la réflexion en F, et si celle-ci est totale, l'éclat des deux faisceaux qui sont juxtaposés doit être le même : c'est ce que l'expérience vérifie.

EXPLICATIONS THÉORIQUES. — Avant d'aller plus loin, il faut examiner comment les deux théories de la lumière expliquent la réflexion et la réfraction; car si l'une d'elles se trouvait en opposition radicale avec les faits que nous venons de découvrir, on l'abandonnerait dès maintenant. Commençons par l'émission.

D'APRÈS LA THÉORIE DE L'ÉMISSION. — Dans cette théorie, chaque molécule lumineuse se meut nécessairement en ligne droite dans un milieu homogène. Soit A*m* la trajectoire de l'une d'elles, et supposons qu'elle s'approche d'une surface spéculaire XX (*fig.* 716). Arrivée à une distance limite très-petite, marquée par la surface parallèle MN, elle éprouve l'action du milieu réfléchissant, qui la repousse ou qui l'attire. Admettons qu'il la repousse.

Fig. 716.

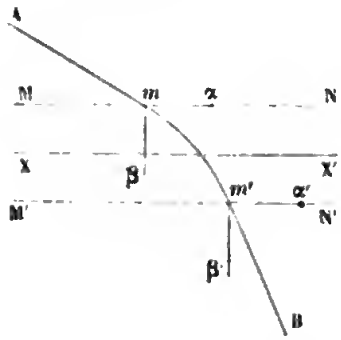


Décomposons la vitesse de la molécule en deux autres, l'une verticale $m\beta$, l'autre horizontale $m\alpha$. Celle-ci ne change point; mais $m\beta$ diminue par la répulsion et la trajectoire devient courbe et convexe. Arrivée en P, la molécule n'a plus de vitesse verticale. En continuant sa route elle éprouve la même répulsion de la part du milieu, parcourt un arc P*n* symétrique de P*m* et reprend peu à peu une vitesse verticale $n\beta'$, égale et contraire à celle qu'elle possédait en *m*, et qui se compose avec la vitesse horizontale $n\alpha'$; alors elle sort de la limite d'action, ayant été réfléchie suivant les lois connues. La théorie de l'émission explique donc très-bien la réflexion, comme on explique le rebondissement des billes de billard.

Pour concevoir la réfraction, il faut admettre (*fig.* 717) que la molécule arrivée à la limite MN est attirée. Si cela est, elle pénètre dans le milieu; elle continue d'être attirée jusqu'à une certaine limite d'attraction sensible M'N', et sa vitesse verticale $m\beta$ augmente. De MN à M'N' la trajectoire est courbe; à partir de *m'* elle redevient rectiligne; mais elle s'est rapprochée de la normale, puisque la composante verticale a

augmenté, et la vitesse de propagation n'est pas restée la même : elle était v dans le premier milieu, elle est devenue v' dans le second.

Fig. 717.



Soient i et r les angles d'incidence et de réfraction : les vitesses horizontales seront $v \sin i$ et $v' \sin r$ avant et après l'action du milieu. Or, aucune force n'ayant agi dans le sens horizontal, elles doivent être égales :

$$v \sin i = v' \sin r;$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v'}{v} = n.$$

Je ne m'arrêterai pas à cette difficulté, que la molécule lumineuse est repoussée s'il faut rendre compte de la réflexion, et qu'elle est attirée quand on veut expliquer la réfraction. Newton l'avait levée en partie en admettant que les molécules sont douées d'un mouvement de rotation sur elles-mêmes qui amène en contact avec la surface réfléchissante, tantôt un pôle qui est attiré, tantôt un autre qui est repoussé. Mais ce qui est beaucoup plus grave, c'est que la formule précédente exige que v' soit égal à nv, c'est-à-dire que la vitesse de la lumière soit plus grande dans un milieu plus réfringent, tel que l'eau, que dans un autre qui l'est moins, comme l'air. Cela est absolument contraire à l'expérience de M. Foucault, et nous sommes nécessairement contraints de renoncer d'une manière définitive et absolue aux idées théoriques qui impliquent une pareille contradiction.

D'APRÈS LES ONDULATIONS. — Soumettons la théorie ondulatoire à la même épreuve. Soit A un point lumineux (*fig.* 718, *Pl. IV*). Il est en vibration comme un point sonore; chacun de ses mouvements successifs se transmet dans l'éther et arrive en même temps sur des sphères concentriques. Considérons en particulier l'une d'elles, EFD; elle est l'intermédiaire nécessaire entre A et les parties les plus éloignées. On peut dire que c'est elle qui leur envoie la lumière; que tous les éléments D, E, F vibrent, et qu'ils transmettent leurs mouvements comme s'ils étaient autant de centres lumineux. Dé-

crivons de ces points des sphères avec un même rayon : elles seront toutes tangentes, en des points D′, F′, C, à une autre sphère D′F′C, qui est une nouvelle surface d'onde. On voit qu'elle est l'enveloppe de toutes les ondes élémentaires parties de D, F, E.

Or, les points A, D, D′ sont en ligne droite ainsi que A, F, F′ ou que A, E, C. Par conséquent, le mouvement lumineux est rectiligne, et, *dans son ensemble*, le flux émis par A est en réalité composé de rayons tels que AFF′. Mais on voit en même temps que si on voulait isoler ce rayon AFF′ par une fente mise en F, elle enverrait une onde sphérique *m*F′*n* qui ne serait pas restreinte à un seul rayon FF′. Ces considérations, qui seront complétées dans la suite, expliquent le mouvement rectiligne avec les restrictions que l'expérience a précisément indiquées; elles étaient nécessaires avant d'aborder l'explication de la réflexion comme nous allons maintenant le faire.

Le faisceau total rencontrant une surface XY, chacun des points BIC est ébranlé, il vibre et devient le centre d'un mouvement qu'il transmet, soit au-dessus, soit au-dessous. C'est ce qui constitue la réflexion ou la réfraction. A partir du moment où l'onde a rencontré le point B jusqu'à celui où elle arrive en D′, le point B a commencé à vibrer et a transmis son mouvement à une distance égale à BD′. Décrivons donc une sphère de B comme centre, avec un rayon BD″ = BD′, elle marquera le lieu d'arrivée dans le milieu supérieur de l'onde partie de B, c'est-à-dire réfléchie par ce point. Répétons la même construction pour tous les points de BC, et toutes les sphères auront deux enveloppes : l'une CD′ qui serait l'onde directe si BC n'existait pas, l'autre CD″ qui est le lieu de l'onde réfléchie simultanée.

Il est à peine nécessaire de faire remarquer que l'onde CF′D′ étant quelconque, on peut répéter la même construction avec DFE, décrire des divers points de la surface XY des sphères tangentes à DFE; elles ont deux enveloppes, l'une l'onde incidente DEE, l'autre l'onde réfléchie *dfe*.

Il est évident que les ondes CF″D″ et *dfe* sont symétriques de CF′D′ et DFE, et comme les premières viennent du point lumineux A, on peut dire que les secondes réalisent les mêmes conditions physiques que si elles émanaient du point A′ symé-

trique de A. La théorie des ondulations explique donc la réflexion et en exprime la loi de la même manière que l'expérience elle-même.

La réfraction n'offre pas plus de difficultés. Considérons toujours le cas où le point lumineux est à l'infini, c'est-à-dire celui où les ondes incidentes successives AD, BC,..., sont planes (*fig.* 719, *Pl. IV*). Depuis le moment où le front de l'onde a occupé le plan AD, jusqu'à celui où il est parvenu en BC, il a parcouru l'espace AC pendant un temps t avec une vitesse v :

$$AC = vt.$$

Mais à partir du premier moment jusqu'au second, le point A de la surface de séparation s'est mis en vibration, et l'onde émise par lui est arrivée dans le milieu inférieur sur une sphère dont le rayon AE a été parcouru pendant le même temps t, mais avec une vitesse différente v' ; on aura

$$AE = v't,$$

et en divisant ces deux équations

$$AE = AC\frac{v'}{v}.$$

Il faudra donc prendre la distance AC des points tels que A, à l'une quelconque des surfaces primitives BC de l'onde; multiplier cette distance par $\frac{v'}{v}$ pour avoir AE; décrire des sphères avec AE pour rayon, et chercher leur enveloppe, qui sera l'onde réfractée. Il est clair que cette enveloppe est le plan mené par B tangentiellement à la sphère de rayon AE.

Or on a

$$AC = AB\sin i, \quad AE = AB\sin r,$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC}{AE} = \frac{v}{v'}.$$

Donc : 1° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant; 2° il est égal au rapport direct des vitesses dans les deux milieux. Ces conclusions sont exactement conformes à l'expérience. Ainsi, pendant que la théorie de l'émission conduit à des conclusions incompatibles avec les mesures de la vitesse de la lumière, la doctrine des ondulations concorde

avec elles; elle en avait annoncé le résultat longtemps avant qu'elles eussent été faites. Il faut donc oublier la première, nous n'y reviendrons plus, et conserver la seconde; nous la développerons dans les chapitres suivants, et nous continuerons de la comparer aux faits.

CONSTRUCTION GÉNÉRALE DES ONDES RÉFLÉCHIES ET RÉFRACTÉES. — En nous restreignant au cas des milieux homogènes et non cristallisés, nous pouvons généraliser maintenant les lois de la réflexion et de la réfraction. Soit DEF (*fig.* 720, *Pl. IV*) une onde que nous ne supposerons pas nécessairement sphérique et qui pourra être quelconque. Le temps croissant, chacun des points D, E, F émet des ondes sphériques partielles égales entre elles, dont l'enveloppe ABG représente la nouvelle surface d'onde. On peut admettre comme évident qu'elle est parallèle à DEF et que les points de tangence A, B, G des ondes partielles avec leur enveloppe sont sur les normales communes aux deux surfaces DEF et ABG. En résumé, la lumière se transmet par ondes successives parallèles entre elles; elle se propage rectilignement suivant les normales communes à ces ondes, et ces normales représentent les *rayons de lumière.*

Soit maintenant une surface spéculaire quelconque MNP. Nous pouvons la décomposer en ses éléments M, N, P, considérer la portion d'onde qu'ils reçoivent comme plane, et déterminer la portion d'onde qu'ils réfléchissent ou qu'ils réfractent par la construction décrite page 391. Pour construire l'onde réfléchie, il faudra, des points M, N, P, décrire des sphères tangentes à ABG; elles auront deux enveloppes, l'une qui est l'onde incidente ABG, l'autre qui sera l'onde réfléchie *abg*; la direction des rayons sera celle des normales *a*M, *b*N, *g*P menées de *abg* à MNP, et ces rayons se propageront après la réflexion suivant MA′, MB′ et PG′. Pour trouver l'onde réfractée, il faudra encore décrire des points M, N, P les sphères tangentes à ABG et mesurer leurs rayons MA, NB et PG; puis, des mêmes centres, décrire d'autres sphères avec des rayons différents Ma_1, Nb_1 et Pg_1 donnés par les relations

$$\frac{Ma_1}{MA} = \frac{Nb_1}{NB} = \frac{Pg_1}{PG} = \frac{v'}{v}.$$

L'enveloppe de ces sphères représentera la situation qu'aurait l'onde réfractée au moment où l'onde directe occupe la surface ABG. Cette enveloppe est $a_1b_1g_1$. Les rayons se propagent ensuite suivant le sens et dans la direction des normales a_1MA_1, b_1NB_1, g_1PG_1.

Considérons en particulier l'une ou l'autre des trois ondes incidente, réfléchie ou réfractée, par exemple *abg*. Prolongeons les rayons jusqu'à leur rencontre, ils seront tangents à une surface $\alpha\beta\gamma$ qui est la développée de *abg* et de toutes les autres ondes réfléchies, puisqu'elles ont toutes les mêmes normales. En optique on donne à cette développée le nom de *surface caustique*.

Ces caustiques figurent géométriquement le lieu de rencontre de rayons très-voisins. Mais ces points de rencontre, tels que α, ne représentent pas physiquement le point d'où ces rayons sont censés partir; car ils sont à des distances de l'onde *abg* représentées par les rayons de courbure, distances inégales; les mouvements qui partiraient à un moment donné de α, β, γ n'arriveraient donc pas en même temps sur l'onde.

Quand on connaît la développée $\alpha\beta\gamma$ (*fig.* 720), on peut décrire aisément toutes les surfaces d'onde. Ne considérons que le cas élémentaire où ces surfaces sont de révolution et où *abg* est une de leurs génératrices. Dans ce cas la caustique est aussi une surface de révolution dont $\alpha\beta\gamma$ est la génératrice. En vertu de la propriété des développées, il suffira de mener une tangente $a\alpha a'$ à la développée, de la faire rouler sur $\alpha\beta\gamma$, et tout point de cette tangente décrira l'une des surfaces d'onde. Si nous prenons ce point en a' avant que le rayon ait touché la caustique, l'onde $a'b'g'$ est concave; elle devient convexe *abg*, si le point générateur est en *a* après les contacts, et, s'il est intermédiaire, en β, l'onde est composée de deux nappes, l'une convexe $\beta\alpha''$ pour les rayons compris entre aa' et bb', l'autre concave dans les directions situées entre bb' et gg'. Ces deux nappes sont normales à la caustique en β', tangentes entre elles, et la section génératrice de l'onde offre un point de rebroussement β. Nous allons maintenant appliquer cette théorie à deux exemples simples.

RÉFLEXION SUR UNE SPHÈRE. — Soit un miroir sphérique dont

le centre est en O (*fig.* 721, *Pl. IV*), et un point lumineux D, à une distance $OD = \alpha$. Un rayon quelconque DM se réfléchit suivant MF, et si nous prolongeons MF d'une quantité MB égale à MD, le rayon DM après s'être réfléchi aura parcouru la même distance et pris la même direction que s'il venait directement de B. En cherchant le lieu des points B, nous aurons donc la surface de l'onde réfléchie, considérée au moment même où le mouvement part de l'origine D.

Le triangle DMB est isocèle. L'angle D′ est égal à la moitié de DMF ou à DMO; DB est donc parallèle à OM.

Soient X et Y les coordonnées de B. L'équation de la droite OM et du cercle sont

$$y = \frac{Y}{X}(x - \alpha),$$

$$y^2 + (x - \alpha)^2 = r^2.$$

Cherchons entre ces deux équations les coordonnées de M.

$$\left(\frac{Y^2}{X^2} + 1\right)(x - \alpha)^2 = r^2;$$

$$x = \alpha \pm \frac{rX}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad y = \pm \frac{rY}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Exprimons que DM est égal à BM :

$$DM^2 = x^2 + y^2 = MB^2 = (X - x)^2 + (Y - y)^2,$$

$$(X - x)^2 - x^2 + (Y - y)^2 - y^2 = X^2 + Y^2 - 2(xX + yY) = 0,$$

et, en remplaçant x et y par leurs valeurs, on a successivement

$$X^2 + Y^2 \mp \frac{2r(X^2 + Y^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} - 2\alpha X$$

$$= X^2 + Y^2 \pm 2r\sqrt{X^2 + Y^2} + r^2 - r^2 - 2\alpha X = 0,$$

$$(\sqrt{X^2 + Y^2} \mp r)^2 = r^2 + 2\alpha X,$$

et enfin

$$\sqrt{X^2 + Y^2} \mp \sqrt{r^2 + 2\alpha X} = \pm r,$$

équation du quatrième degré très-simple et très-facile à dis-

cuter. Nous allons la construire géométriquement (*fig.* 722, *Pl.* IV); et comme elle est de révolution par rapport à l'axe des x, il suffit de considérer la section faite par un plan diamétral.

L étant le point lumineux, on mènera des rayons tels que Le, puis le rayon réfléchi correspondant eEE″, qu'on prolongera en sens inverse d'une distance ee' égale à eL. e' sera sur l'onde dont on a dessiné la moitié supérieure $a'b'f'k'$. Dans le cas de la figure, le point L étant dans l'intérieur du cercle et plus près de a que de O, la courbe offre un point d'inflexion en b'; alors toutes les normales à l'onde, c'est-à-dire tous les rayons réfléchis compris de b' en a' se rencontrent virtuellement de s en β sur une première nappe de caustique sCβ. Tous ceux qui ont touché le miroir de b en k se rencontrent au contraire réellement et dessinent par leurs intersections la deuxième nappe B″REFK de cette caustique. Elle a pour asymptote la droite $b'b$B″..., et présente deux points de rebroussement en R et en k.

La surface $a'd'f'k'$ figure l'onde au moment où le mouvement lumineux considéré part de L. Si le temps croît, ce mouvement se propage de quantités égales sur chaque normale. Prenons par exemple des distances égales entre elles $a'a'_1$, $b'b'_1$,..., $f'f'_1$,... , $k'k'_1$...; les points a'_1, b'_1,..., k'_1 figureront la nouvelle position de l'onde après un intervalle égal à $\frac{a'a'_1}{v}$. Mais si le temps continue à croître, elle éprouve de graves modifications de forme.

Pour les trouver toutes, faisons rouler sur la caustique une tangente quelconque, eE par exemple, et considérons les courbes engendrées par les points e', e'_1, E, E″; ce seront autant d'ondes successives. La première est la courbe originelle $a'b'c'k'$; la deuxième $a'_1b'_1e'_1k'_1$ n'en diffère pas dans son aspect général. La troisième, qui est très-différente, est décrite par le point E. En roulant sur les points KFE, la tangente décrit l'arc K′F′E; en continuant son mouvement elle s'appuie sur EDR et marque EB′; enfin en s'enroulant sur la nappe virtuelle sβ, elle trace B′A′, avec un point de rebroussement en B′. Pendant tout ce mouvement de la tangente, le point E″ engendre une quatrième courbe K″F″E″B″A″. Et

enfin tout autre point plus éloigné que E″ décrira des ondes pour lesquelles le sommet K″ reculera vers la gauche pendant que A″ avancera vers la droite, et il y aura toujours un point de rebroussement sur la branche asymptotique RB″.

RÉFRACTION PAR LES SURFACES PLANES. — On peut trouver de la même manière les surfaces d'onde après une ou plusieurs réfractions. Commençons par démontrer quelques propriétés communes à l'hyperbole et à l'ellipse. L'équation de ces courbes est

$$a^2y^2 \pm b^2x^2 = \pm a^2b^2.$$

La normale en M′ (*fig.* 723 et 724, *Pl. IV*) aura pour équation

$$y - y' = \pm \frac{a^2y'}{b^2x'}(x - x');$$

elle rencontrera l'axe des y en un point N dont les coordonnées seront

$$x = 0, \quad y = y' \mp \frac{a^2y'}{b^2} = \mp \frac{c^2y'}{b^2}.$$

Joignons N et F, menons l'horizontale M′Q; le point P où ces lignes se rencontrent sera déterminé par la relation

$$\frac{PQ}{NQ} = \frac{FO}{ON}, \quad PQ = \frac{(y - y')c}{y} = \frac{a^2}{c}.$$

Donc :

1° Le point P est sur la directrice BP de la courbe.

Les distances NM′ et NF sont

$$NM' = \sqrt{(y - y')^2 + x'^2} = \sqrt{\frac{a^4y'^2}{b^4} + \frac{a^2}{b^2}(b^2 \mp y'^2)}$$

$$= \frac{a}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2},$$

$$NF = \sqrt{c^2 + y^2} = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2}.$$

2° Le rapport de ces quantités est

$$(1) \qquad \frac{NF}{NM'} = \frac{c}{a}.$$

Appelons i et r les angles que FN et M'N font avec l'axe des x :

$$\sin i = \frac{y}{\mathrm{NF}} = \mp \frac{c^2 y'}{b^2 \mathrm{NF}},$$

$$\sin r = \frac{y - y'}{\mathrm{NM'}} = \mp \frac{a^2 y'}{b^2 \mathrm{NM'}},$$

et en divisant, on tire cette troisième relation

$$(2) \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c^2}{a^2} \frac{\mathrm{NM'}}{\mathrm{NF}} = \frac{c}{a}.$$

Cela posé, étudions la réfraction au passage de l'air dans un milieu plus réfringent dont l'indice est n, et qui est terminé par une surface plane Oy (*fig.* 723, *Pl. IV*). Soit F le point lumineux à une distance OF égale à c; menons un rayon incident quelconque FN faisant avec la normale un angle égal à i. Pour construire le rayon réfracté, nous décrirons d'abord une hyperbole ayant son centre en O, son foyer en F et telle que $\frac{c}{a} = n$; ses axes seront par conséquent

$$a = \frac{c}{n}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{c}{n}\sqrt{n^2 - 1}.$$

Ensuite nous abaisserons du point d'incidence N une normale NM' à cette hyperbole, faisant avec l'axe des x un angle égal à r, et, d'après ce qui vient d'être démontré, nous aurons

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{a} = n;$$

la normale sera dans la direction du rayon réfracté.

En vertu de l'équation (1), on a, en second lieu,

$$\mathrm{NF} = n\,\mathrm{NM'},$$

ou bien, en désignant par v et v' les vitesses de la lumière dans l'air et dans le milieu,

$$\frac{\mathrm{NF}}{\mathrm{NM'}} = n = \frac{v}{v'};$$

par suite,

$$\mathrm{NF} = vt, \quad \mathrm{NM'} = v't,$$

ce qui veut dire que la lumière mettrait le même temps à venir du point F dans l'air que du point M′ dans le milieu, perpendiculairement à l'hyperbole. Cette courbe est donc, virtuellement, la surface d'onde originelle des rayons réfractés. Le foyer de l'hyperbole étant toujours au point lumineux et son centre en O, cette courbe change avec la distance OF; mais le rapport des axes $\frac{b}{a}$ demeurant constant et égal à $\sqrt{n^2-1}$, toutes les hyperboles qu'il faudra construire auront les mêmes asymptotes.

L'équation de la développée de l'hyperbole est

$$\sqrt[3]{b^2y^2}-\sqrt[3]{a^2x^2}=\sqrt[3]{c^4}.$$

On pourra construire cette courbe CC′C″ : tous les rayons réfractés lui seront tangents, et si on fait rouler l'un deux, NM′ par exemple, sur son contour, chacun des points de cette ligne, M′ ou D, décrira des hyperboles parallèles qui seront autant d'ondes successives.

On a démontré précédemment qu'en menant la ligne M′Q parallèle à l'axe des x elle rencontre NF en un point P situé sur la directrice. On a donc

$$\frac{FM'}{M'P}=\frac{c}{a},$$

et comme on a démontré d'autre part que

$$\frac{FN}{NM'}=\frac{c}{a},$$

les triangles FM′N, PM′N sont semblables, et l'angle FM′A est égal à FPM′ ou à i. En menant le deuxième rayon vecteur F′M′, il fera avec la normale un angle AM′R égal aussi à i.

D'après cela, supposons que le milieu réfringent soit prolongé jusqu'à la surface concave de l'hyperbole et terminé par elle, et qu'une onde plane, confondue avec la directrice PB, se présente pour sortir. Chaque rayon PM′ fera un angle d'incidence PM′N égal à r, et donnera un rayon réfracté M′R qui, prolongé, passera par F′.

On peut conclure de là que l'onde réfractée sera une sphère

dont le centre sera en F'. Pour chercher son rayon, rappelons-nous que

$$\frac{PM'}{FM'} = \frac{a}{c} = \frac{v'}{v}.$$

Donc, le rayon mettra le même temps pour venir de P à M' dans le milieu, que de F à M' dans l'air, et si nous prenons M'K égal à M'F, K sera un point de l'onde réfractée. Or, F'K étant la différence des rayons vecteurs est égal à $2a$, c'est le rayon cherché. On voit en résumé que toute onde plane, réfractée par une surface hyberbolique telle que $\frac{b}{a}$ soit égal à $\sqrt{n^2 - 1}$, peut être considérée comme venant d'une origine unique F' qui est le foyer intérieur de l'hyperbole.

Les propriétés de l'hyperbole qui nous ont conduit à toutes ces conséquences optiques appartiennent également à l'ellipse, ce qui va nous autoriser, sans aucune nouvelle démonstration, à énoncer les propositions suivantes (*fig.* 724, *Pl. IV*).

1° Si un point lumineux F est placé dans un milieu d'indice n à une distance c d'un plan qui sépare ce milieu de l'air, l'onde réfractée originelle est une ellipse qui a son foyer en F, et dont les axes sont

$$a = cn, \quad b = c\sqrt{n^2 - 1}.$$

2° L'équation de la développée est

$$\sqrt[3]{b^2y^2} + \sqrt[3]{a^2x^2} = \sqrt[3]{c^4},$$

elle rencontre l'axe des y à une distance du centre $OD = \frac{c^2}{b}$. Supposons qu'un rayon lumineux arrive de F en D, il fait avec l'axe des x un angle I

$$\sin I = \frac{\frac{c^2}{b}}{\sqrt{c^2 + \frac{c^4}{b^2}}} = \frac{c}{a} = \frac{1}{n};$$

l'angle I est l'angle limite.

3° Les rayons réfractés sont tangents à cette développée, et

pour construire une onde quelconque il faut les faire rouler sur son contour; ainsi le point M′ décrit l'ellipse CC′G.

Si on prend le point C, il décrit une seconde ellipse CC″C′. La tangente à la développée EM′ est normale en E et en M′ aux deux ellipses considérées; la distance EM′ est constante et égale à CC′ ou a $2b$; la portion concave CGC′ de la première ellipse est l'onde originelle; la portion convexe CC″C′ de la deuxième est la surface de l'onde quand la lumière aura parcouru l'espace $2b$. Son grand axe est $OC = b$, et son petit ou OC″ est $2b - a$.

Quand on prendra un point A situé entre E et M′, la surface d'onde aura quatre points de rebroussement intérieurs; elle se composera de quatre portions d'ellipses tangentes entre elles et normales à la développée aux points où elles la rencontrent.

4° Si une onde plane PB menée par la génératrice et se propageant dans l'air rencontre un milieu d'indice n ayant la forme d'une ellipsoïde CGC′, dont les axes sont cn et $c\sqrt{n^2-1}$, l'onde réfractée est une sphère KK′ de rayon $2a$, dont le centre est en F′. F′ est un foyer réel.

LAME A FACES PARALLÈLES (*fig.* 725, *Pl. IV*). — Considérons en dernier lieu le cas où la lumière partie de F traverse une lame PHNG à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur e, placée à une distance $GF = d$. Un rayon FN pénétrant dans la lame prend la direction NP; il est dans les mêmes conditions que s'il partait normalement de l'onde hyperbolique MD. Ce rayon, continuant sa route dans la lame, sort en P, reprend sa direction primitive PE, et pour avoir le point de l'onde E il faudra prendre $PE = n.PM$.

Or, si on prolonge MF jusqu'à la rencontre de PE, les triangles semblables PEM et NFM donnent

$$\frac{PE}{PM} = \frac{NF}{NM} = n.$$

Donc le point E de l'onde réfractée est à la rencontre de PE et de MF.

Menons la ligne FA parallèle à PN : elle lui sera égale en longueur; sa projection FB sur l'axe des x sera égale à l'épais-

seur e de la lame. Le triangle EAF étant semblable à FNM, on a

$$EA = n\,AF,$$

FA et EA font avec la normale à yy' des angles égaux à AFB et à ACB tels que

$$\sin ACB = n \sin AFB.$$

Le lieu des points cherchés E sera donc le même que celui qu'on trouverait si le point F, étant dans le milieu, envoyait sur un plan $y'y'$ des rayons FA qui se réfracteraient dans l'air suivant AP. Or, dans ce cas, les points E sont sur une ellipse qui a son foyer en F, son centre en B, à une distance $FB = c = e$, telle que le rapport $\frac{c}{a}$ soit égal à $\frac{1}{n}$; elle a par conséquent pour axes

$$a = en, \quad b = e\sqrt{n^2 - 1};$$

son centre est en B à une distance de G égale à $d - e$ et son équation sera

$$\frac{y^2}{e^2(n^2-1)} + \frac{(x-d+e)^2}{e^2 n^2} = 1.$$

On trouvera aisément de nombreuses applications de ces formules.

SOIXANTE-DIX-NEUVIÈME LEÇON.

ANALYSE DES RADIATIONS SOLAIRES.

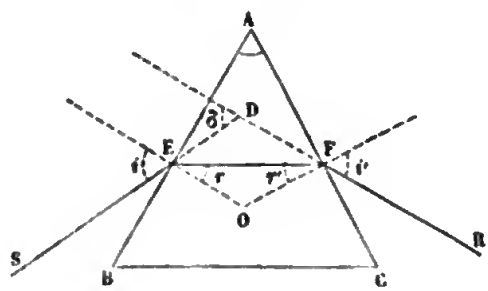
Formules du prisme. — Discussion. — Vérification avec la lampe monochromatique. — Foyer virtuel du prisme. — Manières de l'observer. — Cas de la lumière solaire. — Raies du spectre. — La loi de Descartes s'applique à chaque couleur simple. — La lumière blanche est composée des diverses radiations simples superposées. — Dédoublement des lumières simples par des réfractions multipliées. — Loi du mélange des couleurs. — Cercle chromatique de Newton. — Spectre calorifique. — Spectre chimique. — Raies. — Travail de M. Mascart. — Les trois espèces de radiations suivent la loi de Descartes.

Mesure des indices de réfraction. — Solides et liquides. — Cas des gaz. — Expériences de Biot et Arago. — Dulong. — Expériences de M. Le Roux.

Nous avons, dans le chapitre précédent, cherché les lois de la réfraction pour une lumière spéciale; aujourd'hui nous les généraliserons et nous les étendrons à toutes les espèces de radiations que nous envoie le soleil.

FORMULES DU PRISME. — Calculons d'abord la marche que suivraient des rayons parallèles à SE (*fig.* 726) venant d'une

Fig. 726.



lampe à alcool salé tombant sur un prisme dans la section normale ABC. Il est clair que les rayons réfractés resteront

contenus dans ce plan ABC. Soient i et r' les angles d'incidence en E et F, r et i' les angles de réfraction aux mêmes points. On a

$$(1) \qquad \sin i = n \sin r,$$

$$(2) \qquad \sin i' = n \sin r'.$$

Les normales en E et F se rencontrent au point O. Dans le quadrilatère AEOF, l'angle O est supplémentaire de A; dans le triangle EOF, le même angle O est encore supplémentaire de $r + r'$. Donc

$$(3) \qquad r + r' = A.$$

Les rayons incident et émergent prolongés forment, à leur point de rencontre D, un angle δ qu'on nomme angle de déviation, et le triangle DEF donne

$$\delta = DEF + DFE = i - r + i' - r';$$

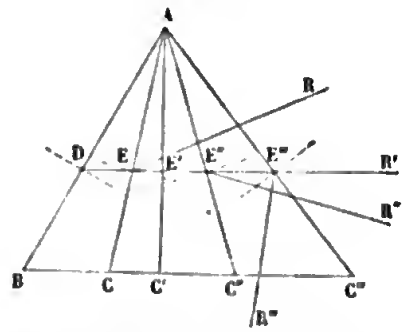
$$(4) \qquad \delta = i + i' - A.$$

Nous avons ainsi quatre relations entre les sept quantités i, i', r, r', n, A et δ; il suffira d'en connaître trois pour calculer les autres.

DISCUSSION. — 1° Si le rayon incident est d'abord confondu avec BA, r est l'angle limite; r', qui est égal à $A - r$, prend la plus petite valeur possible, qui peut être négative, nulle ou positive, suivant la grandeur de A.

Supposons que cet angle A, d'abord très-petit, augmente progressivement (*fig.* 727), et que la face d'émergence devienne AC, AC', AC''. Le rayon DE fait en E, E', E'', un angle d'incidence intérieur r' qui est négatif, ou nul, ou positif; il croît avec A et finit par devenir égal ou supérieur à l'angle limite quand la surface de sortie atteint ou dépasse AC'''. Dans ces divers cas, l'angle i' augmente avec r'; il est négatif en E, nul en E', positif en E''. Le rayon émergent

Fig. 727.



prend les directions ER, E′R′, E″R″; il s'abaisse de plus en plus vers la base du prisme et finit par se réfléchir totalement en E‴.

2° Faisons diminuer l'angle d'incidence i de $+90°$ à $-90°$, alors r' et par suite i' augmentera. Le rayon émergent, quelque petit que soit l'angle A, tendra à s'incliner de plus en plus vers la base du prisme et se réfléchira totalement pour une valeur déterminée et suffisamment petite de i.

3° Si le rayon incident devient normal à AB, les formules précédentes se simplifient.

$$(1) \qquad i = 0, \quad r = 0,$$

$$(2) \qquad \sin(A + \delta) = n \sin A,$$

$$(3) \qquad r' = A,$$

$$(4) \qquad \delta = i' - A.$$

Il suffirait de connaître A et δ pour pouvoir calculer n.

4° Supposons que l'angle du prisme soit moindre que BAC‴ et égal par exemple à BAC″. Quand le rayon incident rasera la surface BA et que l'angle i sera égal à 90 degrés, le rayon réfracté sera E″R″ et l'angle i' plus petit que i. En faisant tourner le prisme autour du point D de manière à diminuer i, i' augmentera, et il arrivera un moment où i et i' seront égaux. Ensuite i' deviendra plus grand que i et finira par être égal à 90 degrés. Il y aura donc toujours deux positions du prisme pour lesquelles i et i' auront échangé leurs valeurs, quelles que soient ces valeurs.

Or, la formule

$$(4) \qquad \delta = i + i' - A$$

montre que la déviation reste la même si i se change en i'. Donc elle croîtra ou diminuera depuis l'incidence rasante jusqu'à $i = i'$, et elle reprendra ensuite les mêmes valeurs en diminuant ou en croissant jusqu'à l'émergence rasante. Elle sera maxima ou minima pour la situation particulière du prisme dans laquelle $i = i'$: le calcul et l'expérience prouvent qu'elle est minima. Dans ce cas remarquable les formules

sont

(1) et (2) $$\sin\frac{A+\delta}{2} = n\sin\frac{A}{2},$$

(3) $$2r = A,$$

(4) $$\delta = 2i - A.$$

Il suffira d'avoir fait tourner le prisme jusqu'au moment où la déviation est minima, et de la mesurer à ce moment, pour pouvoir calculer l'indice de réfraction n. C'est le procédé qu'on emploie généralement pour déterminer cette quantité, comme nous le montrerons bientôt.

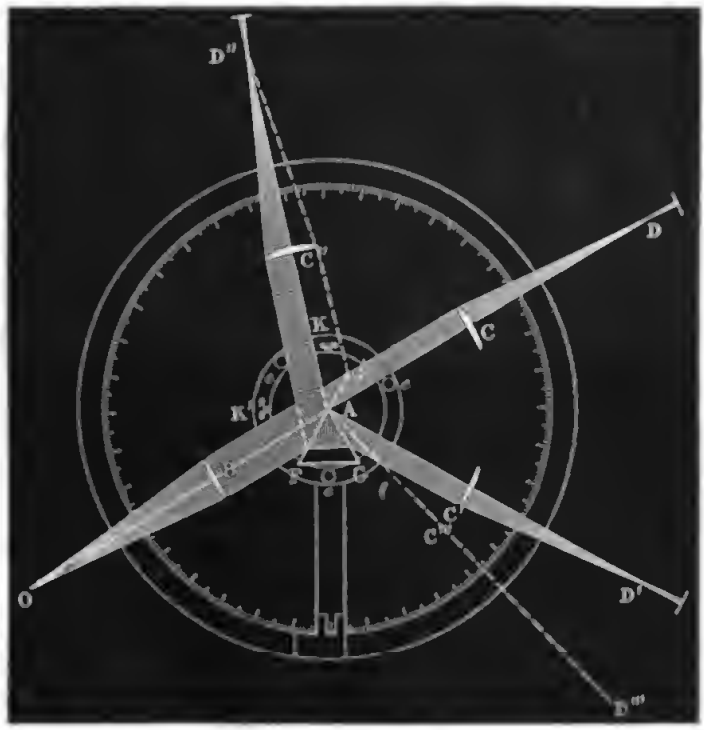
VÉRIFICATION. — Ces formules sont rigoureusement déduites de la loi de réfraction qui a été expérimentalement établie. Cependant il importe de les vérifier, parce que leur confirmation démontrera *à posteriori* la loi des sinus, et nous fournira un moyen précis pour la généraliser et l'étendre à toutes les lumières connues. Nous ferons cette vérification avec le cercle divisé, figuré *fig.* 677, *Pl.* ~~IX~~ dont on a tracé une coupe théorique (*fig.* 728). Nous éclairerons avec la flamme de l'alcool salé le point de croisement O des fils du collimateur fixé en OB. Il faut commencer par trois opérations préliminaires : orienter le prisme, mesurer son angle A, et déterminer son indice n.

I. Nous fixerons à la cire le prisme AFG sur la plate-forme centrale, et nous la ferons glisser par des vis de rappel K, K', de manière à placer l'arête réfringente A au centre du cercle, c'est-à-dire de manière à voir cette arête en contact avec le fil vertical du réticule de la lunette DC, dans quelque position qu'on la place. Il faut ensuite que cette arête soit normale au plan AOD'DD'' dans lequel se meuvent les axes des deux lunettes; condition qui sera réalisée si l'image du point O réfléchie par AF ou AG se voit toujours en coïncidence avec l'axe de la lunette C''D'', quel que soit l'angle d'incidence : on y parviendra au moyen de trois vis calantes e, e, e.

II. Pour mesurer A on donne à la lunette une direction fixe C''D'', et on place le prisme dans deux positions successives, telles que l'image de O réfléchie, d'abord par AF, ensuite par la face AG amenée en AG', se voie en D''. Dans ces

deux cas, AF et AG′ sont dans le même plan, et A est supplémentaire de l'angle dont le prisme a tourné pour passer de la première à la deuxième position.

Fig. 728.



III. On trouvera l'indice en cherchant comme il suit le minimum de déviation. Supposons que la déviation soit d'abord égale à DAD‴ et que la lunette soit dirigée suivant C‴D‴. Quand on fait tourner le prisme dans un sens, cette déviation augmente; mais dans le sens contraire elle diminue. On continue de faire marcher le prisme dans ce dernier sens, et on déplace la lunette de manière à suivre le mouvement de l'image. Il arrive un moment où elle paraît s'arrêter suivant C′D′, pour rétrograder ensuite, se dévier davantage et revenir en C‴D‴. Ce moment d'arrêt est celui où la déviation devient minima. On la mesure : c'est l'angle DAD′, et on calcule n par la formule connue

$$\sin\left(A + \frac{\delta'}{2}\right) = n \sin\frac{A}{2}.$$

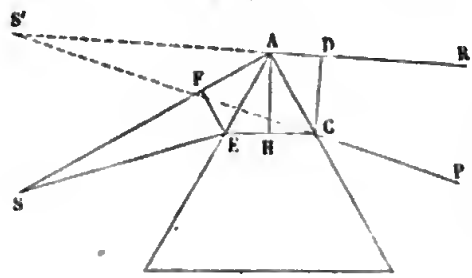
Ces opérations terminées, on procède à la vérification des formules de la manière suivante :

1° On donne au prisme des positions successives pour lesquelles l'incidence est i, i', i''.... On mesure avec soin cette incidence, qui est, dans tous les cas, complémentaire de la moitié de l'angle DAD″ que font les rayons directs et les rayons réfléchis sur la face AF.

2° Pour chaque incidence on mesure l'angle de déviation DAD′ du faisceau réfracté, et on trouve des valeurs δ, δ', δ'',.... D'un autre côté, puisque l'on connaît A et n on peut, d'après les formules du prisme, calculer les déviations correspondantes aux incidences mesurées i, i', i'',.... Or, dans tous les cas, on trouve que le calcul et l'observation sont rigoureusement d'accord. La loi des sinus est donc exacte puisque ses conséquences sont vérifiées.

FOYER DU PRISME. — Dans ces expériences, le point lumineux O était reculé à l'infini. Si on dispose maintenant une fente étroite en S à une distance d (*fig.* 729), on trouve que pour la voir avec netteté à travers le prisme, il faut faire varier le tirage de la lunette en même temps que l'incidence. Cela tient à ce que les rayons, en sortant du prisme, sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'un foyer virtuel S′ situé à une distance $S'C = x$, qui varie avec l'incidence des rayons et que nous allons calculer. Admettons que les rayons partis de S fassent entre eux un angle très-petit; considérons l'un d'eux SECP, nous aurons

Fig. 729.



$$\sin i = n \sin r, \quad \sin i' = n \sin r', \quad r + r' = A.$$

Pour SADR, très-voisin du premier et passant par le sommet A :

$$\sin(i + \alpha) = n \sin(r + \beta), \quad \sin(i' + \alpha') = n \sin(r' + \beta'),$$
$$r + r' + \beta + \beta' = A.$$

En développant les sinus et supposant que α et β soient très-petits, on trouve

$$\sin i + \alpha \cos i = n \sin r + n\beta \cos r,$$
$$\sin i' + \alpha' \cos i' = n \sin r' + n\beta' \cos r'.$$

En combinant ces équations avec celles qui correspondent au rayon SECP :

$$\alpha \cos i = n\beta \cos r, \quad \alpha' \cos i' = n\beta' \cos r', \quad \beta = -\beta'.$$

En éliminant β et β', on a l'équation de condition

$$\alpha \frac{\cos i}{\cos r} = -\alpha' \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

Elle prouve que α et α' sont de signe contraire. Cela veut dire que l'angle d'incidence du rayon SA étant plus grand que celui de SE, les angles d'émergence des mêmes rayons sont dans des conditions opposées. Donc, CP et AR se rencontreront vers un point S' situé du même côté que S; et comme l'œil juge la position des objets par la direction des rayons qu'il reçoit, nous verrons une fente lumineuse en S'. Ce sera le foyer virtuel de S, dont nous allons calculer la distance S'C ou x. On a

$$SE = d, \quad \frac{EF}{d} = \alpha, \quad \frac{DC}{x} = -\alpha',$$

$$\frac{x}{d} = -\frac{DC}{EF} \cdot \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{DC}{EF} \frac{\cos i' \cos r}{\cos i \cos r'}.$$

Les triangles ADC et ACH donnent

$$\frac{DC}{AC} = \cos i', \quad \frac{AH}{AC} = \cos r',$$

$$DC = AH \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

On tire de même des triangles AEF et AEH

$$\frac{EF}{AE} = \cos i, \quad \frac{AH}{AE} = \cos r,$$

$$EF = AH \frac{\cos i}{\cos r}.$$

Remplaçant DC et EF dans la valeur de x

$$(\beta) \qquad x = d\,\frac{\cos^2 i' \cos^2 r}{\cos^2 r' \cos^2 i}.$$

Si l'incidence décroît de 90 degrés jusqu'à zéro, x prend les valeurs suivantes

$$i = 90, \quad x = \infty,$$
$$i = i', \quad x = d,$$
$$i = 0, \quad x = d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right).$$

Ces résultats conduisent à trois conséquences importantes.

CONSÉQUENCES. — 1° Si nous plaçons l'œil derrière le prisme, dans l'angle RS'P, nous devons voir une fente lumineuse en S', puisque c'est le lieu où se rencontrent virtuellement et d'où sont censés partir les rayons qui nous arrivent; nous devons la voir à une distance variable x décroissant à mesure que l'incidence moyenne i diminue, et devenant égale à la distance d de la fente réelle S, quand la déviation est minima.

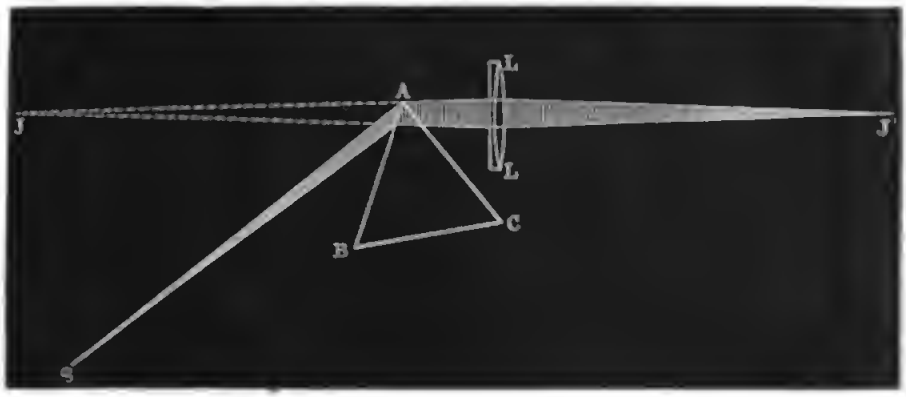
2° Au lieu de regarder l'image S' à l'œil nu, nous pourrons l'examiner avec une lunette, et nous la verrons distinctement, à la condition de faire varier le tirage de l'instrument, de façon qu'il pointe toujours en S', c'est-à-dire à l'infini quand $i = 90$, à la distance d pour le cas où $i = i'$, et à $d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right)$ lorsque $i = 0$. Grossie et rapprochée par la lunette, l'image virtuelle sera vue plus distinctement qu'à l'œil nu, et l'on en saisira mieux les détails.

3° On peut enfin fixer derrière le prisme une lentille convergente LL (*fig.* 730); celle-ci recevant les rayons comme s'ils venaient de J, les fera converger en un foyer réel J', où ils s'accumuleront; et quand on placera un écran en ce point, on y devra voir l'image réelle et renversée de la fente. Le lieu de ce foyer dépendra de la distance x ainsi que de la place et du degré de convergence de la lentille, et il pourra être déterminé à l'avance par le calcul.

Toutes ces prévisions se réalisent avec la plus grande exactitude en éclairant la fente S par la lampe à alcool salé. On voit

donc qu'il n'y a plus rien d'inconnu au sujet de la réfraction de cette lumière spéciale. Elle suit la loi de Descartes dans toutes ses conséquences; mais jusqu'à présent nous n'avons

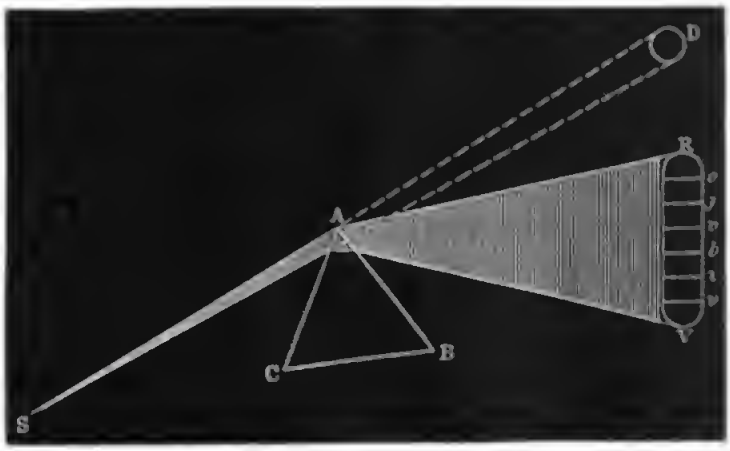
Fig. 730.



employé qu'elle. Il faut maintenant sortir de ces conditions toutes particulières, aborder le cas général et étudier la réfraction des rayons émis par une source quelconque; commençons par les rayons du soleil, les conditions seront entièrement différentes.

SPECTRE SOLAIRE. — Newton fit pénétrer dans une chambre obscure un faisceau solaire horizontal par une ouverture circulaire très-petite S. Ce faisceau formait un cône de rayons d'un angle égal à 32′ et dessinait sur l'écran opposé au volet

Fig. 731.



une image blanche et circulaire du soleil, en D (*fig.* 731). On

le reçut sur un prisme ABC dont les arêtes étaient verticales; il fut dévié en RV, et l'on vit sur l'écran une image allongée colorée d'une infinité de teintes de R en V. Cette image est *le spectre solaire*. Elle offre d'abord en R un rouge sombre qui s'éclaire peu à peu en même temps que sa couleur passe insensiblement à une teinte orangée; à son tour, et par une dégradation continue, cet orangé se transforme en jaune, le jaune en vert, le vert en bleu, après quoi viennent l'indigo et le violet. Le spectre nous offre ainsi une succession de couleurs distinctes en nombre infini; mais, comme on ne peut les nommer toutes, on les a rapportées aux sept types principaux dont les noms suivent et qui sont rangés par ordre de déviation croissante : *rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet.*

RAIES DU SPECTRE. — En voyant la dilatation que le faisceau solaire éprouve dans le sens RV, Newton a admis que les diverses couleurs dont il est question étaient superposées et confondues dans le rayon incident, et qu'elles se séparent en traversant le prisme, parce qu'elles sont diversement réfrangibles et inégalement déviées. Mais si l'on veut démontrer rigoureusement cette conclusion, il faut observer le spectre par l'un des trois procédés que nous avons fait connaître; c'est ce que Wollaston fit le premier. Il fit passer la lumière des nuées à travers une fente verticale très-mince, et plaçant l'œil à la distance de la vision distincte, il regarda cette fente à travers un prisme également vertical qui lui imprimait la déviation minimum. Il vit un spectre virtuel offrant les mêmes successions de teintes que celui de Newton, mais il reconnut distinctement au milieu d'elles un petit nombre de raies noires qui semblaient séparer les couleurs par des traits verticaux, et qui étaient irrégulièrement distribuées, depuis le rouge jusqu'au violet; elles constituaient des groupes qu'on reconnaissait aisément et où elles occupaient chacune une place fixe. Wollaston n'eut pas l'idée d'employer une lunette pour les mieux observer, et il ne comprit pas l'importance de sa découverte. Quinze ans après, un opticien de Munich, Fraunhofer, retrouva ces mêmes raies qu'on avait oubliées, et en fit l'objet d'une étude remarquable.

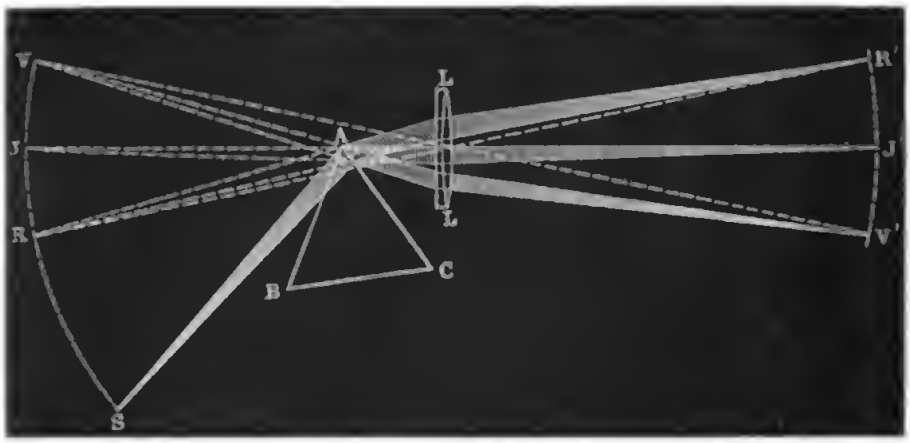
L'appareil qu'il employait était un cercle semblable à celui que nous avons décrit (*fig.* 728). Le prisme AFG y était fixé de la même manière; il était tourné au minimum de la déviation; le collimateur et la lunette étaient disposés comme précédemment, et cette lunette avait été préalablement pointée sur la fente à travers le collimateur. Dans ces conditions, Frauenhofer observa, non pas quelques raies, mais un nombre considérable de lignes noires très-fines, distinctes, parallèles aux arêtes; il en compta plus de six cents. Elles ne sont pas égales en grosseur ni placées à des distances régulières; elles se pressent à certains endroits pour s'écarter en d'autres, sans aucun ordre apparent. En étudiant attentivement la disposition des groupes principaux, Frauenhofer remarqua qu'ils sont toujours composés des mêmes raies élémentaires se suivant dans le même ordre et occupant les mêmes places dans la série des couleurs. On les retrouve avec tous les prismes et dans toutes les lumières qui viennent du soleil, soit directement, soit après avoir été diffusées par les nuages ou les planètes. Les résultats changent avec des rayons provenant de sources différentes.

Étant constantes, les raies deviennent des repères excellents pour caractériser les diverses portions du spectre solaire, et on peut nommer les principales (*fig.* 732, *Pl. V*). Frauenhofer désigna les groupes qu'on voit à l'œil nu par les lettres de l'alphabet. Les trois premiers, A, B, C, sont dans le rouge : A à l'extrémité sombre, C près de l'orangé. D occupe la partie la plus brillante du spectre, entre l'orangé et le jaune; c'est une des raies les plus nettes; c'est la plus précieuse à cause de sa situation moyenne. Le jaune en contient trois qui sont très-vives; la dernière est désignée par E. Le vert en renferme trois autres, presque équidistantes, dont la moyenne est représentée par F. G se voit entre le bleu et l'indigo. H est très-large et termine le violet; on ne la voit que dans l'obscurité complète.

Ces résultats montrent qu'après leur sortie du prisme les rayons sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient d'un objet RJV (*fig.* 733) qu'on verrait distinctement à l'œil nu ou avec la lunette, qui serait à une distance de A égale à AS, composé de bandes brillantes et de raies obscures

parallèles à la fente, et colorées de teintes variant à l'infini depuis le rouge R jusqu'au violet V.

Fig. 733.



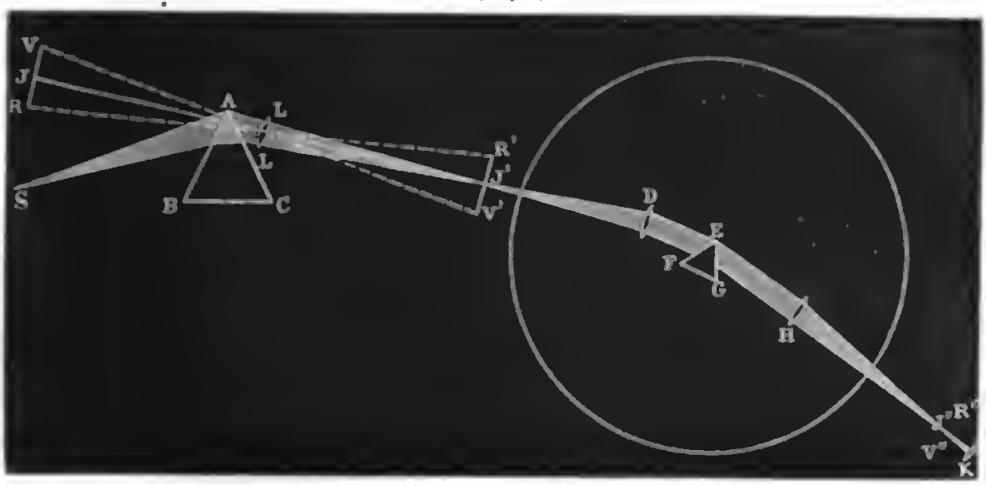
Cette conclusion se confirme en observant le spectre par la troisième méthode, comme le fit Frauenhofer, c'est-à-dire en recevant directement les rayons solaires SA d'abord sur le prisme ABC, ensuite sur une lentille achromatique LL. L'image virtuelle RJV, qu'on voyait avec la lunette et qui se formait à une distance AJ égale à AS, devient réelle en R'V' au foyer conjugué de RV; et si on la reçoit sur un écran en R'J'V', on y distingue les mêmes raies, disposées de la même manière dans les mêmes couleurs. Ce procédé permet de les montrer dans les cours publics.

LOI DE RÉFRACTION DE CHAQUE RAIE. — Il faut aller plus loin, prouver que la lumière émise par chacune des bandes brillantes virtuelles de RJV est analogue à celle de l'alcool salé, qu'elle a un indice particulier et qu'elle suit, sous toutes les incidences, la loi de Descartes. Il suffira pour cela de répéter avec chacune de ces lumières les vérifications que nous avons faites à propos de la flamme de l'alcool salé.

Pour cela on commencera par disposer un spectre réel en R'J'V' (*fig.* 734), et on le recevra sur le collimateur du cercle divisé qui nous a jusqu'à présent servi. En déplaçant la fente parallèlement à elle même, on la mettra en coïncidence avec une raie quelconque J', et on introduira ainsi dans le collimateur J'D un faisceau divergent, qui sera exclu-

sivement composé de rayons identiques, qui tombera sur le prisme FEG, et dont on observera la déviation par la lu-

Fig. 734.

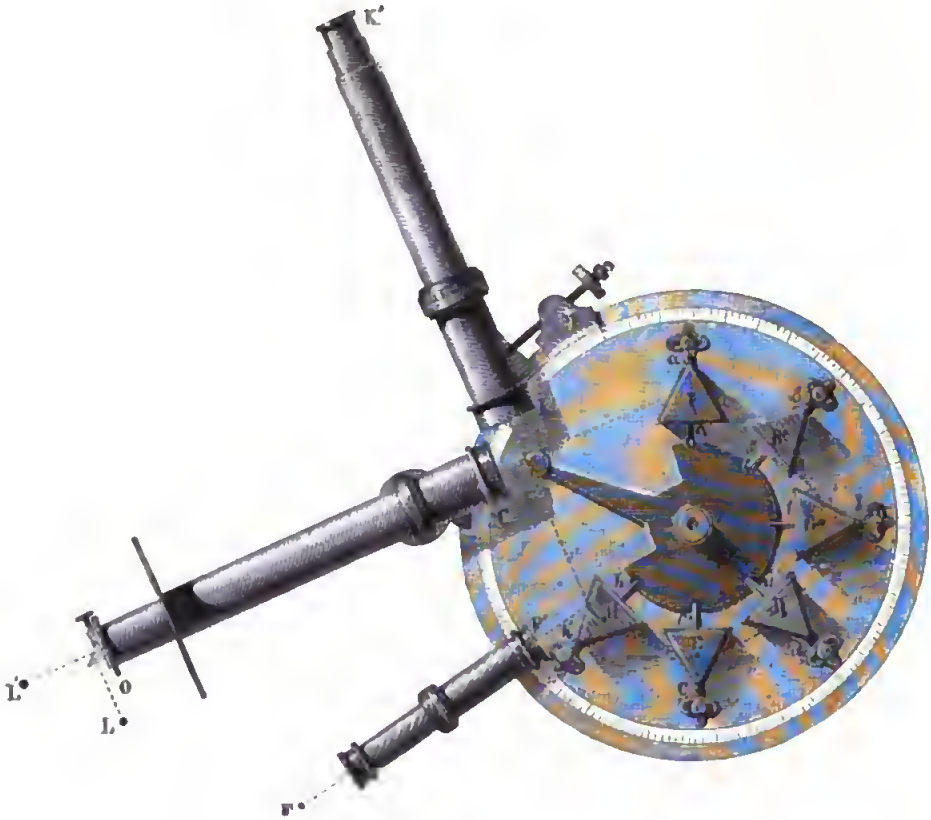


nette HK. Or, cette lumière ne donne plus de spectre; elle se réfracte en J″ sans se décomposer, comme le faisait celle de l'alcool salé; elle est *simple*. On mesure son indice, et on vérifie à son sujet l'exactitude des formules qui donnent δ et x : elle suit donc la loi de Descartes. On trouve que l'indice, et par suite la déviation, augmente de R′ à V′.

SIMPLICITÉ DES TEINTES. — L'expérience vient de montrer qu'en chaque lieu du spectre réel la lumière est simple. Il faut cependant s'entendre sur cette simplicité. Tous les rayons de même réfrangibilité viennent concourir en un même foyer sur une bande dont la largeur est comparable à celle de la fente S. Si donc on considère deux lumières partant de cette fente, et dont les indices soient très-peu différents, elles donneront deux foyers qui pourront être en contact et même se superposer partiellement, sans être séparés par une raie obscure. Mais si on les fait passer à travers 2, 3,..., n prismes, l'écartement de leurs images sera multiplié par 2,3,..., n, ce qui finira par dédoubler les deux couleurs qui paraissaient confondues après une seule réfraction. Citons un exemple remarquable. La lumière de l'alcool salé apparaît comme un simple trait lumineux quand on la regarde à travers un seul prisme et à l'œil nu. Observée avec une bonne lunette après son

passage successif à travers deux ou trois prismes, elle se sépare en trois autres, c'est-à-dire en deux lignes extrêmes et très-vives, qui en comprennent une troisième plus fine et moins éclairée, au milieu de leur intervalle. M. Cooke a été plus loin : avec neuf prismes creux remplis de sulfure de carbone, il a vu cette même lumière se résoudre en plus de soixante traits brillants extrêmement purs et parfaitement dis-

Fig. 735.



tincts. Il en a été de même de la raie obscure D du spectre solaire, qui a donné des raies obscures aussi nombreuses et placées aux mêmes points que les lignes brillantes de la lumière de l'alcool salé. Les raisons de cette coïncidence, signalée pour la première fois par M. Foucault, seront données dans la suite.

On voit que la décomposition de la lumière par un seul prisme n'est pas complète, et qu'il est nécessaire de multiplier les réfractions pour résoudre en leurs éléments les groupes de foyers virtuels ou réels, comme on résout les nébuleuses astronomiques en étoiles distinctes. On y emploie un appareil nommé spectroscope (*fig.* 735). La lumière arrive par un collimateur OC; la moitié supérieure de la fente est cachée par un prisme à réflexion totale, qui reçoit la lumière d'un point L placé latéralement, et qui la renvoie dans la direction de l'axe; mais les rayons du soleil ou d'un luminaire L' pénètrent directement dans la partie inférieure de cette même fente. Cette disposition permet d'obtenir deux spectres superposés, provenant de deux sources différentes, et de comparer les raies qui les composent. En sortant du collimateur la lumière traverse successivement une série de prismes qui reposent sur une plate-forme horizontale dressée, qu'on amène au minimum de déviation, en les faisant tourner autour d'axes verticaux A, B, C, D, E, H, et qu'on fixe par des vis α, β, γ,.... Le faisceau émergent HK est enfin reçu dans une lunette astronomique KK' munie d'un fort grossissement, et qui se meut au moyen d'une vis micrométrique M. Pour rapporter les mesures à des repères fixes, un second collimateur FF' porte un micromètre tracé sur verre; les rayons partis de ce micromètre se réfléchissant sur la face d'émergence du dernier prisme H se joignent aux rayons réfractés, et l'observateur voit à la fois les traits du micromètre et les raies obscures. Celles-ci peuvent être reliées à ceux-là. C'est ainsi que M. Kirchhoff a pu dessiner plus de deux mille raies.

COMPOSITION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — Divisons la fente J' en deux moitiés (*fig.* 734); éclairons la partie supérieure par la lumière des nuées, et recevons successivement dans la moitié inférieure toutes les raies du spectre R'V'; puis regardons avec la lunette qui est astronomique et qui renverse les objets. Nous verrons en bas du champ de vision le spectre complet de la lumière blanche avec ses raies, et en haut le trait indécomposé de la lumière simple prise au spectre R'V'. Nous remarquerons que sous toutes les incidences, les mêmes raies des deux lumières se voient sur une même ligne verticale.

Cela veut dire qu'en faisant arriver successivement par la

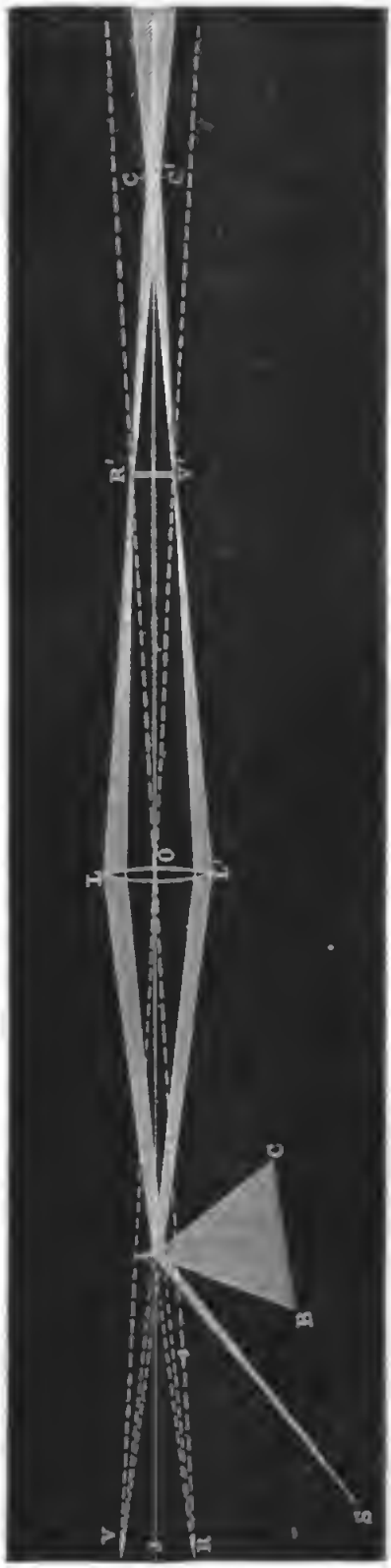


Fig. 736.

fente J', dans la même direction, sur le prisme EFG toutes les lumières simples du spectre R'V', elles donnent successivement et à leur place tous les éléments du spectre de la lumière blanche; par conséquent, elles reproduiraient ce spectre dans son ensemble si elles arrivaient simultanément de la même fente sur le prisme EFG. D'où Newton a conclu que la lumière blanche n'est autre chose que cette superposition des lumières simples diversement colorées et diversement réfrangibles du spectre.

Pour justifier cette conclusion il restait à faire la synthèse de la lumière blanche, après en avoir fait l'analyse; c'est-à-dire à montrer qu'on la reproduit avec tous ses caractères, en réunissant en un même point toutes les lumières simples du spectre. Newton institua à ce sujet un très-grand nombre d'expériences; nous nous contenterons de citer l'épreuve suivante. Ayant préparé, comme de coutume, un spectre RJV (*fig.* 736), on reçoit les rayons sur une lentille LL' qui donne un spectre réel en R'V', et un peu plus loin, en CC', l'image du point A : image commune à tous les rayons qui viennent s'y superposer et qui alors reproduisent la lumière blanche.

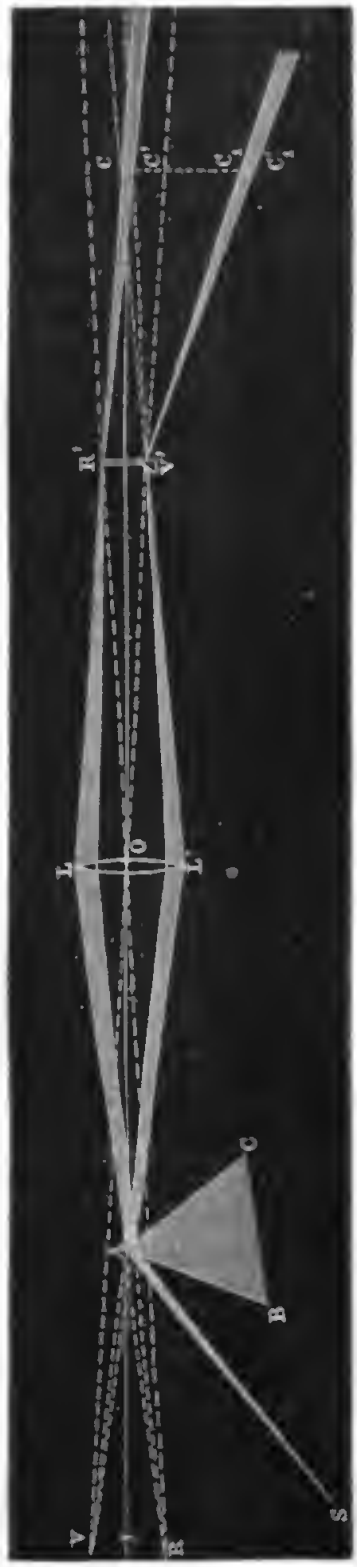


Fig. 737.

LOIS DU MÉLANGE DES COULEURS. — On réaliserait toutes les nuances en formant toutes les combinaisons possibles et en toutes proportions des rayons simples. Nous pourrons former l'une quelconque d'entre elles par une disposition analogue à celle qui a servi à recomposer la lumière solaire (*fig.* 736). Les rayons sortant du prisme se réunissaient tous en CC', foyer de l'arête A; ils y formaient du blanc; mais si, au moyen d'un obstacle interposé en R'V', on intercepte un certain nombre de rayons simples et qu'on les retranche ainsi de la lumière blanche, on voit en CC' une teinte mixte qui varie à l'infini quand on change les proportions et la nature des éléments simples qu'on a laissé passer.

Supposons qu'on place en R'V' un prisme d'un angle très-aigu et très-petit (*fig.* 737), il interceptera certaines couleurs et laissera passer les autres; celles-ci se réuniront en CC', celles-là se mêleront en $C_1C'_1$ tout près de CC'; les unes et les autres composeront deux teintes qui se partagent les éléments de la lumière blanche, et qui la reproduiraient si on venait à les superposer. Ces teintes sont

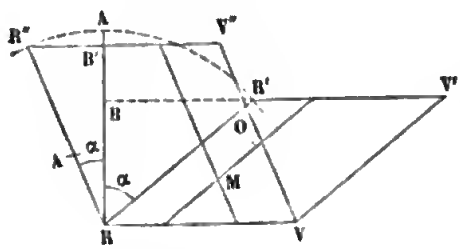
dites complémentaires. Voici celles qu'on obtient en retranchant successivement de R′V′ chacune des couleurs simples.

Couleurs simples....	*r*	*o*	*j*	*v*	*b*	*v*
Leurs compléments..	vert	bleu	violet	rouge	orangé	jaune.

On remarque que les compléments des lumières simples offrent le même aspect que l'une des couleurs simples; ils en diffèrent en ce que le prisme les décompose.

M. HELMHOLTZ. — On doit à M. Helmholtz un procédé meilleur pour composer deux couleurs simples, celles qu'on veut et dans les proportions qu'on veut. On regarde à travers un prisme et avec une lunette pointée au foyer virtuel de ce prisme une fente ayant la forme d'un V, dont les deux branches, de longueur l, font un angle égal à A. Cette fente donne deux spectres RVV′R′, RVV″R″ (*fig.* 738), traversés l'un et l'autre par des raies parallèles à RR′ et à RR″. Toutes les raies du premier système coupent toutes celles du second dans l'espace RVO, et par conséquent tous les mélanges possibles de deux couleurs simples se font dans cet espace avec les intensités qu'elles ont dans les deux spectres. Ces intensités peuvent être variées à volonté. Soit α l'angle que fait l'une des branches AR′ avec la verticale AR. Son spectre RVV′R′ aura pour surface $RV \times RB = RV \times l \cos\alpha$, surface variable, qui diminue quand α augmente. Au contraire la fente RR″ fait avec la verticale un angle $(A - \alpha)$, la surface du spectre qu'elle produit est $RV \times l \cos(A - \alpha)$; elle augmente avec α. Or les intensités de chaque couleur simple seront, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse des surfaces occupées par les spectres ou des cosinus des angles α et $(A - \alpha)$. Il suffira donc de faire varier l'angle α, c'est-à-dire de faire tourner la double fente autour du point de rencontre des deux branches, pour augmenter l'éclat E du spectre RVR′V′ et pour diminuer

Fig. 738.



E′ celui de l'autre spectre RVR″V″. On aura pour le rapport de E à E′

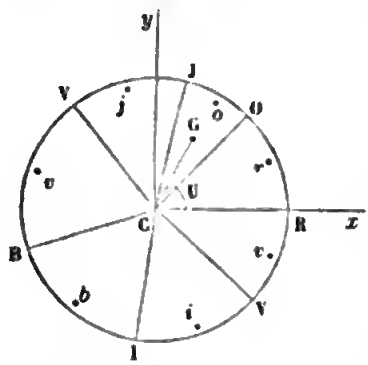
$$\frac{E}{E'} = \frac{\cos(A - \alpha)}{\cos\alpha}.$$

Afin de bien apprécier les teintes en chaque point de RVO sans que l'œil soit influencé par le contraste des nuances voisines, M. Helmholtz plaçait le réticule de la lunette en contact avec le point de croisement M de deux raies connues, puis il éloignait l'œil de manière à ne recevoir que la lumière envoyée par M ou par les points voisins.

Aucune des théories de l'optique ne permet de prévoir la nuance qui résulte du mélange de deux couleurs simples dans des proportions données. On ne connaît à ce sujet qu'une règle empirique assez bizarre que Newton indique sans la justifier, et qui résume avec assez d'exactitude les observations qu'il a faites.

CERCLE CHROMATIQUE DE NEWTON. — Ayant décrit un cercle de rayon égal à l'unité, divisez sa circonférence en 7 parties proportionnelles aux nombres $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$ (*fig.* 739). Considérez maintenant ces différents arcs, dans l'ordre où ils se suivent, comme représentant les sept couleurs principales du spectre, en sorte que la circonférence entière reproduise toute la série des nuances par lesquelles ces couleurs passent du rouge au violet; puis, ayant déterminé les centres de gravité successifs des arcs en *r*, *o*, *j*, *v*, *b*, *i*, *v*, placez en chacun d'eux un poids proportionnel à l'arc total qui y correspond, leur centre de gravité commun se trouvera au centre C. Mais supposez que les couleurs de la lumière blanche soient mélangées dans des proportions différentes, il faudra placer sur chaque centre de gravité partiel, non pas le poids total de l'arc correspondant, mais la $n^{ième}$ partie de ce poids, si le mélange contient le $n^{ième}$ de toute la lumière qui

Fig. 739.



compose cette couleur dans le spectre. Cela fait, vous prenez le centre de gravité commun, et il tombera quelque part en G, à une distance d du centre. Or, dit Newton, le mélange aura la nuance de la couleur où tombe le point G; la proportion de cette couleur sera représentée par d, et celle du blanc qui y est mêlé le sera par $1-d$. Quoique cette règle, ajoute-t-il, ne soit pas d'une justesse mathématique, elle est pourtant assez exacte dans la pratique.

Pour effectuer les calculs dans chaque cas particulier, il faut d'abord se rappeler que le centre de gravité d'un arc de a degrés est sur le rayon mené en son milieu à une distance du centre égale à R, et qui est donnée par la formule

$$R = \frac{360 \sin \frac{a}{2}}{\pi a}.$$

Prenons pour axe des x la ligne OR; calculons les angles u que font avec cette ligne les rayons menés aux centres de gravité r, o, j, v, b, i, v et les distances R de chacun d'eux au centre; leurs coordonnées x et y seront

$$x = R \cos u, \quad y = R \sin u.$$

En faisant ce calcul pour chacun des secteurs, on trouvera depuis le rouge jusqu'au violet les coordonnées x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, etc.

Appliquons maintenant en *rojvbiv* des forces $r, o, j, \ldots, b, i, v$ égales aux proportions des diverses lumières qui doivent constituer le mélange, et nous obtiendrons les coordonnées du centre de gravité G par le théorème des moments :

$$X = \frac{rx_1 + ox_2 + jx_3 \ldots + vx_7}{r + o + \ldots + v},$$

$$Y = \frac{ry_1 + oy_2 + \ldots + vy_7}{r + o + \ldots + v}.$$

En effectuant les calculs indiqués on a trouvé

$$X = \frac{(r+u)\,0{,}822840 + (o+i)\,0{,}207398 - (j+b)\,0{,}513992 - v\,0{,}753796}{r + o + \ldots + v},$$

$$Y = \frac{(r+u)\,0{,}482350 + (o-i)\,0{,}963163 + (j-b)\,0{,}813736}{r + o + \ldots + v},$$

d'où on déduit la distance d du centre de gravité G, ainsi que l'angle U formé par CG avec l'axe des x :

$$\tang U = \frac{Y}{X}, \quad d = \frac{Y}{\sin U}.$$

U indiquera le secteur dans lequel tombera le centre de gravité, et par conséquent la couleur du mélange, d la proportion de cette couleur, et $(1 - d)$ celle du blanc. Si $r, o, \ldots, v$ sont proportionnels aux arcs RO, OJ, ..., c'est-à-dire aux nombres $\frac{1}{7}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, le centre de gravité est au centre C.

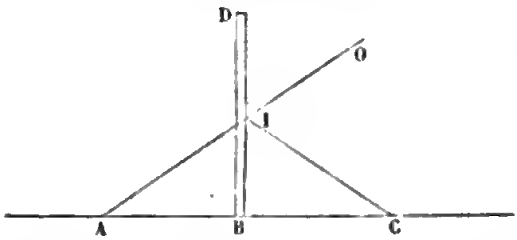
Newton a vérifié cette règle par trois méthodes : la première, que nous avons décrite, les deux autres, qui sont loin d'offrir la même exactitude. Il mêlait des poudres colorées en proportions variables. Il prit, par exemple, un mélange de pourpre, d'orpiment, de vert-de-gris et d'azur, et l'étendit sur un plancher. Ce mélange était gris; mais ayant disposé tout auprès une feuille de papier un peu moins éclairée que ses poudres, il trouva qu'il n'y avait aucune différence entre le papier et le mélange. Ce même procédé lui montra que deux couleurs qui, dans l'ordre du spectre, sont séparées par une troisième, reproduisent cette troisième par leur superposition, et qu'ainsi le jaune et le bleu font du vert, le violet et l'orangé du rouge. Cependant Newton avait quelques doutes sur ce dernier cas.

Le cercle chromatique de Newton est en optique une grande ressource, et c'est la seule qu'on ait pour trouver la teinte d'un mélange à proportions connues. Biot, Fresnel et moi-même en avons fait usage. Cependant M. Helmholtz a montré qu'en beaucoup de points il conduisait à des inexactitudes.

Ce n'est pas du violet que l'on obtient par le rouge et le bleu, c'est du rose pourpre; le rouge ne peut être produit par aucune combinaison; le jaune qui résulte de l'orangé et du vert, et le vert qu'on forme avec le jaune et le bleu verdâtre, sont plus pâles que dans le spectre. La plus grosse différence résulte d'une combinaison de jaune et de bleu indigo, qui devrait produire du vert et qui donne du blanc parfaitement pur. Il faut pourtant observer que dans le cercle de Newton, les points j et i sont presque sur le prolongement l'un de l'autre, et peuvent donner un mélange très-voisin du blanc.

Cependant, si on mélange le jaune de chrome et l'outremer porphyrisés on trouve du vert. M. Helmholtz explique cette contradiction comme il suit : Ces substances affectent les colorations jaune et bleue, parce que la lumière qui a traversé les grains se compose, pour le jaune de chrome, d'orangé, de jaune et de vert; pour l'outremer, de vert, de bleu et de violet. Or la lumière qui a traversé successivement deux grains des deux espèces ne peut plus contenir que du vert. Quant à celle qui est envoyée séparément par deux grains voisins et qui se mêle dans l'œil à cause du voisinage, elle serait blanche par la combinaison du jaune et de l'indigo; le tout formera donc un vert lavé, ce que l'expérience confirme. Mais si (*fig.* 740) on couvre deux feuilles de papier, l'une, AB, d'outremer, l'autre, CB, de jaune de chrome, et qu'on dresse entre les deux une glace de verre BD, l'œil placé en O voit le jaune par réflexion en CIO, l'indigo par réfraction en AIO; ces teintes se superposent, et le mélange est blanc-gris.

Fig. 740.



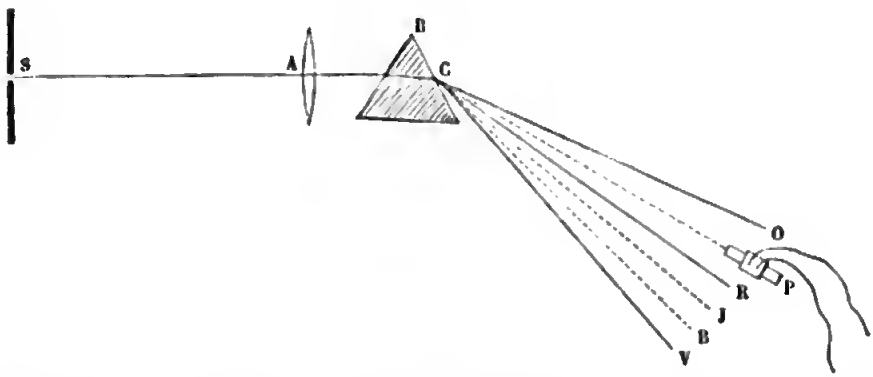
C'est encore ce résultat qu'on obtient en couvrant deux secteurs d'un cercle des deux teintes en question et en les faisant tourner rapidement autour de leur centre. Si chacun d'eux était seul, on verrait un cercle jaune ou un cercle indigo; agissant ensemble, ils produisent le même effet que les deux teintes superposées, et cet effet est celui d'un blanc pur.

SPECTRE CALORIFIQUE. — L'étude qui précède fait connaître à peu près complétement la composition de la lumière du soleil; mais outre la lumière, cet astre émet aussi de la chaleur, et dans ces dernières années on a découvert qu'il envoie encore une troisième espèce de radiations qui ne sont ni lumineuses ni calorifiques, et qui produisent des effets chimiques. Il faut répéter, à l'occasion de ces rayons calorifiques et chimiques, l'analyse que nous venons de faire de la lumière. W. Herschel est le premier qui ait observé la réfraction de la chaleur. En promenant dans le spectre solaire, au minimum de

déviation, un thermomètre très-sensible, il reconnut que la température s'élève de plus en plus quand on le transporte du violet vers le rouge; qu'elle s'élève encore en deçà du rouge visible pour diminuer ensuite à une assez grande distance de cette limite. Cette expérience prouvait : 1° qu'il y a des chaleurs de diverses réfrangibilités, puisqu'elles se séparent en un spectre dilaté comme le spectre lumineux; 2° qu'il en existe une infinité dont l'indice est le même que celui des diverses lumières simples, puisqu'elles sont confondues avec elles dans leur réfraction : on les nomme chaleurs lumineuses; 3° qu'il y a enfin un nombre infini d'autres radiations invisibles ou obscures, lesquelles ont un indice de réfraction moindre que le rouge extrême et décroissant à mesure que leur déviation diminue.

Longtemps après Herschel, Melloni refit la même expérience; mais comme il avait prouvé que le flint absorbe certaines chaleurs, il se servit d'un prisme et d'une lentille de sel gemme (*fig.* 741), et promena sa pile dans le plan focal où

Fig. 741.



était étalé l'ensemble des images réelles de la fente. Cette pile était assez mince pour ne recevoir, en chaque position qu'on lui donnait, que des chaleurs de même réfrangibilité. Melloni reconnut, comme Herschel, que la propriété calorifique existe et croît depuis le violet, où elle est faible, jusqu'au rouge limite. Il vit ensuite qu'elle continue de croître en deçà du rouge jusqu'à atteindre un maximum en P, et qu'elle disparaît progressivement en O, à une très-grande distance de R: la presque totalité des chaleurs solaires sont donc

des chaleurs obscures, beaucoup moins réfrangibles que les lumières qui le sont le moins.

SPECTRE CHIMIQUE, RAIES. — Puisqu'il existe, en deçà du rouge, des rayons qui n'affectent pas l'œil, il est naturel de chercher s'il y en a d'autres qui dépasseraient le violet. On fait usage, pour les découvrir, de la propriété que possède la lumière de développer certaines actions chimiques.

Scheele découvrit, en 1781, que le chlorure d'argent noircit dans le spectre et particulièrement dans le violet extrême. Reprenant cette observation, Wollaston reconnut que cette propriété se continue bien au delà du spectre, jusqu'à une distance du violet au moins égale à celle qui sépare ce violet du rouge. Depuis lors on admit l'existence de radiations ultra-violettes, plus réfrangibles que les lumières qui le sont le plus, et on les nomma radiations chimiques; mais c'est M. Edm. Becquerel qui réussit le mieux à les isoler, en 1842. M. Becquerel prépara un spectre réel très-pur, avec un prisme et une lentille de flint (il vaudrait mieux un prisme et une lentille de quartz). Ce spectre fut recueilli sur un écran au foyer conjugué de la fente et au minimum de déviation pour les rayons violets extrêmes; il était sillonné de toutes les raies de A en H.

Il fut reçu enfin sur une plaque daguerrienne ou sur une feuille de papier sensible, et après quelque temps d'exposition, on développa l'image par les procédés en usage dans la photographie.

Cette image s'étendait très-loin au delà du spectre visible. Il y a donc des rayons ultra-violets obscurs.

Mais ce qu'il y eut de remarquable, c'est que toutes les raies du spectre solaire y étaient marquées à leur place et avec leurs caractères, et qu'un nombre immense d'autres raies se dessinaient à la suite de H dans toute l'étendue du spectre ultra-violet.

Elles sont très-nombreuses et aussi irrégulièrement distribuées que dans le spectre visible; elles sont aussi constantes dans leur succession et dans leurs places. Dès lors, continuant la nomenclature de Frauenhofer, M. Becquerel a désigné celles qui suivent le violet par les lettres qui suivent H, c'est-

à-dire par L, M, N, O, P, Q, R, S, T (*fig.* 732, *Pl. V*); mais ces lettres ne représentent que les plus apparentes, et il y en a une infinité. M. Muller en a photographié environ soixante-dix, et M. Mascart plus de sept cents.

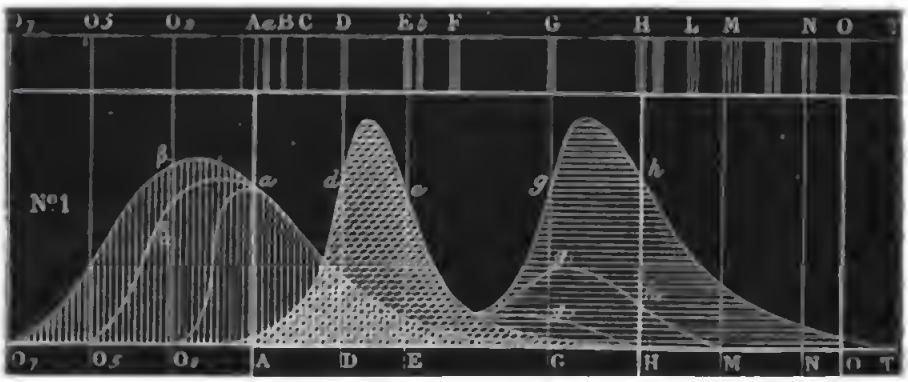
EXTENSION DE LA LOI DE DESCARTES. — Après avoir reconnu l'existence des radiations calorifiques et chimiques il faut prouver, comme nous l'avons fait pour la lumière, qu'elles suivent la loi de Descartes. Cela est facile, si l'on se contente de considérer la partie moyenne du spectre où se trouvent superposées les trois propriétés.

Recevons, à cet effet, comme nous l'avons déjà fait précédemment, une raie quelconque, D par exemple, sur le collimateur du cercle divisé (*fig.* 734), faisons-la réfracter par un deuxième prisme EFG, et recevons son image lumineuse au centre du réticule dans la lunette HK, que nous fixerons dans cette situation. Nous placerons ensuite en J″ un verre collodioné derrière le réticule, et nous verrons l'image chimique de la raie D se former à l'endroit précis où se voit l'image lumineuse. Nous enlèverons enfin la plaque pour y substituer une pile linéaire de Melloni, qui montrera que les rayons calorifiques eux-mêmes se concentrent dans le même lieu. Comme cette triple coïncidence persiste pour toutes les incidences, et se reproduit avec toutes les raies, il faut que la lumière, la chaleur et la radiation chimique qui arrivent au même point d'un spectre, obéissent à la même loi de réfraction, c'est-à-dire à la loi de Descartes. Par extension, on l'admet même pour les radiations qui dépassent le spectre visible.

COURBE DES INTENSITÉS. — Chaque raie du spectre possède donc trois propriétés inséparables par la réfraction, puisqu'elles ont le même indice et suivent les mêmes lois; mais le rapport des intensités de ces effets chimiques, calorifiques et lumineux n'est pas le même dans toute l'étendue du spectre. Voici comment on a mesuré ces intensités. Pour le spectre calorifique, il suffit de promener une pile dans toute son étendue et de mesurer en chaque point la déviation communiquée au galvanomètre. Malheureusement, il n'y a dans cette

partie obscure du spectre aucun repère analogue aux raies, ce qui fait que l'on ne possède, jusqu'à présent, aucune mesure exacte de l'étendue ni des variations d'intensités de ce spectre calorifique; on sait seulement que cette étendue est sensiblement égale à AH. Nous la diviserons par la pensée en 7 parties ou en 7 groupes de rayons, par imitation des 7 couleurs principales, et nous les désignerons par les lettres O_1, O_2..., O_7; puis nous figurerons les intensités relatives par les ordonnées de la courbe $O_1 \beta a G$ (*fig.* 742), commençant en O_1, finissant vers G,

Fig. 742.



et ayant son maximum en O_2. La quantité totale de chaleur est mesurée par l'aire $O_1 \beta a G$ remplie par des lignes verticales.

Il est très-difficile de comparer les intensités des lumières comprises entre A et H. Comme les couleurs sont dissemblables, l'expérience ni la théorie ne peuvent établir de rapport entre elles. Cependant, il est évident que le rouge extrême éclaire peu; que le bleu, l'indigo et le violet sont très-sombres, tandis que le jaune et l'orangé ont un grand éclat. On peut donc à la rigueur apprécier les *pouvoirs d'illumination* de ces diverses parties du spectre. Frauenhofer les a mesurés par un procédé qui manque d'exactitude, et que nous ne ferons pas connaître; néanmoins nous reproduisons la courbe qu'il a construite : elle est représentée par l'espace A*de*H marqué au moyen de traits inclinés à 45 degrés.

M. Edm. Becquerel a voulu ensuite mesurer l'intensité des actions chimiques qui se développent de A en P; elles sont très-différentes, suivant les substances impressionnables dont on fait usage. Pour le moment, ne considérons que les plaques

d'argent recouvertes d'iode par le procédé de Daguerre. L'expérience prouve que l'impression augmente depuis le rouge jusqu'à la raie D, qu'elle diminue ensuite pour prendre un minimum vers F, dans le vert bleu; qu'elle croît de nouveau jusqu'à un maximum entre G et H, pour diminuer ensuite lentement et disparaître enfin en T. Mais cette expérience de l'impression photographique, tout en montrant les maxima et les minima d'action, ne mesure pas les intensités des effets. M. Becquerel a eu recours à un instrument nouveau qu'il nomme l'actinomètre.

ACTINOMÈTRE. — M. Becquerel prend deux lames identiques d'argent poli; il expose une de leurs faces à la vapeur d'iode jusqu'à produire une teinte violette, puis il les plonge toutes deux parallèlement dans une auge en verre pleine d'un liquide peu conducteur, en tournant la face iodée en dehors, et il les réunit par un galvanomètre de trois mille tours au moins. Tout aussitôt un courant se produit, qui tient à des inégalités perturbatrices; mais au bout de vingt-quatre heures il a cessé sans que les dépôts d'iodure soient détruits. Si à ce moment on éclaire l'une de ces plaques par le soleil, il se forme un courant très-intense; et même avec une bougie, la déviation atteint 15 ou 20 degrés. Elle indique que la plaque est négative et le liquide positif. Elle est la même quand on éclaire également les diverses parties de la plaque, et en répétant plusieurs fois de suite la même expérience en un même endroit, on trouve la même déviation, pourvu qu'on ne prolonge pas l'expérience au delà du temps nécessaire pour obtenir l'arc d'impulsion primitive. Cette constance va permettre de comparer les intensités des effets en divers lieux du spectre.

Recevons en effet, à travers une fente étroite, les divers rayons du spectre pur depuis A jusqu'à T; mesurons les déviations du galvanomètre et construisons la courbe des intensités du courant, elle représentera, non pas l'intensité des rayons eux-mêmes, non pas l'action daguerrienne ou d'impression photographique; mais elle mesurera l'action chimique par l'énergie du courant auquel celle-ci donne naissance.

En faisant ces expériences, M. Ed. Becquerel trouva que de A en F la courbe de ces actions chimiques est presque identique à celle des actions lumineuses donnée par Frauenhofer. Nous admettrons, ce qui sera une approximation suffisante, que toutes deux se confondent absolument. Mais à partir de F l'action chimique se ravive et suit la ligne *gh*T. Nous figurerons l'espace A*degh*T, que la courbe chimique enveloppe, par des traits horizontaux. La *fig.* 742 représente ainsi, par un diagramme convenu, les trois espèces de propriétés qui se superposent ou se séparent dans le spectre complet : par des traits verticaux l'effet calorifique, par des lignes inclinées l'action lumineuse, et par les lignes horizontales la propriété chimique mesurée au moyen de l'actinomètre.

Nous connaissons maintenant la composition du rayonnement solaire. Il contient, superposés dans chacun de ses faisceaux, un ensemble de rayons qui sont tous soumis à la loi de Descartes, mais qui diffèrent par la valeur de leurs indices. A cause de cela ils se séparent en une infinité de rayons quand ils traversent des prismes, et comme les indices croissent d'une manière discontinue, le spectre montre des raies qui occupent les lacunes. Telles que la réfraction les sépare, les radiations du spectre offrent la triple propriété de produire de la chaleur, de la lumière et des actions chimiques, et de les produire avec des intensités très-variables suivant leur réfrangibilité. Nous les nommons simples : elles le sont en ce sens que la réfraction ne peut plus les décomposer; elles le seraient d'une manière absolue si en un lieu défini du spectre un seul rayon produisait les trois effets que nous venons de signaler; mais elles pourraient aussi être composées de trois radiations distinctes, superposées parce qu'elles ont le même indice, et développant chacune, ou la chaleur, ou la lumière, ou l'action chimique. Avant d'aborder cette étude nous devons mesurer leurs réfrangibilités, c'est-à-dire leurs indices de réfraction à travers toutes les substances.

MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION.

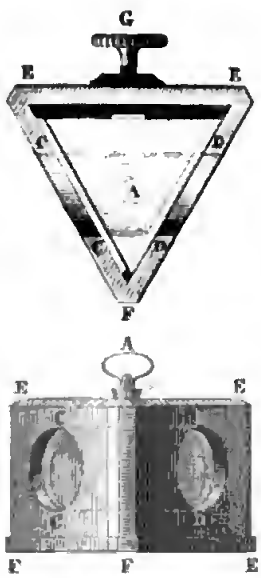
SOLIDES ET LIQUIDES. — Il n'y a qu'une seule bonne méthode pour déterminer les indices : celle qui consiste à mesurer la

déviation minima pour chaque raie, et à calculer n par la formule

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}.$$

J'ai donné tous les détails de l'opération (p. 406), et je n'ai rien à y ajouter, si ce n'est que pour opérer sur les liquides on les enferme dans des prismes de verre creux (*fig.* 743),

Fig. 743.



fermés par des glaces parallèles CC, DD, que l'on serre par une enveloppe métallique EFE au moyen d'une vis G.

CAS DES RADIATIONS CHIMIQUES. — M. MASCART. — Il est très-facile de mesurer ainsi les indices correspondants aux diverses raies depuis A jusqu'à H, à travers une substance de composition constante, telle que le spath d'Islande; mais de nouvelles difficultés se présentent pour les raies ultra-violettes de H en T. Voici comment a opéré M. Mascart. Un collimateur (*fig.* 728) amène la lumière sur un prisme de spath ou de quartz taillés tous deux parallèlement à l'axe de cristallisation. Chacun possède la double réfraction et donne naissance à deux spectres : l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, qu'on étudie

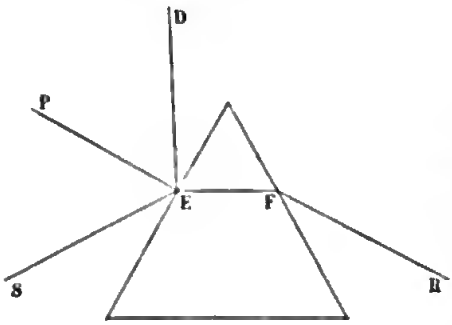
successivement. Prenons comme exemple le spectre ordinaire du spath, qui est le plus dispersé et le plus dévié. On le reçoit dans la lunette C′D′, qu'on place exactement au minimum de déviation et au point pour la raie H. Cela étant, on introduit dans la lunette en D′, derrière et tout contre le réticule, une petite lame de verre préparée pour la photographie. On laisse cette plaque exposée aux rayons pendant le temps convenable; ensuite on y verse de l'acide gallique, ce qui développe une image très-fine du réticule et des raies qui entourent H. Ce n'est là qu'une portion très-restreinte du spectre chimique, il faut dessiner les autres par le même procédé.

On se rappelle que le prisme étant à la déviation minima, on a

$$\delta = 2i - A \quad \text{ou} \quad 2i = A + \delta,$$

cela veut dire que si on passe de la raie H à une autre, et que la déviation minima augmente ou diminue d'une certaine quantité, l'angle $2i$ ou SED que font les rayons incident et réfléchi augmentera ou diminuera de la même quantité (*fig.* 744).

Fig. 744.



Or, comme le prisme et la lunette viennent d'être placés à la déviation minima pour la raie H, si on tourne cette lunette de 20′ et ce prisme de 10′, de manière à augmenter l'angle SED de 20′, on aura encore placé le prisme à sa déviation minima pour les radiations, qui se peindront sous le réticule, au foyer de la lunette. On en prendra l'image photographique et on continuera de la même manière jusqu'à l'extrémité du spectre chimique. Alors, 1° on aura obtenu une série d'images successives ayant toutes, de l'une à l'autre, quelques raies communes qui serviront à les raccorder; on mesurera au microscope les distances relatives de ces raies, et on reproduira leurs dispositions dans un dessin général fait à une échelle commune; 2° comme à chaque opération on a mesuré la déviation minimum de la lunette, on a pu calculer l'indice des raies principales dans les rayons ordinaire et extraordinaire

Digitized by Google

des deux cristaux étudiés. La *fig.* 732, *Pl. V*, représente le dessin simplifié, que je dois à l'obligeance de M. Mascart, et le tableau suivant donne les indices des diverses raies, du rouge jusqu'au violet :

RAIES.	SPATH.		QUARTZ.		LONGUEUR D'ONDE.
	INDICES		INDICES		
	Ordinaire.	Extraordinaire	Ordinaire.	Extraordinaire.	
A	1,65012	1,48285	1,53902	1,54812	0,68667
B	1,65296	1,48409	1,54099	1,55002	0,65607
C	1,65446	1,48474	1,54188	1,55095	0,5888
D	1,65846	1,48654	1,54423	1,55338	0,52678
E	1,66354	1,48885	1,54718	1,55636	0,48596
F	1,66793	1,49084	1,54966	1,55897	0,43075
G	1,67620	1,49470	1,55429	1,56372	0,39672
H	1,68330	1,49777	1,55816	1,56770	0,38190
L	1,68706	1,49941	1,56019	1,56974	0,37288
M	1,68966	1,50054	1,56150	1,57121	0,35802
N	1,69441	1,50256	1,56400	1,57381	0,34401
O	1,69955	1,50486	1,56668	1,57659	0,33602
P	1,70276	1,50628	1,56842	1,57822	0,32856
Q	1,70613	1,50780	"	1,57998	0,31775
R	1,71155	1,51028	"	1,58273	"
S	1,71580	"	"	"	"
T	1,71939	"	"	"	"

CAS DES GAZ. — La lumière, en passant du vide dans les gaz, se rapproche de la normale et suit la loi de Descartes. L'indice est très-voisin de l'unité; il augmente avec la densité et proportionnellement à celle-ci quand elle varie dans des limites étroites. On peut donc écrire

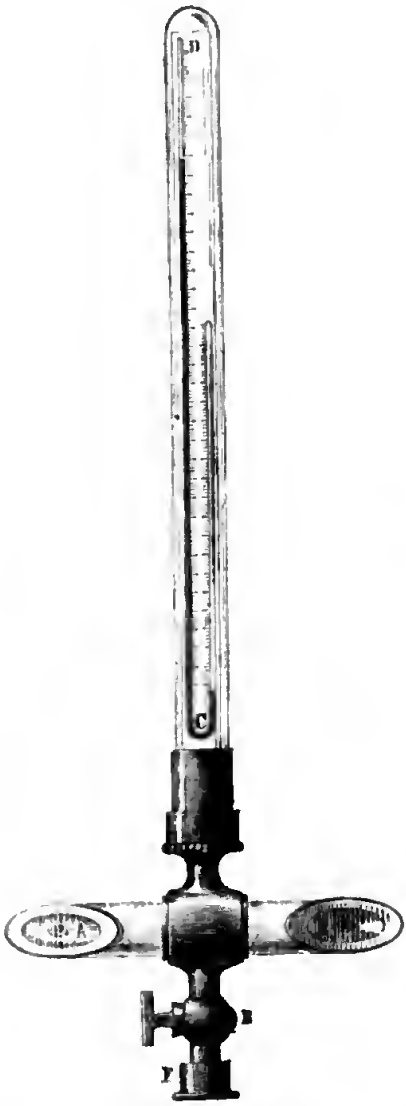
$$n = 1 + \alpha d \quad \text{ou} \quad \frac{n-1}{d} = \alpha.$$

Comme αd est très-petit, on peut aussi écrire

$$n^2 - 1 = 2\alpha d \quad \text{ou} \quad \frac{n^2-1}{d} = 2\alpha.$$

La théorie de l'émission conduisait à admettre que pour tous les corps de la nature, la quantité $n^2 - 1$, qu'on appelait *puissance réfractive*, était proportionnelle à la densité, et que cette autre quantité $\frac{n^2 - 1}{d}$, qu'on désignait du nom de *pouvoir réfringent*, devait être constante. L'expérience a montré que ces prévisions ne se réalisent pas habituellement; et si, par exception, elles s'appliquent aux gaz, cela tient simplement à ce que $n^2 - 1$ est une fonction de la densité d, qui s'annule quand $d = 0$, et qui croît avec elle tout en restant très-petite. Admettons néanmoins, pour nous conformer à l'usage, cette loi approximative et empirique.

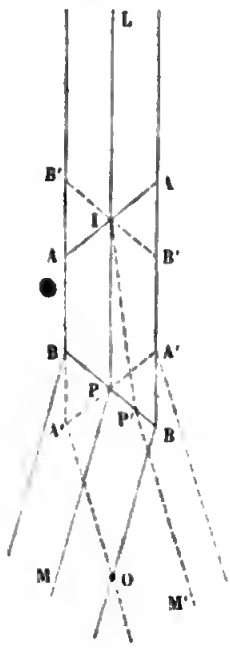
Fig. 745.



EXPÉRIENCES DE BIOT ET ARAGO (*fig.* 745). — Pour trouver l'indice des gaz, Biot et Arago employaient un prisme de verre AB formé par un tube épais, qu'on avait rodé, et sur lequel étaient collées deux glaces parallèles formant un angle de 145 degrés environ. Un baromètre CD couvert d'une cloche mesurait la pression du gaz à l'intérieur. On pouvait fixer l'appareil par un pas de vis inférieur F sur une machine pneumatique, faire le vide plusieurs fois et laisser rentrer le gaz qu'on voulait étudier; ensuite on fermait le robinet E, et on montait l'appareil sur un axe vertical autour duquel il pouvait tourner.

Soit AABB (*fig.* 746) une première position du prisme. La lumière envoyée par un paratonnerre éloigné arrive en un faisceau de rayons parallèles à LI, se réfracte et sort parallèlement à PM, après avoir subi une déviation δ. En retournant le prisme de 180 degrés, le sens de la déviation change et les rayons émergents P'M' font avec les premiers PM un angle égal à 2δ. Si l'on place en O le centre d'un cercle répétiteur, on peut, en visant la mire dans les deux positions du prisme, mesurer 2δ, et comme cet angle est très-petit, augmenter la précision en répétant la mesure. Le prisme est sensiblement dans la position du minimum de déviation, et les formules connues permettront de calculer l'indice moyen K pour le passage de la lumière de l'air atmosphérique au gaz contenu dans le prisme. Je dis l'indice moyen, car la dispersion des couleurs n'est pas sensible.

Fig. 746.



Occupons-nous d'abord de l'air. Nous voulons trouver l'indice n_0 en passant du vide dans ce gaz pris à zéro et à 760 millimètres, et dont la densité est d_0. A cet effet nous ferons le vide dans le prisme; mais comme ce vide n'est pas complet, il restera à t^0, sous une pression h', de l'air dont la densité sera d' et l'indice n'. D'après la loi approximative admise tout à l'heure, nous aurons

$$\frac{n'^2 - 1}{d'} = \frac{n_0^2 - 1}{d_0},$$

d'où

$$n'^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{d'}{d_0} = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h'}{760(1 + at)}.$$

D'autre part, l'air atmosphérique extérieur est à t^0, à une pression h; sa densité est d et son indice est n. On a comme précédemment

$$\frac{n^2 - 1}{d} = \frac{n_0^2 - 1}{d_0},$$

$$n^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{d}{d_0} = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h}{760(1 + at)}.$$

Mais l'expérience a donné l'indice K de passage de l'air extérieur à celui du prisme

$$K^2 = \frac{n'^2}{n^2} = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{760(1+at)}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{760(1+at)}},$$

$$n_0^2 = 1 + \frac{(K^2 - 1)760(1+at)}{h' - K^2 h}.$$

Si la température t était égale à zéro, h à 760 millimètres, et que h' fût nul, c'est-à-dire le vide parfait, on aurait

$$n_0 = \frac{1}{K}.$$

Comme l'expérience s'éloigne fort peu de ces conditions, les corrections que l'on fait sont toujours peu importantes.

Passons au cas d'un gaz quelconque. On veut trouver l'indice ν_0 à 0° et à 760 millimètres, la densité étant δ_0. On emplit le prisme de gaz à t° et à h'; sa densité est δ', et son indice ν'. On a comme précédemment

$$\frac{\nu'^2 - 1}{\delta'} = \frac{\nu_0^2 - 1}{\delta},$$

$$\nu'^2 = 1 + (\nu_0^2 - 1)\frac{\delta'}{\delta} = 1 + (\nu_0^2 - 1)\frac{h'}{(1+at)760},$$

l'air qui entoure le prisme à la pression h, et à la température t, a un indice n déjà calculé

$$n^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h}{(1+at)760}.$$

L'expérience mesure K_1 c'est-à-dire le rapport entre ν' et n, et il est donné par la relation

$$K_1^2 = \frac{\nu'^2}{n^2} = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'}{(1+at)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1+at)760}},$$

formule qui ne contient d'autre inconnue que ν_0.

EXPÉRIENCES DE DULONG. — Voulant traiter certaines questions de la théorie de la lumière, Dulong reprit ces expériences par une autre méthode. Il introduisait successivement dans le prisme deux gaz qu'il voulait comparer, et il diminuait la pression du plus réfringent jusqu'à rendre égales les deux déviations produites par chacun d'eux; cela suffisait pour obtenir l'indice de l'un en fonction de l'indice de l'autre.

Introduisons d'abord de l'air sous une pression h', à une température t, pendant que la pression extérieure est h. K est donné par la formule

$$K^2 = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{1 + at(760)}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1 + at)760}}.$$

Emplissons ensuite le prisme du gaz que nous voulons examiner; et, pendant que la température est t_1 et la pression extérieure h_1, faisons varier celle du prisme jusqu'à h'_1, l'indice de passage K_1 sera

$$K_1^2 = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'_1}{(1 + at_1)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h_1}{(1 + at_1)760}},$$

et si nous avons fait en sorte que les deux déviations soient égales, ou que K soit égal à K_1, nous trouverons

$$\frac{(1 + at)760 + (n_0^2 - 1)h'}{(1 + at)760 + (n_0^2 - 1)h} = \frac{(1 + at_1)760 + (\nu_0^2 - 1)h'_1}{(1 + at_1)760 + (n_0^2 - 1)h_1},$$

ce qui permettra de trouver ν_0 en fonction de n_0, qui est connu. Si l'on admet que la pression et la température extérieure n'ont point changé pendant les deux mesures, ou plutôt si on néglige les changements apportés par leurs variations, la relation précédente se réduit à

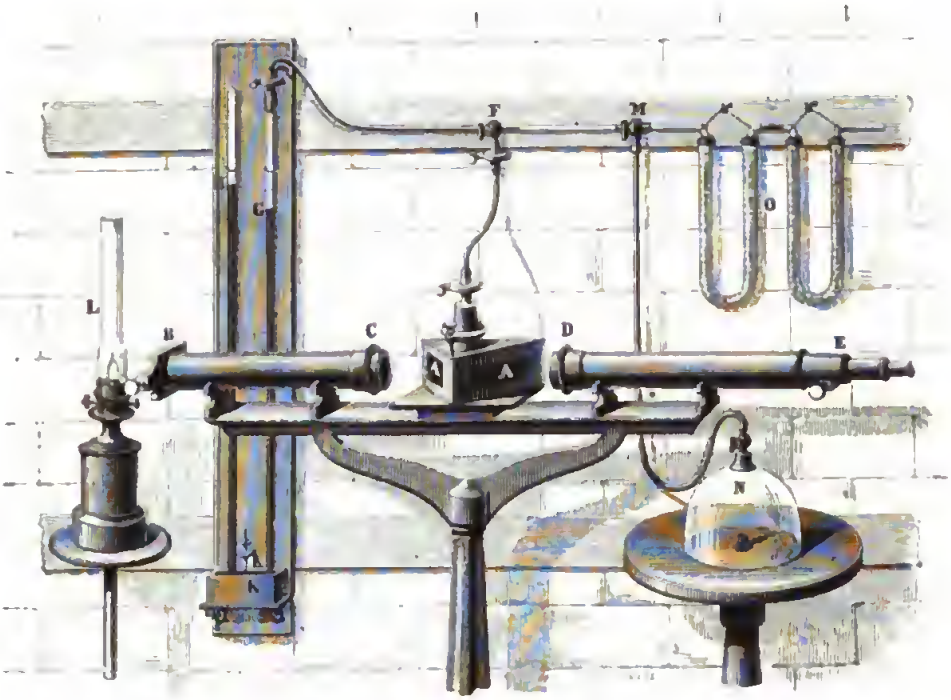
$$(n_0^2 - 1)h' = (\nu_0^2 - 1)h'_1;$$

d'où l'on voit que les puissances réfractives sont inversement proportionnelles aux pressions qu'il faut donner aux deux gaz pour qu'ils produisent des déviations égales.

Digitized by Google

Voici une disposition d'appareils qui ne diffère pas essentiellement de celle de Dulong, et qui permet d'opérer très-commodément (*fig.* 747). AA est un prisme creux de porcelaine

Fig. 747.



de 160 degrés, fermé par des glaces. La lumière envoyée par une lampe L pénètre dans un collimateur BC et en sort comme si elle venait d'une fente située à l'infini. Elle se réfracte dans AA; elle est reçue dans une lunette DE, et il est facile de déplacer la fente B jusqu'à mettre son image en coïncidence avec le réticule de DE quand le prisme est rempli d'air à la pression atmosphérique. On fait alors le vide par une machine pneumatique au moyen d'un tube MN dans le prisme A et dans un manomètre différentiel HGK; puis on laisse rentrer du gaz par les tubes O, et on répète l'opération plusieurs fois. Supposons que le gaz dévie plus que ne le faisait l'air; alors on fera partiellement et lentement le vide jusqu'à ramener la nouvelle déviation à la valeur qu'elle avait dans le cas de l'air. Si le gaz était moins réfringent que l'air on changerait l'ordre des deux opérations.

RÉSULTATS. — Les tableaux qu'on trouvera à la fin du chapitre résument les recherches précédentes. On peut remarquer que l'indice d'un mélange de deux gaz est moyen entre celui des éléments qui le forment. Examinons l'air, qui contient $\frac{21}{100}$ d'oxygène et $\frac{79}{100}$ d'azote. Soient O et AZ les indices de ces gaz pris dans les conditions normales, et N celui de l'air, on trouve que

$$\frac{21}{100}\,O + \frac{79}{100}\,AZ = N.$$

On donne ordinairement de cette loi simple une expression bien plus complexe, en disant que la somme des puissances réfractives des gaz composants, pris avec la densité qu'ils ont dans le mélange, est égale à la puissance réfractive de ce mélange; ce qui s'exprime par la relation

$$\frac{21}{100}(O^2 - 1) + \frac{79}{100}(AZ^2 - 1) = (N^2 - 1),$$

et il est facile de voir que AZ et N étant respectivement très-près d'être égaux à l'unité, ces deux équations expriment numériquement la même chose. Il n'existe aucune relation de cette nature entre les éléments d'un gaz composé et ce gaz lui-même.

EXPÉRIENCES DE M. LEROUX. — M. Leroux admet que le rapport des indices de réfraction de deux substances gazeuses reste le même à toute température, et partant, qu'il suffit de mesurer ce rapport entre une vapeur et l'air chauffés dans une même enceinte, et de les multiplier ensuite par l'indice normal n_0 de l'air, pour avoir celui qu'aurait cette vapeur à zéro et à 760, si elle pouvait être maintenue gazeuse jusque-là.

Pour faire l'expérience il emploie un prisme à gaz en porcelaine fermé par des glaces lutées au moyen d'un verre fusible, et placé au milieu d'une caisse qu'on chauffe directement par un fourneau. Deux tubes opposés, fermés par des glaces, permettent de viser à travers le prisme. La lumière part d'un collimateur; elle est reçue dans une lunette qui me-

sure la déviation. On commence par viser le collimateur et par mettre l'image en contact avec le réticule quand le prisme est échauffé et plein d'air : c'est le zéro des déviations. On place ensuite dans le prisme la substance qu'on veut étudier : soufre, mercure, arsenic, iode, phosphore, etc., et quand la vapeur est formée on observe une déviation qui demeure constante. On la mesure, puis on retourne le prisme de 180 degrés pour recommencer cette observation dans le sens opposé. Connaissant δ, on calcule le rapport des indices de la vapeur et de l'air.

Ces expériences ont montré que l'oxygène et le soufre d'une part, l'azote et le phosphore de l'autre, ont sensiblement le même pouvoir réfringent quand ils sont en vapeurs :

Oxygène.....	0,4924	Azote.....	0,6187
Soufre.....	0,4923	Phosphore.....	0,6264

Elles ont montré, en outre, que les vapeurs, notamment celle du soufre, offrent une très-grande dispersion, et que l'iode, se comportant tout autrement que les autres corps, réfracte plus fortement le rouge que le violet, de sorte que le spectre de cette substance est opposé à celui de toutes les autres. Ce fait est aussi curieux qu'il était peu attendu.

Voici les résultats des observations de Dulong et de M. Leroux :

	Indices.	Densités.
Air.....	1,000294	1,000
Oxygène.....	1,000272	1,103
Hydrogène.....	1,000138	0,068
Azote.....	1,000300	0,976
Chlore.....	1,000772	2,476
Oxyde d'azote.....	1,000503	1,527
Gaz nitreux.....	1,000303	1,039
Acide chlorhydrique.....	1,000449	1,254
Oxyde de carbone.....	1,000340	1,992
Acide carbonique.....	1,000449	»
Cyanogène.....	1,000834	1,818
Gaz oléfiant.....	1,000678	0,990
Gaz des marais.....	1,000443	0,559
Éther chlorhydrique.....	1,001095	2,234
Acide cyanhydrique.....	1,000451	0,944
Ammoniaque.....	1,000385	0,591

	Indices.	Densités.
Gaz chloroxycarbonique.....	1,001159	3,442
Acide sulfhydrique.....	1,000644	1,178
Acide sulfureux.....	1,000665	2,247
Éther sulfurique.....	1,000153	2,580
Sulfure de carbone.....	1,000150	2,644
Protophosphure d'hydrogène...	1,000789	1,256
Soufre.....	1,001629	6,617
Phosphore.....	1,001364	4,355
Arsenic.....	1,001114	10,39
Mercure.....	1,000556	6,97

QUATRE-VINGTIÈME LEÇON.

DE L'ABSORPTION ET DE L'ÉMISSION.

De l'absorption. — Chaleur obscure. — Rayons ultra-violets. — Radiations moyennes. — Identité des trois radiations de même indice. — Cas des gaz. — Raies atmosphériques. — Diffusion.
De l'émission. — Cas des solides. — Cas des gaz. — Spectre électrique. — Tubes de Geissler. — Spectre de l'arc électrique. — Analyse spectrale. — Rubidium. — Cœsium. — Thallium. — Les autres métaux. — Relation entre les pouvoirs émissifs et absorbants.

Tous les corps absorbent, transmettent et diffusent les radiations qu'ils reçoivent. Ils rayonnent eux-mêmes dans toutes les directions quand ils sont échauffés. Les lois de ces phénomènes ont été déjà partiellement étudiées (t. II, p. 235); il nous reste à résumer et à généraliser les résultats que nous avons trouvés précédemment.

Nous représentons, comme précédemment (*fig.* 742), par des lignes verticales la courbe des intensités calorifiques; elle s'étend de O_1 à A pour les chaleurs obscures et de A à G pour les chaleurs lumineuses. Les intensités de la lumière sont figurées par la ligne A*de*H et marquées par des traits inclinés à 45 degrés. Enfin la courbe des effets actinométriques A*degh*T se distingue par des lignes horizontales. Au moyen de cette représentation conventionnelle on voit d'un seul coup d'œil comment les trois propriétés des radiations solaires se superposent ou s'isolent dans le spectre total.

DE L'ABSORPTION.

I. Nous avons prouvé qu'une radiation calorifique simple, de réfrangibilité donnée et d'intensité C, s'affaiblit et devient C′ quand elle traverse un milieu d'épaisseur *e*. Nous avons démontré la relation

$$C' = C\gamma^e.$$

γ est une fraction qui se nomme le coefficient de transmission. Quand il est égal à 1, $C' = C$, et le milieu est absolument diathermane. S'il diminue de plus en plus, la substance transmet de moins en moins. Quelle que soit la valeur de γ, C' diminue jusqu'à devenir insensible, quand l'épaisseur e de l'écran interposé augmente suffisamment.

II. On peut étudier de la même manière la transmission de la propriété chimique. Faisons tomber une radiation déterminée, celle qui correspond à la raie H, par exemple, sur l'actinomètre, et mesurons la déviation galvanométrique A, puis recommençons immédiatement l'expérience en interposant dans le trajet des mêmes rayons la lame d'épaisseur e dont nous voulons connaître le pouvoir absorbant, nous trouverons une deuxième déviation A'. En opérant ainsi, M. Becquerel a vérifié la loi déjà démontrée pour la chaleur,

$$A' = A\alpha^e.$$

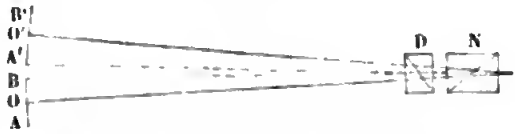
Ce nouveau coefficient de transmission α change avec la nature des radiations observées et des lames interposées.

III. La propriété lumineuse est limitée en A et H. Si on isole une radiation simple, en D par exemple, et qu'on la transmette à travers une lame d'épaisseur e, elle s'affaiblit de L à L'. Or, en employant des photomètres, qui seront décrits dans la suite (*), nous avons trouvé, Masson et moi, la relation

$$L' = L\lambda^e.$$

(*) Soit AOB (*fig.* 748) la couleur simple qu'on veut éprouver. On la regarde à travers un prisme réfringent D et un nicole O : le prisme donne deux images égales AOB, A'O'B' polarisées dans des plans rectangulaires, et le nicole permet d'affaiblir l'une ou l'autre dans une proportion qu'on sait calculer. Or,

Fig. 748.



si on interpose un verre blanc devant A'B', un verre coloré devant AB, les deux images ordinaire AB et extraordinaire A'B' ont des éclats différents qu'on rend égaux en faisant tourner N d'un angle α qu'on mesure ; l'une des images est $L\cos^2\alpha$, l'autre $L'\sin^2\alpha$, et on a

$$L\sin^2\alpha = L'\cos^2\alpha.$$

On voit que la formule de transmission est la même pour les trois propriétés, formule qui était évidente *à priori*, car si, en traversant le premier millimètre une radiation se réduit de L à $L\lambda$, à travers le deuxième elle diminuera de $L\lambda$ à $L\lambda^2$, et après l'épaisseur e elle sera $L\lambda^e$. Cela posé, si nous voulons comparer les absorptions calorifiques lumineuses et actinométriques, il suffira de choisir une radiation comprise entre A et H et de comparer les coefficients γ, α et λ. Nous avons fait cette comparaison entre la chaleur et la lumière, et M. Edm. Becquerel entre la lumière et la propriété actinométrique.

Or, il est résulté de ces diverses études que, dans tous les cas, α, γ et λ étaient égaux, et l'on a pu énoncer la loi générale qui suit : « Quand les radiations qui se concentrent en un point déterminé du spectre solaire se transmettent à travers un milieu, les trois propriétés lumineuse, calorifique et chimique se transmettent en proportion égale. »

Il résulte de là que dans la partie du spectre où elles sont superposées, les trois propriétés qui nous occupent sont absolument inséparables. On ne peut en effet les dissocier ni par la réfraction prismatique, puisqu'elles ont le même indice et qu'elles suivent la loi de Descartes, ni par les milieux absorbants, puisqu'ils agissent proportionnellement sur chacune d'elles. On a cherché à les différencier en les polarisant ou en les faisant interférer, mais MM. de la Provostaye et Desains ont constaté que, dans tous les cas, chaque propriété d'une lumière simple se retrouve avec la même intensité et le même sens dans les deux autres propriétés qui l'accompagnent dans le spectre.

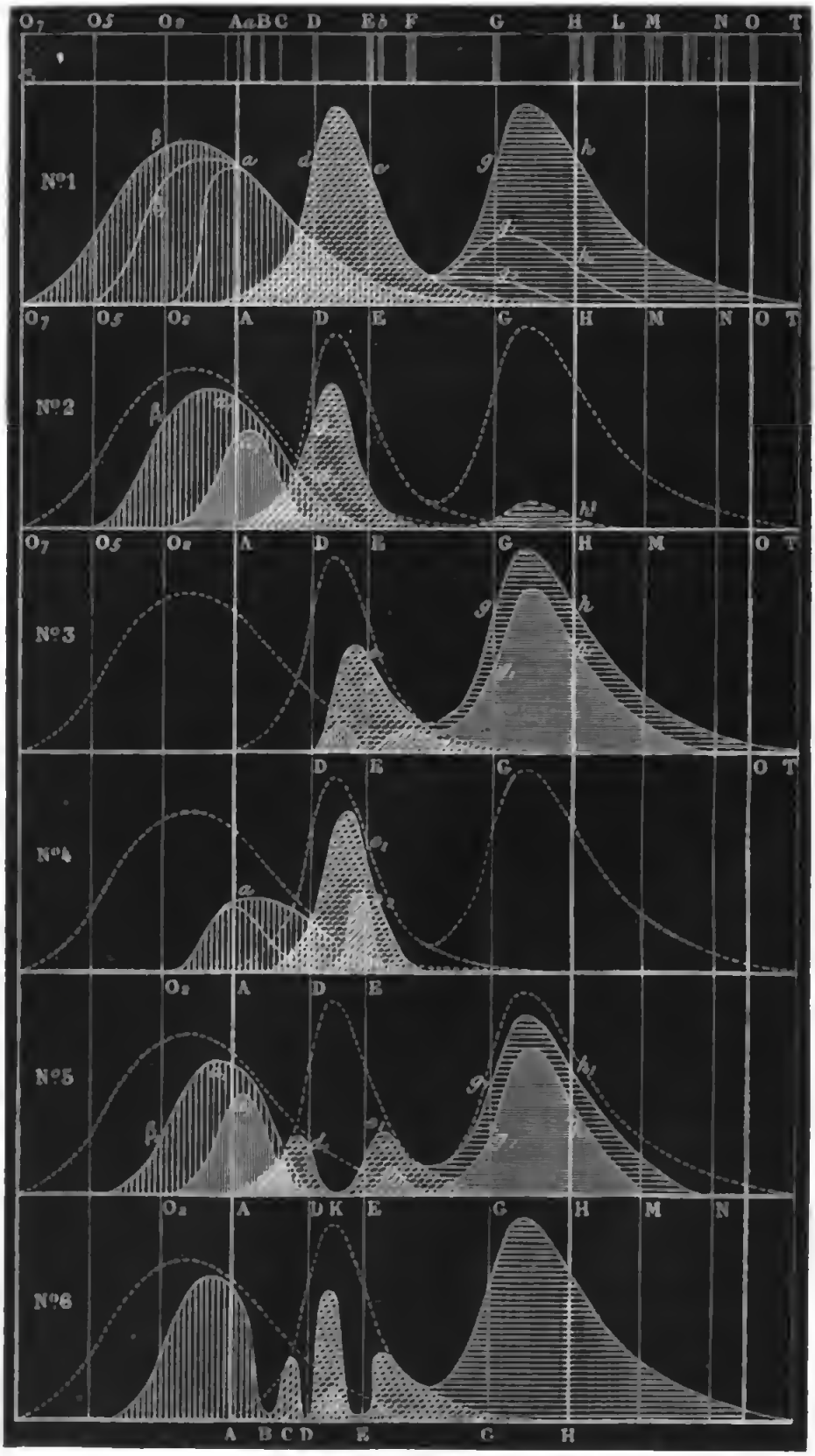
L'interprétation philosophique de cette loi générale ne peut être douteuse. On a supposé autrefois que trois agents distincts émanaient du soleil : la chaleur, la lumière et les rayons chimiques, et que chacun d'eux donnait lieu à un spectre partiellement superposé aux deux autres, mais distinct dans sa nature autant que dans ses propriétés. On a imaginé depuis une théorie nouvelle : on admet que le soleil envoie des vibrations qui sont toutes de même nature, qui ne se distinguent que par leur longueur d'onde et qui se séparent en traversant un prisme, parce que leur réfrangibilité est différente, de telle sorte qu'en un lieu donné du spectre il n'y en a qu'une seule

et qu'elle est réellement simple. Tombe-t-elle sur un thermomètre, il l'absorbe et s'échauffe. Rencontre-t-elle certains composés chimiques, elle les altère. Enfin, pénètre-t-elle dans l'œil, elle y développe l'effet lumineux. C'est entre ces deux hypothèses qu'il faut choisir. Or, si la triple propriété résultait de trois rayonnements distincts superposés, il est certain qu'ils auraient des propriétés distinctes qui permettraient de les isoler; tandis que l'identité des trois effets, que l'expérience constate, est nécessaire si on regarde la chaleur, la lumière et l'action chimique comme des manifestations d'une même radiation simple. Dans cette alternative, la logique nous conduit à admettre une cause unique qui explique tout, plutôt que trois causes différentes auxquelles il serait impossible d'assigner des caractères distincts.

A l'avenir nous admettrons que le soleil envoie une série de vibrations superposées différant entre elles non par leur vitesse de propagation, non par la direction de leurs mouvements, mais seulement par la rapidité de leurs oscillations. Elles diffèrent comme le font les notes envoyées à la fois par les divers instruments d'un orchestre. Elles se séparent par la réfraction, et nous prouverons que les vibrations peu réfrangibles sont les plus lentes et les plus déviées les plus rapides; de sorte que les chaleurs obscures sont analogues aux sons graves, les rayons chimiques extrêmes aux notes aiguës. Il est extrêmement probable que nous ne connaissons pas dans toute son étendue la gamme des radiations solaires, car tous les milieux connus absorbent à la fois les moins et les plus réfrangibles d'entre elles, et il est possible que le spectre puisse être prolongé un jour bien au delà des limites entre lesquelles il est aujourd'hui contenu.

Chaque vibration étant un mouvement dans l'éther apporte pendant un temps donné sur les points qu'elle rencontre une certaine somme de force vive qui mesure son intensité. Tous les effets qu'elle produit sont nécessairement proportionnels à cette force vive, mais ils dépendent aussi de la durée de chaque ondulation. Ainsi les rayons rouges traversent le verre rouge sans affaiblissement, tandis que les jaunes sont arrêtés au passage. Cela veut dire que deux radiations sont absorbées dans des proportions variables avec leur réfrangibilité ou leur

Fig. 749.



longueur d'onde; et s'il en est ainsi de leur faculté d'absorption, il en est de même de la propriété qu'elles ont de produire la chaleur, la lumière ou l'effet chimique. D'où il suit que l'action calorifique peut être limitée entre O_1 et G, l'effet lumineux entre A et H, et l'effet chimique entre d'autres points du spectre. On verra dans la suite que ces points changent avec les corps impressionnables. Quand nous mesurons l'intensité calorifique lumineuse ou chimique dans les divers points du spectre, nous ne mesurons donc qu'un effet complexe qui ne nous renseigne point sur la force vive ou l'intensité propre des radiations elles-mêmes.

Du moment que d'un bout à l'autre du spectre il n'y a plus que des radiations simples ordonnées par rapport aux vitesses d'oscillations croissantes, peu importe qu'on apprécie les absorptions par l'effet lumineux calorifique ou chimique. Il suffit de mesurer le coefficient d'extinction α dans la formule $I' = I\alpha^e$, soit par un photomètre, soit par une pile de Melloni, soit par un actinomètre, et de chercher comment il varie de O_1 à T. C'est ce qui nous reste à faire.

I. Tous les corps transparents, comme le verre ou l'eau, qui ne colorent pas les objets qu'on regarde à travers, laissent passer intégralement ou au moins en proportion égale les rayons lumineux de A en H. Ils agissent donc identiquement sur cette partie du spectre, mais leur action sur les radiations extrêmes est très-inégale.

Un seul corps, le sel gemme, laisse passer toutes les radiations. Lui seul est transparent d'une manière absolue. Tous les autres éteignent les rayons extrêmes, soit du côté des chaleurs obscures, soit du côté des rayons chimiques; et cette extinction augmente à mesure qu'on s'approche des extrémités du spectre. Les courbes des intensités se réduisent à $O_1\beta_1\alpha$ d'une part et à g_1h_1M de l'autre (*fig.* 749, n° 1), de façon qu'une épaisseur suffisante de ces substances absorbe toutes les radiations obscures et ne laisse passer que les rayons lumineux.

Après le sel gemme, les corps qui laissent le mieux passer la chaleur sont le fluorure de calcium, le spath, le quartz et le verre. Au contraire, l'alun, l'acide citrique, la glace et l'eau sont remarquables par la qualité inverse d'arrêter tous les

rayons de petite réfrangibilité pour ne transmettre que ceux qui avoisinent le rouge.

Le quartz et le sel gemme transmettent à peu près intégralement la propriété chimique depuis la raie H jusqu'à la limite extrême T. Viennent ensuite l'alcool, beaucoup d'essences, et enfin, à un moindre degré, le verre et l'eau. La plupart des autres milieux transparents éteignent partiellement la propriété chimique, et dans une proportion qui croît avec la réfrangibilité des rayons (*fig.* 749, n° 1). La courbe s'abaisse de ghT à g_1h_1M, et la limite du spectre chimique se rapproche de plus en plus de H, à mesure que l'épaisseur des écrans augmente.

M. Edm. Becquerel, ayant étudié diverses substances sous une épaisseur commune et égale à 15 centimètres cubes, a trouvé que l'effet électro-chimique cesse d'être appréciable :

De N en O avec l'essence de térébenthine et l'huile de naphte;

En M avec l'eupione, l'aldéhyde, l'iodure d'amyle, l'essence de citron, les acides azotique et chlorhydrique;

Vers I avec le chlorure et le sulfure de carbone et l'huile d'élémi;

Enfin en H avec la créosote et l'essence d'amandes amères.

Le bisulfate de quinine, la dissolution d'écorce de marronnier d'Inde (esculine), le verre jaune d'urane, et quelques autres substances qu'on étudiera bientôt, jouissent de cette même propriété d'absorber entièrement les radiations depuis H jusqu'à T.

II. Les corps noirs ont la propriété inverse d'éteindre entièrement la lumière et aussi les rayons ultra-violets; mais ils laissent passer de la chaleur obscure. Le sel gemme noirci, le quartz enfumé, éteignent à la fois tous les rayons voisins du rouge A et tous ceux qui se trouvent à la limite O_1. La courbe atteint dans la partie moyenne un maximum qui est très-rapproché du rouge A pour l'alun noirci, et beaucoup plus éloigné pour le sel gemme enfumé. Si l'épaisseur de l'écran augmente, la chaleur transmise finit par être à peu près simple.

M. Tyndall vient de faire connaître une substance qui jouit à un haut degré de cette propriété : c'est la solution d'iode dans le sulfure de carbone. Étendue, elle est rouge; concen-

trée, elle intercepte tous les rayons visibles du soleil, mais elle laisse passer assez de chaleur pour enflammer de l'amadou au foyer d'un miroir.

III. Dans une troisième catégorie de milieux les coefficients α diminuent à mesure que la réfrangibilité augmente (*fig.* 749, n° 2). Dans ce cas, l'extinction commence par le spectre chimique, et s'étend de H en A quand l'épaisseur augmente; en même temps les rayons calorifiques obscurs s'affaiblissent d'autant plus qu'ils sont plus éloignés de A. Les trois courbes prennent d'abord les formes

$$O_1 a_1 E, \quad A d_1 G, \quad A d_1 g h_1 M.$$

Si l'épaisseur augmente, les courbes s'abaissent et deviennent

$$O_2 a_2 D, \quad A d_2 E;$$

peu à peu les trois maxima se rapprochent et finissent par se confondre dans la région du rouge; la teinte dominante, qui était jaune, passe à l'orangé, et finit par se réduire à un rouge pur. On constate ces changements avec les vins vieux, l'eau-de-vie, le verre jaune, etc., et l'on conçoit pourquoi cette dernière substance est employée pour garnir les fenêtres des ateliers de photographie, puisqu'elle laisse passer assez de lumière pour éclairer l'opérateur dans ses manipulations, tandis qu'elle éteint tous les rayons chimiques, qui depuis E jusqu'en P impressionnent si vivement les substances sensibles.

Presque tous les corps transparents que nous considérons comme incolores appartiennent à cette troisième catégorie. Hassenfratz ayant fait passer les rayons solaires à travers un tube plein d'eau dont il augmentait progressivement la longueur, vit que la lumière transmise paraissait jaune, puis orangée, puis rouge. Il reconnut en même temps que tout le liquide était devenu lumineux et répandait une lueur verte ou bleue. Cela tient à ce que l'eau partage les rayons en deux parts : l'une, qu'elle transmet, qui est jaune et passe au rouge; l'autre, qu'elle diffuse intérieurement, et qui est complémentaire. C'est celle-là que nous renvoient les eaux profondes des lacs ou de la mer, et c'est pour cette raison qu'elles sont vertes ou bleues. L'air est dans le même cas que l'eau : bleu par diffusion, tandis qu'il colore en rouge le soleil à son cou-

cher et les flammes lointaines. A mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, l'air devenu plus rare diffuse moins de lumière, et le ciel paraît d'un bleu très-sombre. Aux limites de l'atmosphère, on le verrait noir comme pendant la nuit.

IV. Les milieux colorés en bleu ou en violet offrent des propriétés inverses. Ils transmettent très-abondamment les rayons très-réfrangibles de E en P; ils éteignent les groupes des chaleurs obscures et des lumières jusqu'au vert (*fig.* 749, n° 4); ils transmettent très-peu de chaleur de D en E, de la lumière en De_1G et presque tous les rayons chimiques De_1ghT. Quand leur épaisseur augmente, le maximum de lumière se recule en EG vers le violet, qui est la dernière lumière transmise, et les rayons chimiques continuent encore de passer suivant Eg_1h_1P quand déjà toute lueur est éteinte.

V. Les sels de nickel et les verres verts ont des coefficients de transmission croissants du rouge au vert, décroissants du vert au violet; les trois courbes offrent alors un maximum dans cette couleur, et pour une épaisseur suffisante ne laissent passer qu'elle (*fig.* 749, n° 4).

VI. Avec les sels de manganèse et de chrome, on voit un minimum dans le jaune orangé, en *k*, et deux maxima vers les extrémités (*fig.* 749, n° 5). Quand l'épaisseur est moyenne, les courbes sont B$_1a_1$D, Ad_1ke_1H, $ke_1g_1h_1$N; les actions chimique, lumineuse et calorifique s'éteignent à la fois dans le jaune orangé; la teinte est verte. Si cette épaisseur croît suffisamment, la fente obscure s'élargit, gagne l'orangé et le vert; les deux extrémités AD et EGH demeurent seules, et la teinte devient violette (*fig.* 749, n° 6).

VII. On trouve enfin des cas où les coefficients de transmission se distribuent très-irrégulièrement. Le verre bleu de cobalt réduit le spectre à quatre bandes brillantes (*fig.* 749, n° 6) : l'une de B en A, la seconde entre C et D, la troisième un peu après D, la quatrième de E en H. Elles sont séparées par trois raies obscures : en C, un peu avant D, et enfin tout près de E (*fig.* 749, n° 7). Les rayons obscurs ultra-violets se transmettent aisément.

CAS DES GAZ. — En faisant passer les rayons solaires dans un tube qui contenait de l'acide hypoazotique et ensuite à

travers un prisme et une lentille, Brewster a trouvé un spectre interrompu par de larges bandes obscures à peu près équidistantes. Il en fut de même avec le chlore et la vapeur d'iode. Pour étudier celle-ci, qui s'attache aux parois des vases, il faut la produire en chauffant un peu d'iode dans un ballon percé de deux fentes opposées.

En regardant ces bandes sombres avec plus d'attention, on a reconnu qu'elles sont composées d'une multitude de raies lumineuses et obscures fort étroites, et tout à fait analogues à celles du spectre solaire. Il est probable que tous les gaz offriraient chacun un système de raies spéciales si on pouvait les étudier sous une assez grande longueur. Ce qui autorise cette hypothèse, c'est une observation faite il y a longtemps par Brewster. Il avait remarqué, au moment du lever ou du coucher du soleil, dans la partie la moins réfrangible du spectre des bandes sombres et larges vers les raies B, C et D, et même un peu au delà de D. Au moyen d'un spectroscope multiple, M. Janssen a résolu ces bandes larges en raies très-fines, lesquelles recouvrent très-exactement certaines raies signalées par Frauenhofer. Elles sont faibles quand le soleil est élevé sur l'horizon; elles s'accentuent et s'élargissent sans changer de place quand il baisse et que la couche atmosphérique traversée par les rayons augmente d'épaisseur. Par contre, elles s'éteignent presque complétement au sommet des montagnes. Ces observations viennent heureusement confirmer l'explication que Brewster avait donnée de ces raies au moment même où il les a découvertes, et qui consiste à dire qu'elles proviennent d'une absorption que l'air exerce sur les rayons qui ont la réfrangibilité de ces raies. Il y en a d'autres, au contraire, qui n'éprouvent aucune variation quand le soleil s'approche ou s'éloigne de l'horizon : elles ne sont donc pas dues à l'air; mais elles pourraient peut-être provenir de l'absorption exercée par l'atmosphère du soleil.

Nous reviendrons bientôt sur cette idée. Pour le moment, nous devons faire observer qu'il y a une différence essentielle entre les effets de transmission des solides et des liquides d'une part, et des gaz de l'autre. Ceux-là exercent une absorption continue depuis O, jusqu'à P, et les coefficients de transmission varient continûment avec la réfrangibilité. Rien

de pareil ne se voit avec les gaz; ils laissent passer tous les rayons, à l'exception d'un très-petit nombre, qui ont une réfrangibilité très-limitée et qui s'éteignent; de façon que le spectre transmis montre quelques raies extrêmement fines, tout à fait discontinues et irrégulièrement distribuées dans la série des couleurs.

DIFFUSION. — Si les idées que nous avons exposées sur la nature des radiations sont exactes, si ces radiations apportent sur les corps qu'elles rencontrent une certaine somme de force vive, il faut que celle-ci se conserve ou se dépense en un travail équivalent. Cette idée sera développée bientôt. Donc quand une radiation est absorbée, il faut qu'elle produise un effet ou qu'elle se retrouve. Nous allons montrer que souvent elle ne fait que se disperser en se répandant dans tous les sens. C'est le phénomène de la diffusion. Les expériences d'Hassenfratz font voir en effet que de longues colonnes d'eau éclairées par le soleil semblent devenir lumineuses; elles diffusent la partie des rayons qu'elles ne transmettent pas directement. Or, ce qui n'est visible qu'avec une très-longue colonne d'eau, se manifeste pour les corps opaques sous une épaisseur très-petite. On étudie ce phénomène de deux manières :

1° Contre un écran parfaitement noir on dispose verticalement et sur le prolongement l'une de l'autre deux bandes étroites, l'une de papier blanc, l'autre couverte de la matière qu'on veut essayer, et on les regarde avec un prisme vertical. On voit ainsi deux spectres, l'un normal, celui du papier, qui contient toutes les couleurs dans les proportions qui réalisent le blanc; l'autre, qui est juxtaposé, où manquent les couleurs absorbées, et où restent les rayons diffusés par la matière qu'on essaye.

2° Après avoir préparé et fait tomber sur un écran parfaitement noir un spectre réel et vertical bien pur, on en reçoit la partie supérieure sur un papier blanc, et la portion inférieure sur la substance à examiner.

Ces deux méthodes permettent également bien de comparer les deux spectres juxtaposés, c'est-à-dire les effets produits par les deux substances sur chacun des rayons qui composent la lumière blanche.

En faisant cette épreuve avec des matières très-diverses, Newton reconnut que chaque couleur simple conserve sa nuance, c'est-à-dire qu'elle ne change pas de nature et que l'effet d'une surface opaque se borne à diffuser les rayons dans des proportions qui varient avec la réfrangibilité, et que l'on peut mesurer au moyen de photomètres. Supposons que cette mesure ait été faite. Si la même substance reçoit ensuite de la lumière blanche, elle diffusera individuellement chacune des couleurs simples dans les proportions qu'on vient de mesurer et par la règle chromatique de Newton. On pourra calculer la teinte résultante dans chaque cas particulier.

Il y a des corps qui renvoient toutes les couleurs simples suivant les mêmes proportions que dans le spectre, c'est-à-dire dans la lumière blanche. Ces couleurs se mêlant, le corps est blanc, gris ou noir; blanc s'il renvoie beaucoup de ces lumières; gris plus ou moins foncé si leur quantité décroît plus ou moins; enfin, noir si elles sont insensibles.

Le plus généralement, cette proportion des couleurs élémentaires est changée. Quand l'une des couleurs diminue dans le spectre diffusé, elle diminue aussi dans la teinte qui résulte de leur mélange, c'est-à-dire dans la couleur du corps.

Beaucoup de matières ont des couleurs vives, tout à fait semblables aux teintes du spectre et qui paraissent simples. Mais elles ne le sont jamais absolument, et on les voit généralement se résoudre, par le prisme, en un groupe de couleurs voisines : toute couleur jaune contient de l'orangé, du jaune et du vert; les tons verts sont constitués par le jaune, le vert et le bleu, et, en général, une nuance quelconque par la couleur prismatique qui lui correspond, qui est en grand excès, et par celles qui la précèdent et la suivent, en moindre proportion. Ces teintes changent avec les lumières qui les éclairent, comme nous allons l'expliquer. La lumière du soleil n'est blanche qu'à midi, elle jaunit et tire à l'orangé vers le matin ou le soir, et surtout pendant les éclipses. Les lampes et la flamme du gaz contiennent beaucoup de jaune, très-peu de bleu ou de violet. Au contraire, le rouge et le jaune font défaut, et les rayons violets dominent dans l'arc électrique ou dans les rayons de la lune. Par conséquent, au lever et au coucher du soleil, aussi bien qu'à la lueur des lampes, tous

les tons doivent rétrograder vers le rouge, le jaune devenant orangé, le vert pâle passant au jaune, et le bleu au vert, tandis qu'à la lumière électrique toutes les nuances monteront vers les couleurs plus réfrangibles : le jaune tendant au vert, le vert au bleu, et le bleu au violet. Mais il serait bien aisé, par interposition d'écrans complémentaires, de ramener les luminaires à la couleur blanche et d'éviter les effets désastreux de coloration qu'on remarque par exemple dans certains théâtres ou par l'effet de la lumière électrique.

DE L'ÉMISSION.

SOLIDES ET LIQUIDES. — Quand ils ont été échauffés, les corps émettent des radiations. Elles ne sont jamais simples; elles constituent au contraire un mélange de rayons dont la réfrangibilité varie en même temps que la température. Au-dessous de 100 degrés, ce sont des rayons de chaleur qui traversent difficilement le sel gemme; au-dessus, et en s'éloignant de ce terme, ce sont des radiations encore obscures, mais se rapprochant du spectre visible. A 525 degrés, suivant M. Draper, elles sont rouges et commencent à devenir lumineuses. Elles comprennent toutes les couleurs depuis A jusqu'à C vers 720 degrés. On les voit s'étendre jusqu'à G à 780 degrés, et enfin dépasser H à 1165 degrés, c'est-à-dire au rouge blanc. Il est probable que les rayons chimiques s'ajoutent de même au flux général avec des réfrangibilités qui croissent toujours davantage, en même temps que la température.

Quelle que soit cette température, les spectres observés sont toujours continus si les substances rayonnantes sont solides ou liquides; c'est ce que l'on peut observer avec la chaux incandescente dans la lampe de Drummond, avec les charbons de l'arc voltaïque, ou pendant la combustion du magnéslum. C'est ce qui arrive encore lorsqu'on étudie les flammes qui contiennent des particules charbonneuses incandescentes.

CAS DES GAZ. — Les apparences sont entièrement changées lorsqu'on décompose par un prisme le rayonnement des gaz incandescents. Ces substances, qui absorbaient dans les spec-

tres continus un petit nombre de rayons de manière à faire naître des raies obscures très-étroites et irrégulièrement distribuées, donnent, quand elles sont lumineuses, des spectres très-peu apparents, sur le fond desquels on voit se détacher, par un phénomène inverse, un petit nombre de traits fort brillants tout aussi étroits, tout aussi irréguliers, et dont la place est tellement invariable, que dès 1822 Herschel déclarait qu'ils pourraient servir à caractériser et à analyser les matières en combustion.

Parmi les exemples que nous devons citer, il convient de rappeler d'abord que la lampe à alcool salé émet une lumière jaune composée d'une double raie D, laquelle se subdivise encore quand on multiplie le nombre des prismes. Elle avait été signalée déjà par Frauenhofer dans la flamme des lampes ordinaires. Swan l'avait observée, en 1856, dans toutes les combustions faites en présence d'un sel de soude. Il admit qu'elle caractérise le sodium, et comme il éprouvait de grandes difficultés pour éviter qu'elle ne prît naissance, il avait conclu que ce sodium est répandu partout. Tous les sels métalliques qu'on mêle à l'alcool offrent, à la simplicité près, des résultats analogues. Si c'est un sel de cuivre ou d'argent, la flamme est colorée en vert et montre des raies vertes très-brillantes, différentes pour le cuivre ou pour l'argent. Elle est rouge avec la strontiane, parce qu'elle est formée d'un groupe de raies rouges. Les spectres produits dans tous ces cas ont été étudiés par Müller, qui en a donné les dessins exacts. La flamme des hydrogènes carbonés, quand on l'observe à sa base dans la partie bleue, le dard d'un chalumeau, et la lumière verte éclatante qu'on obtient en brûlant le cyanogène par un courant intérieur d'oxygène, donnent toujours un même spectre. On y voit 6 raies brillantes et équidistantes dans l'orangé, 7 dans le jaune verdâtre, 3 dans le vert, 5 dans le bleu indigo, et enfin un grand nombre de traits absolument noirs et équidistants dans le violet. Ce spectre remarquable, décrit par M. Morren, se retrouve toutes les fois qu'une flamme contient du charbon qui s'y brûle en totalité. Il est évidemment dû à ce charbon.

SPECTRE ÉLECTRIQUE. — L'étincelle électrique entraînant avec elle, dans les deux sens opposés, la matière volatilisée de

ses deux conducteurs, il était probable qu'elle donnerait, étant décomposée par un prisme, un petit nombre de raies brillantes et discontinues. C'est ce que vit, en effet, Frauenhofer. Wheatstone reconnut ensuite que leur place change avec les électrodes. Enfin, Masson les dessina avec autant de soin que Frauenhofer l'avait fait des raies solaires. Chaque métal a les siennes. Celles qui appartiennent à deux métaux se superposent dans le spectre électrique quand on allie ces deux métaux ou qu'on emploie l'un pour conducteur positif et l'autre pour électrode opposée.

Masson avait encore signalé des raies communes aux spectres de tous les métaux. L'observation était exacte; mais Angstroem a montré que ces raies communes sont dues au gaz dans lequel on fait éclater l'étincelle.

TUBES DE GEISSLER. — En 1838, M. Plucker ajouta toute une nouvelle classe de faits aux précédents en observant les spectres de la lumière qui se développe par le courant d'induction dans les tubes de Geissler. Ils contiennent, comme le spectre électrique, des raies brillantes dues, soit aux gaz, soit aux électrodes; mais il est facile de distinguer ces dernières, qui sont communes à tous les gaz quand les électrodes restent les mêmes, et qui changent dans un même fluide quand on emploie des conducteurs différents. M. Plucker ayant étudié les raies qui viennent de l'illumination du milieu les a trouvées fixes, constantes et propres à caractériser le gaz employé. D'après ses recherches, on connaît le spectre de l'oxygène, de l'azote, de l'hydrogène et d'un grand nombre de corps simples gazeux ou volatilisés. Quand on emploie des gaz ou des vapeurs composés, on découvre généralement des raies nouvelles propres à ce composé, mais on peut voir aussi celles qui répondent à ses éléments. C'est ainsi que l'oxyde de carbone possède un ensemble de raies particulier, au milieu duquel on voit naître celles de l'oxygène lorsqu'on atteint un degré déterminé de tension. De même la vapeur d'eau montre les raies de l'hydrogène lorsque le courant est faible et celles de l'oxygène s'il augmente; de même aussi M. Morren vit apparaître le spectre du charbon dans les hydrogènes carbonés.

SPECTRE DE L'ARC. — L'arc électrique devait produire les mêmes effets. M. Foucault l'étudia en 1839. Il trouva dans cette lumière les raies qui, dans la suite, furent reconnues pour caractériser le charbon. Il remplaça le crayon inférieur par un creuset dans lequel il déposait un fragment d'argent, de cuivre, de zinc ou de laiton. L'argent donnait, entre autres, deux raies vertes extrêmement lumineuses, le cuivre un groupe de bandes rouges et de raies vertes, le zinc des bandes bleues, et le laiton la combinaison des raies particulières du cuivre et du zinc. Avec le fer, on obtient environ 70 raies; et ce qu'il faut remarquer, c'est que tous les métaux reproduisent dans cette nouvelle expérimentation les caractères que Masson avait découverts dans l'étincelle électrique, et que Kirchhoff reproduisit ensuite avec plus de soins et de plus grands détails en remplaçant la machine électrique par l'appareil de Ruhmkorff.

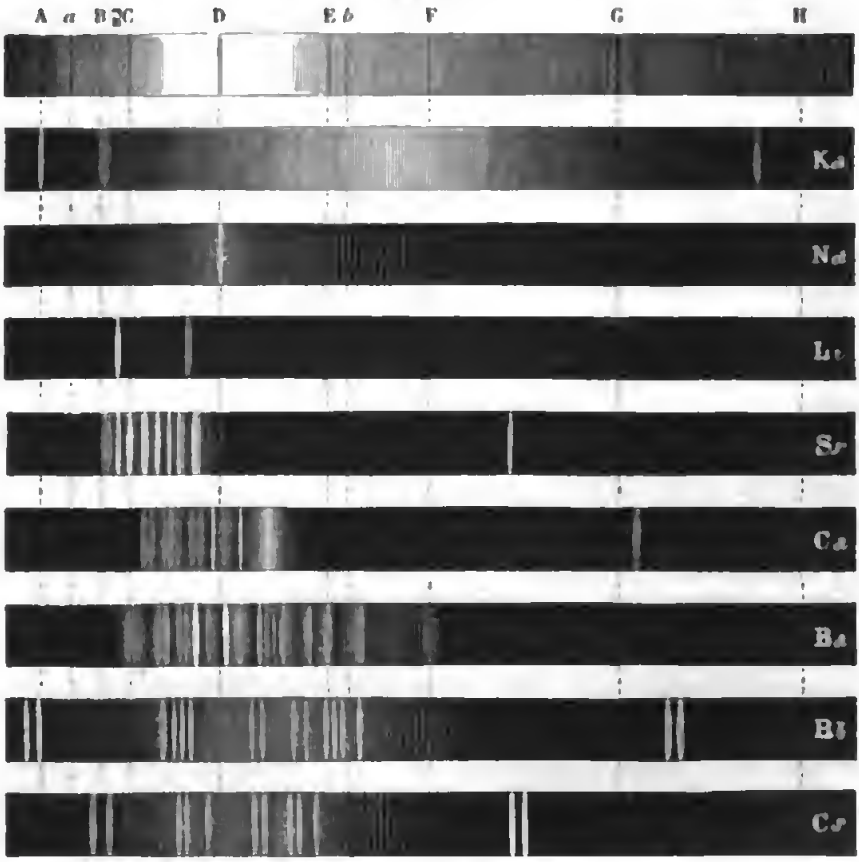
ANALYSE SPECTRALE. — Ces divers résultats étaient connus depuis longtemps; mais ils étaient épars, et la liaison qui existait entre eux, quoique soupçonnée, avait échappé à tout le monde, quand MM. Bunsen et Kirchhoff publièrent, en 1855, un travail célèbre que nous allons résumer.

Lorsqu'on brûle le gaz d'éclairage mêlé à une grande quantité d'air, dans une lampe qui a été imaginée par M. Bunsen, on obtient une flamme très-chaude mais peu éclairante, et qui donne un spectre à peine visible et sans raies. Mais vient-on à y introduire un fil fin de platine qu'on a trempé dans une solution saline, elle s'illumine tout à coup, parce que le sel se vaporise, et l'on voit naître dans le spectre les raies qui caractérisent la substance volatilisée (*fig.* 750).

Non-seulement le sel marin montre immédiatement la double raie D, mais tous les sels de soude la donnent. Par conséquent, l'acide ne concourt en rien à la former; elle est due au métal; elle permettra de le reconnaître. En introduisant dans la même lampe un sel quelconque de lithium, on voit de la même manière apparaître deux raies : l'une rouge après B, l'autre jaune orangé avant D. A son tour, le potassium, à un état de combinaison quelconque, fait naître une raie rouge très-voisine de A et une seconde qui est violette. Avec les quatre autres métaux

alcalins, les résultats se compliquent sans cesser d'être aussi caractéristiques. C'est ainsi que l'on voit, dans le spectre du strontium plusieurs raies rouges, une autre qui est dans l'orangé; et une dernière, colorée en bleu intense, qui est

Fig. 750.



située entre F et G; dans celui du calcium, des bandes orangées et une belle raie verte; et enfin dans celui du baryum, le plus compliqué de tous, un ensemble nombreux de lignes brillantes comprises entre le rouge et le bleu.

En résumé, les six métaux alcalins connus, combinés avec des corps quelconques, déterminent, quand on les introduit dans la flamme, certaines raies spectrales qui les caractérisent et qui vont permettre, non de les doser, mais de reconnaître leur présence. Tel est le principe de l'analyse spectrale.

Pour prouver qu'elle a de la valeur, il fallait montrer que cette méthode est plus sensible que les autres. On fit détoner

dans une chambre de 60 mètres cubes un mélange de 3 milligrammes de chlorate de soude avec du sucre de lait : il en résulta un petit nuage contenant du sodium qui se répandit peu à peu dans la pièce. Un spectroscope, placé aussi loin que possible du lieu où s'était fait la détonation, montra, en effet, la raie D au bout de quelques minutes. Or, si on suppose que tout le sodium contenu dans le chlorate ait été uniformément répandu dans la salle et apporté peu à peu dans la flamme avec l'air qui entretient la combustion, on trouve qu'il en arrive $\frac{1}{3000000000}$ de gramme pendant chaque seconde; et cette seconde suffit pour qu'on voie la raie D et qu'on reconnaisse la présence de ce métal. On comprend qu'avec sa prodigieuse sensibilité cette méthode doive montrer du sodium à peu près partout. On en trouve, en effet, près des côtes où il est entraîné par les vents, toutes les fois qu'on remue des objets, qu'on bat des étoffes, qu'on ferme un livre, et en général toutes les fois qu'on soulève des poussières. Cela n'est pas particulier au sodium, tous les autres métaux alcalins se décèlent avec la même facilité et la même sensibilité. C'est ainsi qu'on a reconnu le lithium, qu'on croyait rare, dans les eaux de la mer, dans les cendres des fucus, dans les granites, dans les sols qui sont produits par la décomposition de ces roches, dans les plantes qui y poussent, et jusque dans le lait et la viande des bestiaux qui y vivent.

RUBIDIUM. — Après s'être mis ainsi en possession d'une méthode qui reconnaissait, par un seul coup d'œil, les métaux alcalins dans un mélange quelconque, MM. Kirchhoff et Bunsen firent dissoudre 150 kilogrammes de lépidolite de Saxe. Après avoir précipité successivement tous les métaux que la solution contenait, excepté le sodium et le potassium, ils découvrirent au spectroscope, outre les caractères de ces deux métaux, des raies nouvelles qui n'appartenaient à aucun des alcalis connus. Il y en avait deux dans le rouge et deux autres moins vives dans le violet (*fig.* 750). Ils en conclurent que le liquide devait contenir un métal alcalin jusqu'alors inconnu, caractérisé par ces raies rouges si brillantes, et ils le nommèrent rubidium (métal rouge). Ils eurent ensuite quelque peine à l'isoler; néanmoins, comme le chloroplatinate de rubidium

est moins soluble à chaud que celui de potassium, on le précipite en versant la solution dans du chloroplatinate de potassium dissous à chaud. Le rubidium a pour équivalent 85; il est isomorphe avec le potassium; il se place avant lui par l'énergie de ses affinités.

CŒSIUM. — Les eaux mères des salines de Durkheim, débarrassées de tous les métaux alcalins, excepté le sodium, le potassium et le rubidium, offrirent encore deux nouvelles raies inconnues, toutes deux bleues, très-éclatantes et très-voisines. Elles indiquaient un second métal, le cœsium (métal bleu), qu'on parvint à séparer de ses congénères. Il a pour équivalent 123, et ses affinités sont encore plus vives que celles du rubidium.

THALLIUM. — En suivant les mêmes errements, M. Crookes découvrit, dans le spectre de certains résidus, une raie verte très-brillante; il l'attribua à un métal qu'il nomma thallium (de θαλλω, verdir); mais il ne sut point l'isoler, et l'existence de ce corps était restée douteuse, lorsque M. Lamy le découvrit en abondance à Lille, dans les boues des chambres de plomb. C'est un nouveau métal alcalin qui ressemble au plomb par ses caractères physiques, et au potassium pour ses propriétés chimiques. Son équivalent est égal à 204.

LES AUTRES MÉTAUX. — Les succès que nous venons de raconter tiennent en grande partie à cette circonstance que les spectres des métaux alcalins sont simples. Mais quand on veut étendre cette méthode aux autres corps, on rencontre un ensemble de raies tellement compliquées, qu'il faut renoncer à les employer pour caractériser les substances chimiques et pour analyser leurs mélanges. Néanmoins, M. Kirchhoff a étudié chaque métal avec un spectroscope à plusieurs prismes (*fig.* 735, p. 416). Il faisait arriver les rayons solaires par la moitié inférieure de la fente, pendant qu'au moyen d'un prisme à réflexion totale il éclairait la partie supérieure avec l'étincelle de la machine de Ruhmkorff. Les électrodes étaient faites avec le métal qu'il voulait étudier, et il comparait ce spectre électrique formé de traits brillants avec le spectre solaire qui montre des raies obscures. Le dessin qui résume ces observa-

tions se trouve dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXVIII. Cette longue et pénible comparaison fut exécutée en vue d'une entreprise de haute importance, en vue de savoir quelle est la composition chimique du soleil.

Nous avons dit que le spectre des solides ou des liquides incandescents est continu. Or, celui de la lumière solaire ne l'est pas. On ne peut donc admettre que cet astre soit analogue à un gros boulet rougi, fondu ou non. Serait-il, comme on l'a supposé, composé d'un noyau obscur, enveloppé d'une atmosphère incandescente lumineuse qu'on a nommée photosphère? Cette hypothèse est aussi insuffisante que la première, car la photosphère gazeuse donnerait un spectre composé de raies brillantes sur un fond sombre, et celui du soleil réalise des conditions tout à fait inverses. Il n'y a plus qu'une troisième hypothèse possible : c'est que le soleil soit un globe en fusion et lumineux, environné d'une couche de vapeurs partiellement transparentes et pouvant absorber certains rayons, comme le fait l'acide hypoazotique, le chlore et l'air, comme le font toutes les vapeurs et tous les gaz. Nous allons examiner si cette hypothèse serait suffisante pour expliquer les faits; et pour cela nous chercherons d'abord s'il y a quelque relation entre les rayons que les gaz incandescents peuvent émettre et ceux qu'ils peuvent absorber.

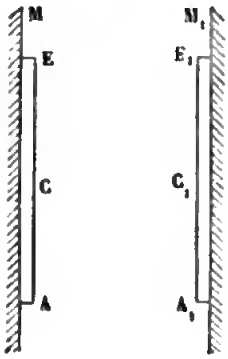
DES POUVOIRS ÉMISSIFS ET ABSORBANTS. — Nous avons montré, par les expériences de Leslie, par celles de MM. de la Provostaye et Desains, par les lois du refroidissement, et enfin par les conditions de l'équilibre mobile de température, que le pouvoir émissif d'un corps est proportionnel à son pouvoir absorbant; de sorte que si on désigne par e, E, E_1, E_2,... les pouvoirs émissifs du noir de fumée et de divers corps, par 1, A, A_1, A_2,... les pouvoirs absorbants des mêmes corps à la même température, on a

$$\frac{E}{A} = \frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \ldots = \frac{e}{1} = e.$$

C'est-à-dire que le rapport du pouvoir émissif et du pouvoir absorbant est le même pour tous les corps. Nous allons justifier et interpréter cette loi.

Imaginons avec M. Kirchhoff deux corps C et C_1 (*fig.* 751) placés dans une même enceinte à une température uniforme quelconque, fixés sur deux miroirs M, M_1 qui aient la propriété de réfléchir totalement les rayons qui leur arrivent. Supposons que C_1 émette et absorbe partiellement tous les rayons quels qu'ils soient, tandis que C émettra et absorbera seulement la lumière qui correspond à la raie D, sans pouvoir émettre ou absorber aucun autre rayon. Considérons en particulier cette lumière D. La lame C en émet une quantité E; la lame C_1 en absorbe EA_1 et en renvoie $E(1-A_1)$ vers C, qui à son tour en absorbe $E(1-A_1)A$ et en renvoie $E(1-A_1)(1-A)$. Posons cette quantité égale à KE. Les mêmes alternatives vont se reproduire sur KE, et finalement C_1 aura absorbé

Fig. 751.



$$EA_1 + KEA_1 + K^2EA_1 + \ldots = EA_1(1 + K + K^2 + \ldots) = \frac{EA_1}{1-K}.$$

De même, C_1 émet une quantité de ces mêmes rayons jaunes égale à E_1; et en répétant les mêmes raisonnements on trouve qu'il en absorbe finalement une somme égale à

$$\frac{E_1A_1(1-A)}{1-K}.$$

Or, pour que l'équilibre ait lieu entre ces deux corps à la même température, il faut que la quantité E_1 des rayons émis par la lame C_1 soit égale à la somme de ceux qui sont absorbés par elle, ou que

$$E_1 = \frac{EA_1}{1-K} + \frac{E_1A_1(1-A)}{1-K};$$

et en remplaçant K par sa valeur, il faut que

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E}{A}.$$

On peut maintenant remplacer successivement le milieu C_1

par d'autres, dont les pouvoirs émissifs et absorbants soient $E_2, E_3, \ldots, e$, et $A_2, A_3, \ldots, 1$, et comme la relation précédente s'applique à tous, on en tirera

$$\frac{E_1}{A_1} : \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \ldots = e,$$

ce qui veut dire finalement qu'à la même température, et si on considère une radiation quelconque mais déterminée, le rapport du pouvoir émissif au pouvoir absorbant est le même pour tous les corps, et égal au pouvoir émissif e des substances noires dont le pouvoir absorbant est égal à l'unité. M. Kirchhoff a tiré de cette loi des conséquences importantes :

1° Les corps noirs commencent à émettre, vers 525 degrés, des rayons rouges auxquels s'ajoutent successivement et continûment les autres lumières de réfrangibilité croissante à mesure que la température s'élève. Le pouvoir émissif e de ces corps et le rapport $\frac{E}{A}$ pour toutes les substances, sont donc une fonction continue de la température et de la réfrangibilité, fonction nulle à une température basse, qui commence à prendre une valeur sensible à une température déterminée et d'autant plus haute que la réfrangibilité de la radiation considérée est plus grande.

2° $\frac{E}{A}$ étant une fonction commune à tous les corps, le pouvoir émissif E correspondant à une radiation déterminée commencera à prendre une valeur sensible à une température qui leur sera aussi commune. Cela veut dire que tous les corps commenceront à rougir au même moment dans la même enceinte, et deviendront rouge blanc en même temps; les expériences semblent vérifier ce résultat.

3° Mais de ce que $\frac{E}{A}$ est une fonction identique pour tous les corps, il ne s'ensuit pas que le pouvoir émissif E soit identique chez tous. A températures égales, E est très-grand pour quelques solides, moindre pour les liquides, moindre encore pour les gaz. Le phosphate de soude s'illumine très-peu quand on le porte au rouge, tandis que le charbon, les métaux et le verre sont éclatants.

4° Mais la valeur de $\frac{E}{A}$ étant commune à tous les corps, il faut de toute nécessité que ceux qui sont les plus éclatants soient aussi les plus absorbants. Aussi le phosphate de soude reste transparent au rouge, et il en est de même des gaz; mais le verre devient opaque.

5° $\frac{E}{A}$ est une fonction continue de la réfrangibilité. D'un autre côté, le spectre des solides et des liquides est dépourvu de raies, ce qui veut dire que leur pouvoir émissif E est également une fonction continue de la réfrangibilité; donc il en sera de même de A, c'est-à-dire qu'il n'y aura aucune raie tranchée d'absorption.

6° Nous avons vu au contraire que les gaz et les vapeurs incandescents donnent des spectres réduits quelquefois à une seule, toujours à un petit nombre de raies brillantes, nettes et tranchées. Cela veut dire que E varie d'une manière discontinue, depuis le rouge jusqu'au violet; et puisque $\frac{E}{A}$ est une fonction continue, la même pour tous les corps, il faudra que A soit grand ou nul en même temps que E. Donc, « tout gaz incandescent qui a la propriété de rayonner une raie brillante, possède aussi celle de l'absorber, et il transmet sans l'affaiblir toute lumière qu'il n'émet pas. »

Cette dernière conséquence, la plus curieuse qu'on ait déduite de cette théorie, se justifie par le raisonnement suivant, qu'on doit à M. Stokes :

Les molécules d'un gaz incandescent sont en vibration comme celles d'une corde sonore, et de même que celles-ci ne peuvent produire que certains sons donnés, de même celles-là ne peuvent émettre que des lumières de réfrangibilités déterminées, celles des raies brillantes, qu'on voit dans le spectre. Or, on se souvient qu'en produisant loin d'une corde musicale le son qu'elle peut rendre, elle vibre aussitôt, parce qu'elle est synchroniquement ébranlée, tandis qu'elle ne vibre pas sous l'influence d'une note qu'elle ne peut donner. Si on transporte de tout point cette remarque à la lumière, on voit que l'éther dans un gaz sera mis en vibration par les lumières simples qu'il est capable d'émettre, et

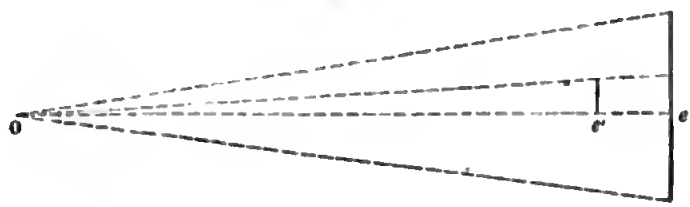
celles-ci, en le traversant, lui communiqueront leur force vive, qui sera absorbée et se dissipera dans tous les sens. Au contraire, les lumières différentes ne mettront point l'éther en mouvement, ne perdront point leur force vive et continueront leur route sans affaiblissement.

Cette relation entre les facultés émissives et absorbantes des gaz incandescents fut découverte par M. Foucault. Il avait reconnu qu'il y a dans l'arc de la lumière électrique un double trait jaune brillant coïncidant exactement avec la double raie obscure D du spectre solaire. Or, en dirigeant les rayons solaires à travers cet arc, M. Foucault vit que leur raie noire D devenait bien plus foncée; il en conclut que l'arc, et en général les sources lumineuses qui émettent des rayons d'une réfrangibilité déterminée, ont aussi la propriété d'absorber et d'éteindre ces rayons dans les lumières qui les traversent. Voici d'autres démonstrations du même principe :

On produit un spectre réel avec la chaux rougie de l'appareil de Drummond; il est continu et il le demeure, si l'on vient à interposer entre la fente et le prisme une lampe de Bunsen; mais aussitôt qu'on introduit dans cette lampe, soit de la soude, soit de la lithine, soit un sel quelconque des métaux alcalins étudiés précédemment, on voit se manifester en noir les raies brillantes qui caractérisent ces corps.

Crookes fit l'expérience plus simplement (*fig.* 752) : il mit

Fig. 752.



devant une grande flamme *e* une petite lampe *e'*, toutes deux alimentées par l'alcool salé ; et regardant de O la grande flamme à travers la petite, il vit que les bords de celle-ci étaient noirs, c'est-à-dire qu'ils absorbaient la lumière jaune de celle-là, lumière qu'ils émettent eux-mêmes.

Pour que ce renversement des raies puisse avoir lieu, il faut satisfaire à certaines conditions.

Admettons que e soit une surface solide chauffée jusqu'à être lumineuse, dont le pouvoir émissif est absolu, égal à e et sensiblement le même pour deux rayons voisins; que e' soit au contraire une flamme incandescente ayant des pouvoirs émissifs et absorbants E' et A' très-grands pour une raie donnée, D par exemple, et nuls pour les couleurs voisines, ce qui est le cas de la lampe à alcool salé. La quantité de lumière de la raie D envoyée par e et transmise par e' sera $e(1 - A')$, à quoi s'ajoutera celle qui est envoyée par e', c'est-à-dire E'. La somme sera

$$e(1 - A') + E'.$$

Un rayon très-voisin de D ne sera, ni absorbé, ni émis par e', et son intensité sera e. Donc, la différence entre les quantités de lumière correspondantes à la raie D ou aux parties voisines sera

$$e(1 - A') + E' - e = -eA' + E'.$$

La raie D sera devenue obscure si cette différence est négative, c'est-à-dire si $e > \frac{E'}{A'}$, ce qui aura lieu seulement dans le cas où la température du corps e sera plus grande que celle de la lampe e'.

Revenons maintenant au soleil et à la seule hypothèse possible pour expliquer son rayonnement. S'il est composé d'un noyau à température très-haute, il doit donner un spectre continu; mais s'il est enveloppé d'une atmosphère moins chaude et contenant un certain nombre de métaux en vapeur, elle absorbera dans le flux lumineux émis par le noyau tous les traits brillants que fourniraient ces métaux, et qu'on verrait si on étudiait par le prisme la lumière de l'atmosphère. Ces traits se transformeront en autant de raies sombres, et l'apparence du spectre solaire sera exactement celle que nous lui connaissons. Nous admettrons dès lors que telle est la constitution du soleil.

Or, M. Kirchhoff a reconnu que beaucoup de raies obscures que nous trouvons dans le spectre solaire coïncident avec les raies brillantes qui caractérisent plusieurs de nos métaux, il en a conclu que ceux-ci existent en vapeur dans l'atmosphère solaire; le sodium s'y trouve, puisque la raie bril-

lante D, qui le fait reconnaître, se voit en noir dans le spectre; le bismuth, le magnésium, le chrome, le nickel, et probablement le cobalt, font également partie du soleil, ainsi que le fer, car les 70 traits brillants que produit la vapeur incandescente de ce métal se voient transformés en raies obscures dans le spectre de Frauenhofer. D'un autre côté, l'or, l'argent, le mercure, l'aluminium, le silicium, l'étain, le plomb, l'arsenic, dont les raies manquent au spectre du soleil, doivent manquer à la composition chimique de cet astre.

QUATRE-VINGT-UNIÈME LEÇON.

DE LA TRANSFORMATION DES RADIATIONS.

Idée générale des phénomènes. — Phosphorescence. — Premier mode d'observation. — Cas des sulfures alcalino-terreux. — Action de la chaleur. — Changement de teinte par la chaleur. — Action des divers rayons. — Rayons très-réfrangibles. — Rayons peu réfrangibles. — Action de la lumière blanche. — Durée de la phosphorescence. — Deuxième méthode d'observation. — Spectre prolongé pendant l'insolation. — Spectre de phosphorescence.

Fluorescence. — Diffusion épipotique. — Expériences de M. Stokes. — Troisième mode d'observation. — Phosphoroscope. — Loi de la déperdition de la lumière. — Composition de la lumière émise.

Dans les phénomènes que nous avons étudiés jusqu'à présent, une radiation simple déterminée éprouvait des changements dans son intensité, mais non dans sa nature; elle restait simple et conservait sa réfrangibilité primitive. Nous allons montrer aujourd'hui qu'elle peut être transformée en d'autres rayons et changer d'espèce.

Nous connaissons déjà un cas où cette transformation s'accomplit, c'est celui où nous faisons tomber sur une plaque métallique noircie qui les absorbe des rayons lumineux simples bien définis, par exemple ceux qui avoisinent la raie D. Il se produit alors quatre phénomènes successifs distincts : 1° la plaque absorbe la radiation incidente; 2° peu à peu elle s'échauffe; 3° elle rayonne et continue de le faire, même après qu'elle a cessé de recevoir de la lumière; 4° elle ne renvoie pas simplement les rayons jaunes qu'elle a reçus, elle émet de la chaleur obscure, la nature des rayons a été transformée et leur réfrangibilité a été diminuée. Or, puisque les radiations calorifiques et lumineuses sont des vibrations, ces phénomènes successifs s'expliquent en admettant que la somme de

force vive apportée par ces vibrations est absorbée et s'accumule dans la plaque, laquelle l'abandonne ensuite sous la forme d'un rayonnement nouveau dont la longueur d'onde est différente et qui remet en circulation la quantité de force vive momentanément emmagasinée dans la plaque.

Ce phénomène est plus général qu'on ne l'avait d'abord pensé. Non-seulement le groupe des rayons lumineux peut être absorbé et transformé en chaleurs obscures, mais toutes les radiations ultra-violettes éprouvent, quand elles rencontrent certaines substances, une action tout à fait comparable : 1° la substance les absorbe; 2° elle devient peu à peu lumineuse; 3° elle continue de luire, même après que le flux incident a cessé; 4° elle ne renvoie pas simplement l'espèce de rayons qu'elle a reçus, elle émet de la lumière, et la réfrangibilité des rayons a été diminuée. Les corps qui jouissent de cette propriété se divisent en deux catégories : les uns peuvent absorber beaucoup de rayons ultra-violets, devenir et rester lumineux pendant longtemps : on dit qu'ils sont *phosphorescents;* les autres ne mettent aucun temps appréciable à transformer les radiations très-réfrangibles en d'autres rayons qui le sont moins : ce sont les corps *fluorescents;* nous les étudierons d'abord séparément, puis nous montrerons qu'il n'y a point de démarcation tranchée entre les uns et les autres.

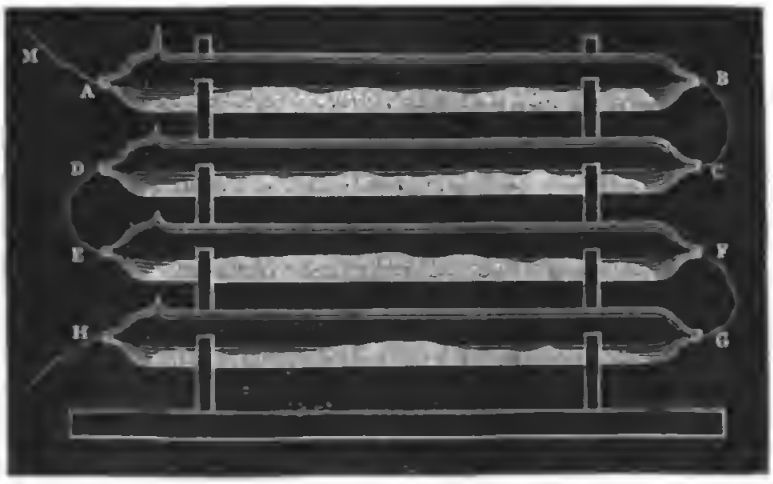
PHOSPHORESCENCE.

Un grand nombre de substances peuvent devenir lumineuses à la température ordinaire par des efforts mécaniques, comme en frottant vivement deux morceaux de quartz ou en broyant du sucre, de la craie, du chlorure de calcium, etc., ou encore en clivant du mica. Elles peuvent le devenir au moment où elles cristallisent, comme le font l'acide arsénieux et le sulfate de potasse ou de soude. Quelquefois la phosphorescence résulte d'actions chimiques, de la décomposition des matières organiques, de la combustion lente des bois morts. Enfin, on sait que de nombreux insectes luisent dans l'obscurité; mais tous ces phénomènes étant à peu près inconnus, nous étudierons seulement ceux qui sont développés par la lumière, l'électricité ou la chaleur.

On sait, de toute antiquité, que les diamants, après avoir été exposés au soleil, luisent pendant quelque temps dans l'obscurité. Ce fut le seul exemple connu de phosphorescence jusqu'en 1604, où un artisan de Bologne, Vincenzo Calciarolo, découvrit la même propriété dans les coquilles calcinées. Elles la doivent au sulfure de calcium qui prend naissance pendant la calcination, et qu'on nomme, à cause de cela, phosphore de Bologne. Le sulfure de baryum (phosphore de Canton) et celui de strontium se comportent absolument de la même manière.

PREMIER MODE D'OBSERVATION. — Pour observer la phosphorescence, il convient de se placer dans une chambre obscure, de fermer les yeux, d'ouvrir un volet pour exposer au soleil le corps qu'on veut étudier, de le retirer et de rouvrir les yeux pour le regarder au moment même où l'on ferme l'ouverture. On le voit brillant et de différentes couleurs, suivant sa nature, son état physique et son mode de préparation. Les sulfures alcalino-terreux peuvent offrir toutes les teintes, depuis le rouge jusqu'au violet; les diamants sont jaunes ou bleus. L'éclat diminue peu à peu, et la lueur disparaît avec

Fig. 753.



une vitesse très-variable suivant les cas. Lorsque la phosphorescence est faible et fugitive, il faut, avant d'observer, de-

meurer pendant un quart d'heure dans la chambre obscure, afin d'augmenter la sensibilité de l'œil par un repos prolongé. Mais la meilleure méthode consiste à enfermer les substances qu'on veut essayer dans des tubes de Geissler, à travers lesquels on fait passer la décharge d'une machine de Ruhmkorff, décharge qu'on interrompt au moment où l'on rouvre les yeux pour observer (*fig.* 753).

On reconnaît ainsi que la phosphorescence appartient à presque tous les corps : à beaucoup de matières organiques, telles que le papier, le sucre, la soie, le succin, le sucre de lait, les dents, la chlorophylle, etc.; aux oxydes et aux sels des métaux alcalins et terreux, principalement à l'alumine. Mais les composés des autres métaux, excepté ceux d'uranium, n'en offrent aucune trace, ni les corps simples, sauf le soufre et le diamant. Il est à remarquer qu'aucun liquide n'est phosphorescent, tandis que beaucoup de gaz le deviennent dans les tubes de Geissler. Nous citerons l'oxygène, mais surtout des mélanges d'acides sulfureux ou sulfurique avec le bioxyde d'azote.

Parmi ces divers corps, M. Ed. Becquerel a spécialement étudié les sulfures de calcium, de baryum et de strontium. Nous allons résumer ses recherches.

CAS DES SULFURES ALCALINO-TERREUX. — On prépare ces sulfures en traitant par le soufre les carbonates ou les oxydes de calcium, de baryum et de strontium; ou bien en calcinant leurs sulfates avec du charbon. L'expérience a prouvé que la quantité et la teinte de la lumière émise par les produits obtenus dépendent de la température de l'opération ainsi que du mode de réaction, et aussi, ce qui est contraire à toute prévision, de l'état moléculaire primitif des carbonates ou des sulfates employés.

M. Becquerel a dissous dans l'acide azotique divers carbonates de chaux, craie, marbre, arragonite, etc., et après avoir purifié la solution, il la précipita par du carbonate d'ammoniaque. Il obtint ainsi des carbonates de chaux qui semblaient devoir être identiques et n'avoir conservé aucune trace de leur différence primitive. Il les traita tous par le soufre, dans des creusets pareils, au milieu d'un même fourneau, et les sul-

fures qu'il obtint, après avoir été exposés au soleil, émettaient dans l'obscurité les lueurs suivantes :

LUEUR.	MATIÈRE PRIMITIVE.
Jaune orangé.	Spath.
Jaune.	Craie.
Vert.	Chaux de spath.
Vert.	Arragonite fibreuse.
Violet rose.	Marbre.
Violet rose.	Arragonite de Vertaison.

Ces différences, qu'il est impossible d'expliquer, vont nous être d'une grande ressource en nous permettant de préparer des matières phosphorescentes de toute couleur, depuis le rouge jusqu'au violet, de varier les expériences, et d'en mieux saisir les lois générales.

ACTION DE LA CHALEUR. — Prenons un sulfure quelconque conservé pendant longtemps dans un tube opaque et noirci, et n'émettant plus de lumière. Aussitôt que nous le chaufferons, il redeviendra lumineux pendant quelques minutes; il rentrera ensuite dans l'obscurité, et aura perdu dans cette opération la propriété de luire. Par l'insolation, il l'acquiert de nouveau, la perd une seconde fois si on le laisse dans l'obscurité pendant plusieurs jours, et il la récupère momentanément quand on le chauffe.

Cet effet de la chaleur peut s'expliquer ainsi. Exposé au soleil, le corps absorbe et garde une quantité déterminée de force vive. Il la perd peu à peu ensuite dans l'obscurité, très-lentement lorsque sa température est basse, beaucoup plus vite si elle est élevée. A froid, il émet trop peu de lumière pour que l'œil en soit affecté; chauffé tout à coup, il semble redevenir lumineux, parce que la perte de cette force vive accumulée s'accélère, et quand tout est dépensé, il a définitivement perdu la faculté de luire. Il résulte de là : 1° que la phosphorescence est vive mais fugitive si le sulfure est chaud; 2° qu'elle est plus faible mais plus durable si on le refroidit.

Pearseal a observé que le fluorure de calcium n'est pas phosphorescent après l'insolation; mais il le devient après qu'on a fait passer à travers sa masse plusieurs décharges élec-

triques. Malgré cette différence entre ce fluorure et nos sulfures, la chaleur agit de la même manière, c'est-à-dire que le fluorure redevient lumineux quand on le chauffe après l'action électrique, qu'il perd sa phosphorescence quand on l'a calciné, et qu'il la reprend par de nouvelles décharges.

CHANGEMENT DE TEINTE PAR LA CHALEUR. — En général l'action de la chaleur ne fait qu'aviver d'abord pour éteindre plus vite ensuite la phosphorescence; quelquefois elle en change la nuance. Nous citerons comme exemple le sulfure de strontium violet qui offre, à diverses températures, les couleurs suivantes :

— 20°	+ 20°	+ 40°	70°	100°	200°
Violet.	Violet bleu.	Bleu clair.	Vert.	Jaune.	Orangé.

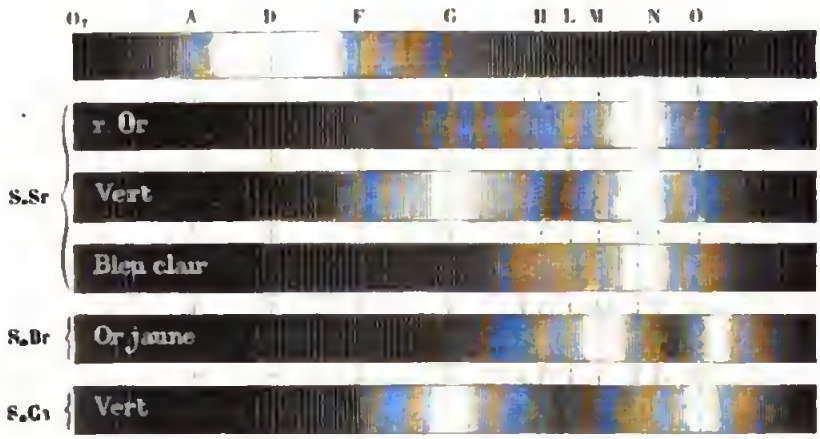
Le sulfure de calcium vert éprouve une action du même genre avec une variation inverse. Quand on le chauffe, il tend à devenir violet au lieu de passer au rouge.

En résumé, la chaleur augmente la vitesse d'émission; elle augmente l'éclat du corps, mais elle le ramène plus rapidement à l'état obscur. Il en ressort deux conséquences fort importantes : la première est qu'avant de soumettre à une épreuve un sulfure quelconque, il faudra d'abord le chauffer afin de le dépouiller de la faculté de luire qu'il avait pu garder; la deuxième, que pour accumuler la plus grande somme de phosphorescence dans un corps et lui faire rendre ensuite le maximum d'effet, il faut le refroidir pendant l'insolation et le réchauffer ensuite pendant l'observation.

ACTION DES DIVERS RAYONS SIMPLES. — Si nous voulons ramener le phénomène à ses lois élémentaires, il faut décomposer la lumière solaire et chercher l'effet produit par chaque radiation simple. Pour cela, nous collerons avec de la gomme arabique, sur des bandes de papier, une couche épaisse de chacun des sulfures, et nous placerons ces bandes parallèlement sur un carton (*fig.* 754). Nous y projetterons un spectre très-pur, obtenu avec un prisme de quartz et rendu réel par une lentille de même substance. Le prisme doit être au mini-

mum de déviation, et le carton à une distance telle, qu'on y voie les raies perpendiculaires à la direction des bandes couvertes des sulfures. On marquera la place occupée par ces raies, et ensuite on interceptera les rayons solaires pour examiner dans l'obscurité les effets de la phosphorescence.

Fig. 754.



RAYONS TRÈS-RÉFRANGIBLES. — Presque tous les sulfures étudiés sont devenus lumineux depuis F ou G jusqu'à O et même au delà (*fig.* 754). Cette illumination est très-visible pendant l'insolation, et elle se continue longtemps après que celle-ci a cessé. Et comme il y a de F à O un nombre considérable de raies très-larges, elles se peignent en noir sur le sulfure, attendu que dans les points qu'elles occupent il n'existe aucun rayon, c'est-à-dire aucune cause de phosphorescence.

Il y a de grandes différences entre les sulfures des diverses bases. Ceux de strontium offrent un maximum d'action entre M et N, un minimum plus ou moins prononcé vers H, et quelques-uns un second maximum vers G. Sur les sulfures de baryum, l'action est maximum au milieu des raies M et L, s'affaiblit un peu avant O, augmente au delà, et dépasse de beaucoup la raie O. Les sulfures de calcium donnent lieu à des observations analogues qui se lisent aisément dans la figure.

La lumière phosphorescente émise par ces substances a sa teinte particulière pour chacune d'elles. Généralement elle est la même dans toute l'étendue des rayons actifs de F en O. Quelquefois cependant elle change. Ainsi, pour le sulfure de

baryum jaune, elle est rougeâtre de H à F et jaune de O à H. Cette lumière n'est jamais simple, et on la voit, quand on la regarde à travers un prisme, se résoudre en un spectre contenant la plus grande partie des lumières élémentaires.

Ces phénomènes justifient l'idée générale que nous avons donnée du phénomène de la phosphorescence. Les rayons les plus réfrangibles du spectre, depuis F jusqu'à O, sont peu à peu absorbés, la substance qui les a reçus acquiert alors et conserve pendant longtemps la propriété d'émettre non pas les rayons qu'elle a absorbés, mais d'autres radiations qui sont lumineuses, c'est-à-dire moins réfrangibles, absolument comme un métal noirci qui a absorbé un rayon de lumière jaune s'échauffe et rayonne de la chaleur obscure, laquelle est moins réfrangible que la lumière incidente.

ACTION DES RAYONS PEU RÉFRANGIBLES. — I. Si l'on a eu soin de chauffer le sulfure avant de l'insoler, afin de détruire toute faculté de luire qu'il aurait pu avoir conservée, l'effet est limité à l'espace FO du spectre, et les rayons compris entre O_1 et F sont absolument inactifs; ils ne possèdent donc point par eux-mêmes la faculté d'exciter la phosphorescence.

II. Je suppose au contraire que l'on commence par éclairer toute la surface du sulfure par la lumière blanche, de manière à la rendre un peu lumineuse en tous ses points, et qu'ensuite on projette sur elle un spectre très-vif pendant un temps très-court. On verra qu'ensuite les parties comprises entre O_1 et E ont augmenté d'éclat, mais que cet éclat s'affaiblit et s'annule beaucoup plus vite qu'avant l'action du spectre. Les rayons peu réfrangibles ont donc la faculté d'activer la phosphorescence.

III. Reprenons la même plaque et recommençons la même expérience, avec cette différence que nous augmenterons peu à peu la durée de l'action du spectre. Nous verrons, en remettant la plaque dans l'obscurité, que, dans l'espace O_1E, le sulfure est de moins en moins lumineux, et finalement tout à fait noir (*fig.* 754). Ces expériences prouvent que les rayons peu réfrangibles agissent tout autrement que les autres : ils n'excitent point la phosphorescence, mais ils l'activent quand elle existe, et ils la précipitent; ils n'augmentent pas la quantité

totale de lumière que les sulfures émettent, mais ils diminuent le temps de cette émission, de sorte que s'ils agissent pendant longtemps, ils semblent avoir détruit la phosphorescence primitive, ainsi que le fait une augmentation de température; mais on s'est assuré que cet effet persiste, lors même qu'on a soin de refroidir la couche de sulfure, et qu'il constitue une propriété spécifique des rayons que nous examinons.

ACTION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — On peut dire que la lumière blanche est composée de deux groupes de rayons : les rayons chimiques qui sont excitateurs, les rayons calorifiques ou continuateurs. Tant que dure l'insolation, les premiers sont absorbés; leur force vive est d'abord accumulée, puis rendue, et un état d'équilibre s'établit entre la perte et le gain; quand elle cesse, il reste une provision de lumière qui se dépense peu à peu et lentement. L'effet des rayons calorifiques est, d'une part, de diminuer cette provision, et par suite d'affaiblir la phosphorescence; d'autre part, d'activer la perte, et ainsi d'augmenter l'éclat, ce qui tend à établir une compensation. Mais la durée du phénomène est nécessairement diminuée, et comme il s'écoule toujours un temps déterminé entre le moment où cesse l'insolation et celui où l'on observe le sulfure, l'éclat constaté est toujours affaibli par l'action des rayons calorifiques. Si donc on diminue leur proportion, on augmente l'effet en intensité et en durée; si on l'exagère, on voit la phosphorescence s'affaiblir et cesser plus vite.

Il est facile de vérifier ces conséquences en interposant dans le trajet des rayons solaires certains écrans convenables. Un verre bleu de cobalt augmente la phosphorescence, parce qu'il arrête les rayons calorifiques. Le sulfate de quinine, le verre d'urane, l'essence d'amandes amères, détruisent toute lueur, parce qu'ils absorbent les rayons qui peuvent l'exciter. Toute source lumineuse qui sera riche en rayons calorifiques agira faiblement, c'est le cas de la flamme des bougies ou du gaz; au contraire, la lumière électrique, si riche en rayons ultraviolets, est éminemment propre à développer des phosphorescences éclatantes et durables.

DURÉE DE LA PHOSPHORESCENCE. — Après avoir exposé à un

soleil ardent les sulfures verts de calcium et de strontium, M. Becquerel les maintint dans une obscurité complète, et mesura le temps pendant lequel ils restent lumineux. Au bout de trente heures ils étaient encore visibles pour un œil exercé et reposé, et après huit jours on leur rendait la propriété de luire en les chauffant. Ces deux substances occupent le sommet de l'échelle. On trouve ensuite le diamant et la chlorophane, qui luisent pendant plusieurs heures, l'arragonite, qui cesse d'être visible après quinze ou vingt secondes, et le spath, dont la phosphorescence dure un tiers ou un quart de seconde. Il en est donc de cette propriété comme de toutes les autres; elle se rencontre à tous les degrés d'énergie et se prolonge pendant toutes les durées, depuis l'infini jusqu'à zéro. Il doit y avoir des corps où elle est assez fugitive pour qu'on ne puisse saisir aucune différence entre l'époque où cesse l'insolation et celle où finit la phosphorescence. Néanmoins, il est encore possible de la constater, dans ce cas, par un procédé d'observation qui est entièrement indépendant de la durée.

DEUXIÈME MÉTHODE D'OBSERVATION. — Recevons un spectre réel O,AHO (*fig.* 754) sur une bande linéaire couverte d'une matière phosphorescente, divisons par la pensée le temps en intervalles extrêmement petits θ. Un point F situé dans la partie active du spectre renvoie, pendant le premier intervalle θ, par diffusion, dans tous les sens, sans les avoir transformés, une partie des rayons qu'il reçoit et au moment où il les reçoit; puis il absorbe le reste et acquiert la faculté d'émettre des radiations transformées, moins réfrangibles pendant tous les intervalles θ suivants. Cette action se reproduisant indéfiniment, il en resulte qu'au $n^{ième}$ instant, la molécule considérée : 1° renverra, par diffusion, sans transformation et sans retard, le rayon qui la frappe; 2° rayonnera par phosphorescence, pendant l'insolation même, la somme de tous les rayons lumineux qu'elle émettrait dans l'obscurité si elle avait été successivement insolée pendant chacun des instants précédents; somme qui sera constante au bout d'un certain temps. Ce raisonnement s'applique évidemment au cas où la phosphorescence est prolongée comme à celui où elle

dure pendant des temps extrêmement courts. Nous allons en tirer deux conséquences :

I. La première est que de H en O les rayons chimiques, se transformant en lumière, deviennent visibles pendant l'insolation et prolongent le spectre visible. Ils ont à ce moment leur maximum d'éclat, mais ils continuent d'être émis en s'affaiblissant aussitôt que l'insolation cesse.

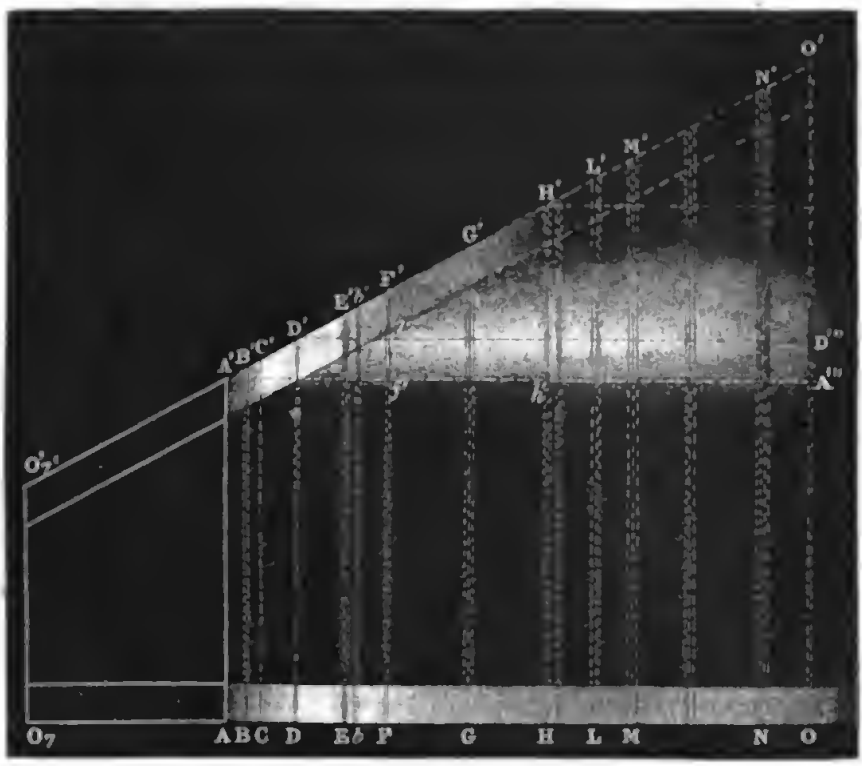
L'expérience réussit parfaitement avec tous les sulfures alcalino-terreux, surtout avec la variété verte de sulfure de baryum; et, comme les raies qui existent entre H et O sont des espaces privés de radiations et de toute cause d'excitation, elles sont marquées en noir aux places et avec les dispositions que leur assignent les épreuves photographiques, quels que soient les corps phosphorescents qu'on soumet à l'épreuve. C'est Herschel qui le premier a vu le spectre se prolonger sur le curcuma. M. Edmond Becquerel a constaté le même effet sur les sulfures et a découvert les raies du prolongement; mais c'est à M. Stokes qu'on doit d'avoir généralisé et expliqué les résultats.

II. La deuxième conséquence de notre raisonnement est que si l'on regarde avec un prisme à arêtes horizontales la bande O, AHO (*fig.* 755) : 1° on verra un spectre O', A'H'O' formé par les rayons qui ont été simplement diffusés et qui est incliné, parce que les couleurs sont de plus en plus déviées du rouge A' au violet H'; 2° chaque point, tel que F, donnera en outre un spectre linéaire f'F' formé par la décomposition de la lumière phosphorescente que ce point émettait. Comme cette lumière contient en général tous les rayons simples depuis le rouge jusqu'au vert, qui tombait en F, ce spectre sera continu. Le rouge sera relevé en f' sur une ligne A'A''' parallèle à AO, le jaune en d' et le vert en F'. Le même phénomène se reproduisant pour tous les points de la bande AH, et même pour ceux de son prolongement ultra-violet HO, chacun d'eux donnera naissance à un spectre linéaire pareil à f'F', et tous s'aligneront de manière à en former un seul très-dilaté ayant le rouge sur A'A''', le jaune sur D'D''', etc., et comme les raies A, D,..., O,..., ne contenant point de lumière, n'ont point développé de phosphorescence, on les verra se marquer en noir en se pro-

longeant suivant $f'F'$, $h'H'$, etc., perpendiculairement aux lignes de séparation des couleurs dans le spectre secondaire total.

Cette deuxième méthode d'observation confirme, par la seule inspection du spectre dilaté, les résultats que nous avait donnés la première : 1° toute radiation simple, F par exemple, est transformée par la phosphorescence, non pas en une radiation simple elle-même, mais en un ensemble d'autres rayons qui s'étalent dans un spectre continu, qui contient quelquefois toutes les couleurs simples du rouge au violet, mais où l'on remarque souvent des lacunes (*fig.* 755); 2° la

Fig. 755.



portion du rayon F qui a été simplement diffusée s'est déviée en F', et celle que la phosphorescence a transformée s'étale dans le spectre $f'F'$; celui-ci ne dépasse jamais F', et cela prouve qu'un rayon simple peut se transformer par phosphorescence en d'autres rayons, mais que la réfrangibilité de ceux-ci est toujours moindre que la sienne. Partant, le rouge

ne pourra donner que du rouge et de la chaleur obscure; le violet H produira toutes les lumières et toutes les chaleurs; enfin O pourra se transformer en toutes les chaleurs, lumières ou radiations chimiques.

Mais ce qui constitue le caractère et l'avantage spécial de cette méthode, c'est qu'elle s'applique à toutes les phosphorescences possibles, qu'elles soient persistantes ou très-peu prolongées, ou même instantanées; elle est indépendante de la durée, puisque nous observons à un moment donné l'émission phosphorescente qui provient à la fois, et de l'action actuelle, et de l'action antérieure des rayons actifs. Nous l'observons au moment où elle a le plus de vivacité, et nous la manifestons par les changements de réfrangibilité qui en sont le caractère distinctif. Elle nous révèle tout d'abord des phosphorescences instantanées ou au moins à durée insensible, sur le spath, le verre, le corindon, l'alumine, le curcuma, les sels d'urane, les cuirs, le bois, les plumes blanches, les coquilles; sur toutes les feuilles, sur la plupart des fleurs et même sur la peau humaine, principalement à la surface supérieure des mains. Elle va nous permettre encore d'étudier le phénomène que l'on avait nommé fluorescence; mais cette question doit être reprise d'un peu plus loin.

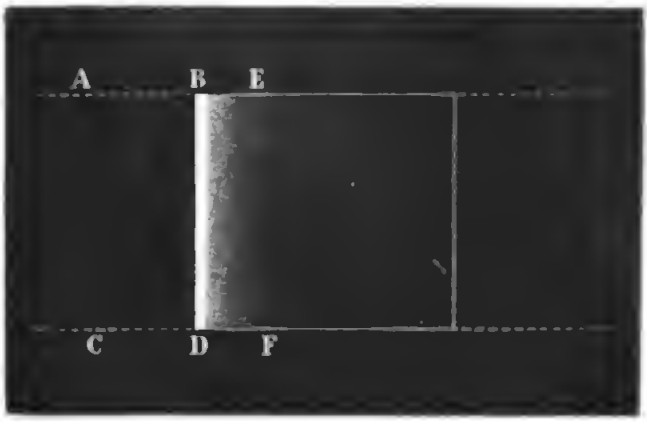
FLUORESCENCE.

DIFFUSION ÉPIPOLIQUE. — On a remarqué depuis longtemps que certains cristaux de fluorine transparente, éclairés par les rayons solaires, dans la chambre obscure, semblent comme enveloppés par une couche laiteuse qui diffuse en tous sens une lumière variant du violet au bleu verdâtre. C'est cette émission de lumière qui constitue la *fluorescence*. Elle a d'abord été étudiée par Brewster et par sir John Herschel. Voici ses principaux caractères :

Recevons dans la chambre obscure un faisceau solaire ABCD (*fig.* 756) et faisons-le tomber normalement sur la face antérieure d'un cristal de fluorine. Nous verrons d'abord qu'il le traverse sans éprouver aucun affaiblissement apparent, et néanmoins, si nous plaçons l'œil dans le prolongement de la face BD, nous voyons que la couche superfi-

cielle BEDF du cristal est vivement éclairée et qu'elle diffuse dans toutes les directions une lumière dont la teinte change avec l'échantillon.

Fig. 756.

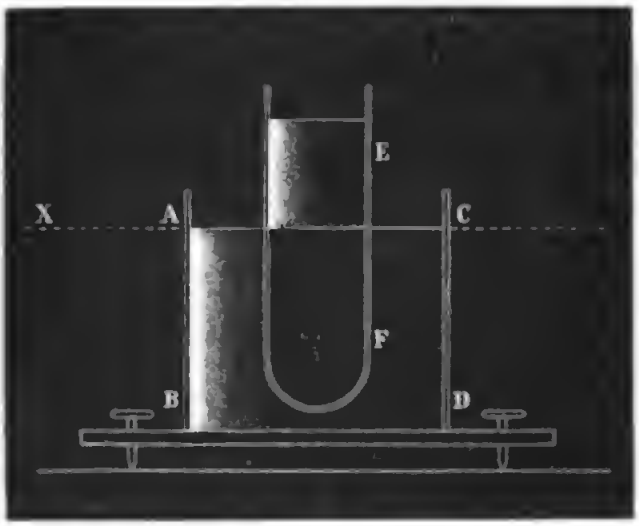


Cette action se produit sur un grand nombre de substances transparentes solides ou liquides : sur les solutions de l'écorce de marronnier d'Inde dans l'eau ; du sulfate de quinine dans les acides tartrique ou sulfurique dilués; de la chlorophylle, du datura stramonium, de l'orseille, du tournesol, etc., dans l'alcool ; sur les sels d'uranium et le verre jaune (canary-glass) coloré avec ce métal, etc. Comme l'effet a pour caractère constant de se limiter à la couche superficielle BDEF, sir John Herschel avait désigné le phénomène par le nom de *diffusion épipolique* (επιπολη, surface).

Quand on place à la suite l'une de l'autre deux auges contenant du bisulfate de quinine ou tout autre liquide actif, la première seule manifeste une diffusion, la seconde se comporte comme l'eau pure. De même, un tube E (*fig.* 757) plein de liquide épipolisant, qui est très-lumineux quand il est frappé par le soleil, perd son éclat aussitôt qu'on le plonge dans une cuve ABCD contenant le même liquide, qui s'illumine elle-même à sa face antérieure AB. Herschel exprimait ces faits en disant que la lumière épipolisée par une première substance a perdu sa propriété de l'être une deuxième fois, et ce savant inclinait à penser qu'il s'agissait ici d'une modification physique de la lumière analogue à celle qui produit la polarisation. Mais cette idée n'était pas exacte. C'est à

M. Stokes qu'on doit la véritable explication que nous allons maintenant donner.

Fig. 757.

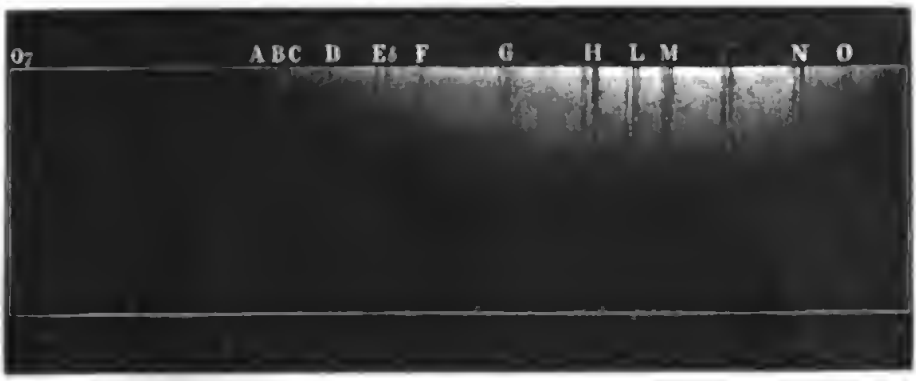


EXPÉRIENCES DE M. STOKES. — I. Commençons par étudier comment les substances transparentes fluorescentes transmettent les radiations solaires. L'esculine, le bisulfate de quinine, etc., absorbent en totalité, et sous une petite épaisseur, tous les rayons chimiques de F en T, et laissent passer tout le groupe des radiations lumineuses de A en F. Le gaïac et le curcuma commencent à absorber à partir de la raie D jusqu'en T. La chlorophylle en solution dans l'alcool présente cinq bandes d'absorption, deux dans le rouge, la troisième au milieu du jaune, la quatrième au commencement du vert; la cinquième est dans le bleu, et se prolonge jusqu'en T. Ces exemples nous suffiront pour établir les lois générales du phénomène.

II. Recevons maintenant dans la chambre obscure un spectre réel horizontal sur la face antérieure O, AN (*fig.* 758) d'une auge remplie d'une des substances précédentes, ou sur un solide transparent fluorescent; les rayons calorifiques ne produiront rien, mais les rayons chimiques développeront le long de la surface AO, et dans une très-petite épaisseur, une illumination épipolique; elle offre cette particularité déjà signalée précédemment, que les raies obscures verticales du spectre incident, qui se propagent suivant des plans verticaux dé-

pourvus de radiation, se dessinent par des plans verticaux obscurs F, G,..., O, distribués dans l'espace épipolisé comme elles le sont elles-mêmes dans le spectre.

Fig. 758.



L'illumination commence en F et finit en T pour l'esculine, le bisulfate de quinine et le verre d'urane; elle se produit dès la raie D pour le curcuma et le gaïac; elle accompagne les diverses raies d'absorption avec la teinture de chlorophylle. En général, elle a lieu aux points où se fait l'absorption des rayons incidents. On peut donc dire que les substances fluorescentes absorbent certains rayons, généralement ce sont les rayons chimiques, et quelles les rendent après les avoir transformés. On conçoit maintenant que la même lumière ne puisse éprouver qu'une fois la diffusion épipolique, puisque dans son passage à travers un corps fluorescent elle perd la cause de cette diffusion, c'est-à-dire les rayons qui se transforment.

III. Il nous reste à parler de la composition des lumières émises pendant la fluorescence. On la découvre par le procédé général en décomposant par un prisme, comme dans la *fig.* 755, la bande de lumière épipolisée. Généralement le spectre est continu comme pour la fluorine, l'esculine et le bisulfate de quinine, et il contient presque toutes les couleurs simples. Quelquefois il est constitué par des lignes brillantes entremêlées d'espaces sombres. Par exemple, la chlorophylle donne une ligne rouge A′A″ et une verte F′F″, et les composés d'uranium, qui sont les plus curieux de tous, montrent cinq raies brillantes et équidistantes. Au milieu de

ces variétés d'action il y a une loi générale, c'est que toutes les couleurs simples émises par un point tel que F (*fig.* 755) ont une réfrangibilité moindre que celle du rayon excitateur, ou, au plus, égale à la sienne. Ainsi, l'esculine, qui absorbe les rayons chimiques de H en P, rend des rayons lumineux de A en H; et la chlorophylle, après avoir éteint des rayons rouges, ne renvoie que des rayons rouges et peut-être des chaleurs obscures.

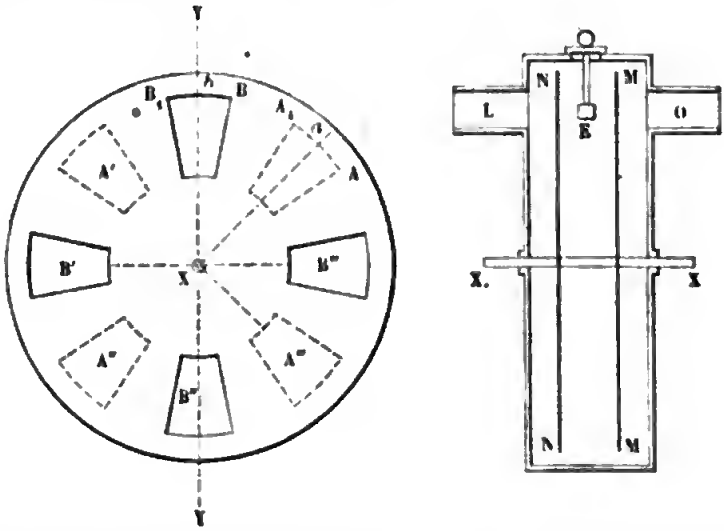
Puisqu'en général ce sont les rayons chimiques qui se transforment en lumière, ce sont les sources qui en contiennent le plus qui produisent la plus vive fluorescence, et avant toutes les autres c'est la lumière électrique. Une des plus belles expériences de l'optique se fait en construisant des tubes de Geissler avec des verres d'urane, qui s'illuminent vivement en vert au moment du passage de la décharge électrique. On peut aussi envelopper les tubes avec des solutions de quinine, de curcuma, de sels d'urane, etc., qui émettent des rayons bleus, orangés et jaunes, et ces effets sont rendus encore plus remarquables par la forme variée qu'on a soin de donner aux appareils. Enfin, il est possible d'écrire sur un carton des caractères avec du bisulfate de quinine, qui sont invisibles à la lumière des lampes, et qui deviennent brillants quand on y fait tomber un faisceau de rayons provenant de l'arc électrique, dépouillés de leur lumière par un verre violet foncé.

En résumant tous ces faits, on trouve dans la fluorescence les caractères de la phosphorescence. Des rayons sont absorbés; leur force vive, recueillie par le corps actif, se dépense en un rayonnement composé de rayons moins réfrangibles que ceux qui ont été reçus. Il n'y a qu'une seule différence, c'est la durée de l'intervalle nécessaire pour déterminer cette transformation; intervalle qu'il faut maintenant mesurer dans les divers cas, ce qui va exiger l'emploi d'un nouveau mode d'expérience.

TROISIÈME MODE D'OBSERVATION. — La méthode qui nous reste à décrire est due à M. Edmond Becquerel; elle se fonde sur l'emploi d'un instrument qu'il a imaginé et qu'on nomme *phosphoroscope*. Il se compose de deux disques métalliques

noircis MM et NN (*fig.* 759), qui sont liés l'un à l'autre par un axe commun XX, auquel on peut imprimer un mouvement de rotation rapide par une manivelle et des engrenages convenables. Le tout est enfermé dans une boîte immobile noircie. La lumière solaire y arrive par un tube L, rencontre en E le corps qu'on veut éprouver, et sort par un deuxième tube O pour arriver à l'œil.

Fig. 759.



Chacun des deux disques est percé de quatre fenêtres équidistantes dont l'ouverture est de 22° 30′ (*fig.* 759). Elles sont figurées en AA_1, A′, A″, A‴, dans le disque antérieur, et en BB_1, B′, B″, B‴, pour celui qui est en face de l'œil. Ces fenêtres sont croisées; de façon que si AA_1 arrive sur la verticale du centre X, la lumière pénètre dans l'intervalle qui sépare les disques; mais elle n'en peut sortir parce qu'elle rencontre la paroi pleine BB‴, qui bouche le tube O. L'œil ne reçoit donc aucun rayon quelle que soit la vitesse de rotation.

Mais si on a préalablement fixé en E un morceau de verre ou de spath, il est éclairé quand AA_1 passe sur la verticale; il est en face de l'œil un instant après, quand arrive la fenêtre BB_1. Si donc il a gardé la faculté de luire pendant l'intervalle qui s'écoule entre le passage des deux fenêtres AA_1 et BB_1, il paraît lumineux, et comme l'action se reproduit quatre fois pendant un tour, la sensation est continue quand la vitesse est suffisante.

Soit n le nombre des tours que l'axe fait en une seconde, $\frac{1}{n}$ est le temps d'un tour, $\frac{1}{n}\frac{AA_1}{360}$ est celui que met une des fenêtres à passer devant la verticale YY. Comme il y en a quatre dans les disques antérieurs, et que l'appareil fait n tours en une seconde, la durée totale de l'exposition à la lumière pendant l'unité de temps est

$$\frac{4AA_1}{360}.$$

Ce temps est constant et indépendant de la vitesse; donc le corps recevra toujours la même quantité de lumière dans le même temps.

La durée pendant laquelle le corps sera visible sera exprimée par le même nombre, et, puisqu'il est indépendant de la vitesse, la quantité de lumière reçue par l'œil le sera également; elle sera une fraction constante du pouvoir éclairant du corps et pourra servir à le mesurer.

Mais la durée de chaque exposition successive est

$$\frac{AA'}{n.360};$$

elle diminue quand le nombre des tours augmente. Or, comme il est vraisemblable que la lumière doit agir pendant un certain temps pour produire de l'effet, il est certain que son action décroîtra avec la vitesse quand celle-ci aura dépassé une certaine limite.

Le temps qui s'écoule entre le moment où la lumière agit et le moment où on voit le corps est variable; il est égal en moyenne à l'intervalle qui sépare le passage de aX et de bX vis-à-vis de l'axe du tube O, ou à

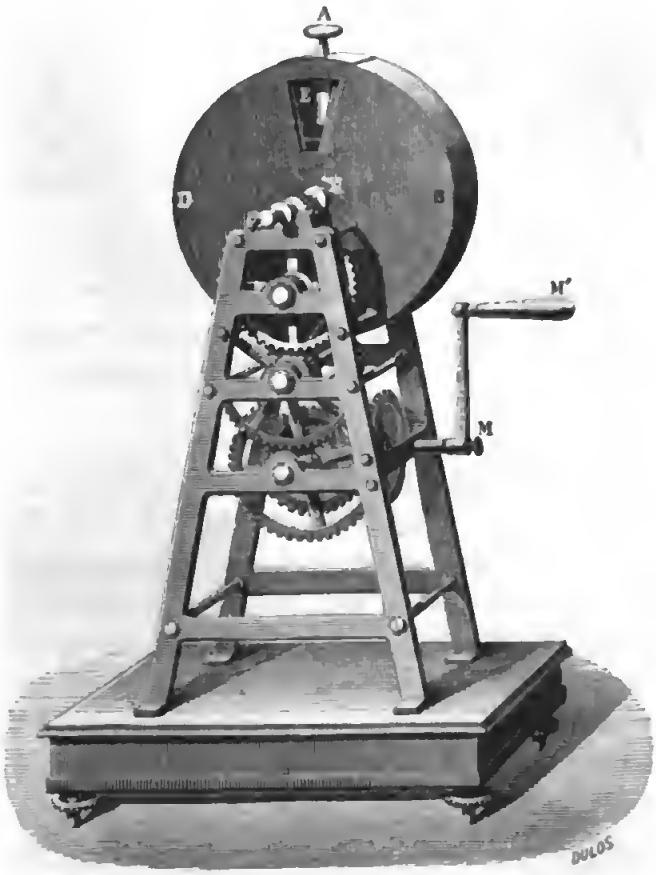
$$\frac{ab}{n.360} = \frac{45}{n.360} = \frac{1}{8n},$$

cette durée diminue avec la vitesse; c'est l'*interruption moyenne*. Or, il est certain que plus elle sera petite, plus l'effet de la phosphorescence sera sensible. Ainsi, d'une part, cet effet devra diminuer à cause de la diminution de la durée d'action; de l'autre, il devra augmenter à cause du décroisse-

ment de la durée des interruptions. Il est clair qu'avec une certaine vitesse on atteindra le maximum d'éclat.

En résumé, pendant des temps égaux le corps aura reçu toujours la même quantité de lumière; cette lumière aura agi pendant des intervalles successifs de durée variable et mesurable; enfin, une portion constante de la lumière phosphorescente dont on pourra mesurer l'intensité aura été recueillie après une interruption dont la durée moyenne sera connue et aussi petite qu'on le voudra. L'appareil total est représenté *fig.* 760. Voyons maintenant quels sont les résultats de l'expérience.

Fig. 760.



Il est évident que cet instrument non-seulement nous permettra de constater, mieux que nous ne l'avons encore fait, les phosphorescences à longue période, comme celle du diamant, mais qu'il nous en fera découvrir que nous ne connaissions

pas, et qu'il nous apprendra si les corps que nous avons appelés fluorescents ne gardent pas leur éclat pendant un temps appréciable, et ne seraient point doués d'une véritable phosphorescence à très-courte durée. C'est en effet ce que nous trouvons pour tous les composés des métaux des deux premières sections, en particulier pour l'alumine et ses composés, ainsi que pour les sels d'urane et les platinocyanures. Avec une vitesse de rotation déterminée on obtient le maximum de lumière, comme nous l'avions prévu; quand on la diminue suffisamment, tout effet cesse, et on arrive à la durée limite de la phosphorescence. Voici quelques nombres :

	Durée-limite.
Spath	0",33
Verre	0",05
Corindon	0",05
Azotate d'urane	0",01
Platinocyanure	0",003

Mais aucun liquide, même les plus fluorescents, ne s'est illuminé dans le phosphoroscope. Il ne faut pas en conclure que la fluorescence soit instantanée; aucune action physique ne l'est; seulement nous savons qu'elle exige un temps moindre que 0",0001.

LOI DE LA DÉPERDITION DE LA LUMIÈRE. — Cet instrument permet maintenant de pousser beaucoup plus loin l'étude que nous venons de commencer. En effet, si l'on mesure, au moyen de photomètres qui seront décrits dans la suite, le pouvoir éclairant d'un corps placé dans le phosphoroscope, après des interruptions déterminées on aura des nombres proportionnels à la quantité totale de la lumière émise par ces corps après des temps égaux à ces interruptions. C'est ce qu'a fait M. Becquerel.

Prenons d'abord, parmi tous les cas qui peuvent se présenter, celui des corps qui rayonnent de la lumière à peu près blanche, et dont la teinte ne change pas quand la vitesse varie. Nous pourrons admettre que tous les rayons qui composent cette lumière suivent la même loi dans leur déperdition. A la rigueur, nous pourrons même appliquer cette con-

clusion aux corps qui rayonnent une teinte mixte, pourvu qu'elle ne change point de coloration; par exemple, à l'alumine. Or, en mesurant après des interruptions égales à t l'éclat d'un corps qui émet de la lumière, M. Ed. Becquerel a trouvé la même loi que celle qui règle les excès de température d'un thermomètre qui se refroidit :

$$i = i_0 e^{-at}.$$

Cette loi de l'émission lumineuse par phosphorescence n'est pas plus générale que celle de l'émission calorifique par refroidissement. Elle cesse d'être applicable quand on fait croître la vitesse au delà de celle qui donne l'effet maximum, car alors le corps cesse de prendre toute la lumière qu'il absorbait quand chaque insolation successive était plus prolongée. Elle ne s'applique pas non plus à celles des substances qui ont une phosphorescence à longue durée, ni aux corps qui changent de teinte avec la vitesse du phosphoroscope. C'est donc une formule empirique et approximative. Il est curieux néanmoins de voir qu'elle s'applique de la même manière à la chaleur et à la lumière.

Supposons-la exacte, il est clair que pendant chaque intervalle dt le corps perd une quantité de lumière proportionnelle à idt; et en l'intégrant de $t = 0$ à $t = \infty$, on obtient la somme de lumière qui avait été absorbée et qui est rendue par le corps. Cette somme est égale à $\frac{i_0}{a}$. Elle exprime pour ainsi dire la capacité lumineuse du corps; elle est en raison inverse de a.

Voici les nombres trouvés par M. Becquerel, en prenant pour unité de temps le millième de seconde.

Tableau des valeurs de a en millièmes de secondes.

Uranite	1,4975
Sulfate double d'urane et de potasse	1,3869
Sulfate double d'urane et de chaux	0,8206
Perchlorure d'urane et de potasse	0,7682
Verre d'urane	0,5546
Azotate d'urane	0,4207
Crown	0,0436

Chaux phosphatée	0,0263
Topaze jaune	0,5546
Disthène	0,2295
Alumine	0,0791
Spinelle	0,0094
Leucophane	0,0147
Spath	0,00507

COMPOSITION DES RAYONS ÉMIS. — Il y a de grandes différences dans la composition des lumières émises dans le phosphoroscope. Comme on ne connaît sur ce point aucune loi générale, il faut nous contenter de citer des exemples particuliers.

I. Le premier, le plus simple et le plus général des cas qui se présentent est celui où le corps actif émet des lueurs toujours identiquement composées, quelles que soient la durée des interruptions et la nature des rayons excitateurs. Presque tous les sulfures étudiés précédemment sont dans ce cas. Il en est de même de l'alumine, du disthène, de la topaze, dont la lueur rouge reste la même quand ils sont frappés par tous les rayons du rouge à T, et quand varie la vitesse du phosphoroscope. L'azotate et le chlorure d'urane donnent aussi des lueurs vertes invariables.

Mais quand on analyse les lueurs phosphorescentes par un spectroscope ordinaire on trouve des résultats curieux. Le spectre de l'alumine (*fig.* 761) est compris entre A*a* et D; il est sillonné de raies; il est différent avec l'alumine calcinée provenant du corindon, du rubis, du saphir, ou bien avec celle qui est préparée artificiellement en cristaux ou en poudre; mais il est constant pour chacune des deux variétés. Le spinelle et le disthène offrent également des spectres limités à la partie rouge, sillonnés de stries qui les caractérisent, mais qui diffèrent du précédent. Ce n'est donc pas l'aluminium seulement, c'est chacun de ses composés qui donnent des raies propres à le faire reconnaître. Les sels d'urane conduisent à la même conclusion. Chacun d'eux montre un certain nombre de raies brillantes et équidistantes. L'azotate, en particulier, en présente 8 (*fig.* 761), et chacune d'elles correspond à une raie d'absorption. Si on fait passer un spectre à travers

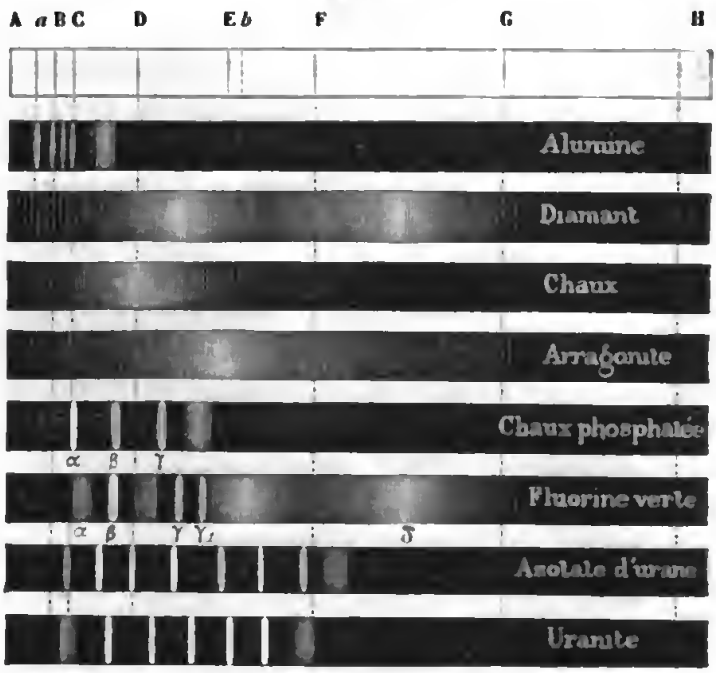
ce sel, il absorbe donc à la température ordinaire certaines radiations, et ce sont celles-là qu'il émet ensuite par phosphorescence. C'est une nouvelle et remarquable extension de la loi de M. Kirchhoff.

II. Le deuxième cas est celui où la teinte de la phosphorescence, restant invariable avec la nature des rayons excitateurs, change si la vitesse varie.

1° Après leur insolation, presque tous les diamants luisent en jaune et demeurent longtemps lumineux; le spectre de cette lumière est compris entre C et E. D'autres luisent en bleu et s'éteignent très-vite; ils émettent des rayons limités à F et à H. Il en est enfin qui possèdent les deux phosphorescences, c'est toujours celle dont la couleur est la plus réfrangible qui est la plus fugitive; ils paraissent d'abord bleus et deviennent ensuite jaunes.

2° La chaux phosphatée verte est excitée par tous les rayons simples de B à O, qui tous se transforment en trois

Fig. 761.



bandes γ, β, α (*fig.* 761), la première se prolonge longtemps; β apparaît pour une valeur t des interruptions égale à 0″,05;

enfin, α se montre quand $t = 0'',0001$; la teinte du mélange varie du vert à l'orangé quand la vitesse augmente, et cette fois, au rebours de l'exemple précédent, c'est la lueur la moins réfrangible α qui est la moins fugitive.

3° Sur le fluorure de calcium vert l'effet est plus complexe; il possède plusieurs bandes phosphorescentes distinctes, l'une bleue, δ; deux dans le rouge, en β et α, pour $t = 0,005$; et enfin deux dernières font naître les lumières vertes γ, γ_1 quand $t = 0,001$. Ce sont les rayons moyens qui naissent de la plus courte phosphorescence.

III. Les divers rayons excitateurs peuvent donner naissance à des lueurs différentes. Il y a en effet des carbonates de chaux, tels que la craie ou les calcaires métastatiques, qui paraissent orangés quand $t = 0'',33$, et bleus lorsque $t = \infty$, c'est-à-dire longtemps après l'insolation. La première teinte est produite par les rayons voisins de D; la deuxième par le groupe des radiations ultra-violettes. On obtient la première en filtrant la lumière incidente à travers une auge pleine de chromate de potasse, la seconde en interposant un écran de bleu céleste.

IV. Ce qui paraît le plus singulier, ce sont des modifications de teintes déterminées par des variations de l'état moléculaire. Nous ne citerons qu'un exemple. En général, la chaux possède une phosphorescence orangée peu durable; l'arragonite, au contraire, offre des teintes bleues, très-persistantes (*fig.* 761). Or, il y a des variétés de spath qui se comportent comme l'arragonite, d'autres comme la craie, et quelques-unes comme toutes les deux. Cela est déjà difficile à comprendre; ce qui suit l'est davantage. En dissolvant du spath dans un acide et en le précipitant par le carbonate d'ammoniaque, on obtient un carbonate de chaux luisant en bleu s'il est précipité à 100 degrés, et en orangé s'il est obtenu à zéro.

Si nous voulons, en finissant cette étude, résumer les connaissances générales qu'elle nous apporte, nous voyons d'abord que certaines substances absorbent, celles-ci les rayons calorifiques, celles-là les lumières, quelques-unes les rayons chimiques; et, le plus souvent, ces absorptions sont électives. Or, à la suite de ces absorptions, comme il y a une accumulation, ou de chaleur, ou de lumière, ou de rayons

chimiques, c'est-à-dire de force vive, il faut qu'elle se dépense ensuite en produisant des phénomènes consécutifs. Nous venons d'étudier l'un d'eux et de reconnaître que pendant un temps long ou court, cette force vive est rendue à l'état de rayonnement par phosphorescence ou fluorescence, avec ce caractère constant qu'un rayon simple a été finalement transformé en un ensemble d'autres radiations mêlées et toutes moins réfrangibles. Il y a encore un autre emploi possible de cette force vive, elle peut déterminer des actions photographiques. C'est ce qui nous occupera dans la prochaine Leçon.

Digitized by Google

QUATRE-VINGT-DEUXIÈME LEÇON.

DE LA PHOTOCHIMIE.

Actions réductrices. — Actions oxydantes. — Effets superposés. — Actions révélatrices. — Mode d'action de la lumière. — Daguerréotype. — Action des rayons simples. — Héliochromie. — Action de la lumière sur les plantes. — Expériences de Bunsen et Roscoë. — Procédés photographiques.

Il nous reste à étudier une dernière propriété des radiations solaires, celle de déterminer des actions chimiques spéciales. Découverte il y a cinquante ans à peine, cette propriété a déjà donné naissance à un art précieux et populaire, la photographie, qui semble arrivé à son dernier degré de perfection sans que les principes qui lui servent de base soient bien connus. Nous allons essayer néanmoins de mettre provisoirement un peu d'ordre au milieu de phénomènes nombreux et incohérents.

Nous rappellerons d'abord un fait qui vient d'être l'objet d'une étude suivie, c'est qu'un grand nombre des substances, pour ne pas dire toutes, absorbent une partie des radiations solaires : perte de force vive qui ne peut s'accomplir sans déterminer un phénomène consécutif équivalent. Le plus souvent ce corps se met à vibrer et rend ce qu'il avait reçu sous forme de chaleur obscure ou de lumière, en général sous forme de rayons moins réfrangibles que la radiation absorbée. Dans les cas qui vont nous occuper il n'y a rien de pareil, le milieu garde ses rayons; mais on découvre que la force vive perdue a développé un travail chimique équivalent. C'est ce phénomène général qui constitue la *photochimie*.

ACTIONS RÉDUCTRICES. — Scheele découvrit, en 1770, que le chlorure d'argent devient noir quand on l'expose à la lumière. Avant tout il faut étudier chimiquement ce fait. MM. Davanne et Girard ont placé un peu de chlorure d'argent dans une capsule et l'ont exposé aux rayons du soleil jusqu'à ce qu'il fût

devenu noir; puis, ayant versé de l'acide azotique, ils ont vu se dégager des vapeurs rutilantes pendant que la matière noire se dissolvait : c'était conséquemment de l'argent réduit. La lumière a donc la propriété de décomposer le chlorure d'argent en séparant ses éléments. Elle décompose également l'azotate d'argent en dégageant l'acide et l'oxygène qui abandonnent le métal réduit.

Cette propriété n'est point particulière aux substances que nous venons d'examiner. En général les chlorures, bromures, iodures, cyanures, etc., des métaux les moins oxydables, tels que l'argent, le mercure, le fer et le platine, sont décomposés ou tendent à l'être par l'action suffisamment prolongée de la lumière.

Il en est de même d'un grand nombre de composés oxygénés. L'acide azotique perd de l'oxygène et se transforme en vapeurs rutilantes; l'acide chromique et le bichromate de potasse laissent déposer de l'oxyde de chrome; l'azotate d'urane se trouble, verdit et donne du protoxyde. On peut dire en résumé que les oxydes ou acides suroxygénés, ainsi que les composés binaires des métaux peu oxydables, tendent à se réduire sous l'action prolongée des rayons du soleil.

ACTIONS OXYDANTES. — Mais si, dans ces conditions, l'oxygène et les corps halogènes tendent à abandonner les métaux, ils se portent au contraire avec une plus vive énergie sur l'hydrogène et sur les matières organiques. Le premier fait de ce genre est la célèbre expérience par laquelle on combine le chlore et l'hydrogène. Ces deux gaz mélangés se conservent indéfiniment dans l'obscurité; mais aussitôt qu'on les expose aux rayons solaires, ils s'unissent instantanément avec une vive détonation, avec dégagement de chaleur et de lumière. Ce fait prouve que l'affinité du chlore pour l'hydrogène est augmentée par l'action de la lumière : cette augmentation est générale, et l'expérience a prouvé que le chlore peut enlever l'hydrogène à toutes ses combinaisons organiques sous l'influence du soleil. Le chrome, le brome et l'iode manifestent les mêmes propriétés.

L'oxygène éprouve un redoublement d'activité analogue et une tendance à se combiner avec les matières organiques.

C'est par une expérience de ce genre que J. Nicéphore Niepce inaugura l'art de la photographie en 1813. Il disposait sur une plaque d'argent bruni une couche mince de bitume de Judée, puis, appliquant dessus une gravure en taille douce, il l'exposait au soleil. Les rayons pénétraient à travers le papier blanc, mais étaient arrêtés par les traits noirs de la gravure. Le bitume de Judée se conservait sans altération sous ces traits; mais il se combinait avec l'oxygène sous les parties blanches, et, en changeant de composition, il devenait insoluble dans les essences. Il suffisait alors de laver la plaque avec un mélange d'huiles de lavande et de pétrole pour mettre le métal à nu, avec son aspect noir bruni aux endroits que les traits avaient recouverts, tandis qu'il demeurait voilé par une couche blanche insoluble aux points que la lumière avait impressionnés : on obtenait ainsi une reproduction de la gravure. Le galipot; les essences d'amandes amères, de citron, de térébenthine et de laurier-cerise; la benzine; la plupart des vernis, etc., se comportent comme le bitume de Judée, c'est-à-dire qu'ils s'oxydent à la lumière et par là changent leurs propriétés physiques ou chimiques.

La résine de gaïac offre une particularité qui mérite d'être mentionnée; elle bleuit en même temps qu'elle absorbe l'oxygène. Si donc on l'étale en couche mince sur une surface, qu'on la couvre d'une gravure, elle prend une teinte foncée sous les blancs et reste blanche sous les noirs; elle donne finalement une image inverse : c'est ce que nous nommons une *épreuve négative*.

EFFETS SUPERPOSÉS. — Or, puisque d'une part certains acides, ou sels, et certains composés métalliques binaires tendent à se dissocier sous l'action de la lumière, et que d'un autre côté l'oxygène ou le chlore, le brome et l'iode acquièrent, dans les mêmes conditions, une plus vive affinité pour l'hydrogène des matières organiques, il est évident qu'on augmentera la sensibilité des actions photochimiques en mêlant ces composés métalliques ou salins à ces matières organiques. C'est en effet ce qu'on peut montrer par de très-nombreux exemples.

I. M. Niepce de Saint-Victor enduit avec une même solu-

tion d'azotate d'argent fondu d'abord une feuille de papier, ensuite une cassure récente de porcelaine, et il les expose pendant le même temps à la même lumière. La porcelaine ne manifeste rien, mais le papier noircit : la matière organique facilitait la réduction.

D'après cela, on prépare des surfaces extrêmement sensibles à l'action de la lumière en étalant des feuilles de papier sur un bain de nitrate d'argent dissous, et les y laissant flotter assez longtemps pour que leur surface inférieure soit bien imbibée. On fait sécher ces feuilles dans l'obscurité; elles se conservent indéfiniment. On augmente encore leur sensibilité en les plongeant ensuite dans des solutions de chlorure, bromure ou iodure de potasssium, ce qui transforme l'azotate en chlorure, bromure ou iodure d'argent, substances insolubles, décomposables par elles-mêmes, et qui le deviennent davantage étant mêlées à la matière organique du papier. On peut renverser l'ordre des deux immersions, plonger d'abord le papier dans le composé de potassium, ensuite dans le sel d'argent. C'est ainsi qu'en général on prépare le papier sensible qui nous a déjà servi et qu'on emploie dans la photographie.

II. M. le professeur Haghen, de Kœnigsberg, prépara deux solutions d'azotate d'urane, l'une dans l'eau pure, l'autre dans l'alcool, et il les exposa à la lumière. La première demeura intacte, la deuxième se troubla, devint verte et déposa du protoxyde d'urane. La propriété réductrice de la lumière était insuffisante pour opérer la décomposition du sel; mais la présence de la matière organique a déterminé l'action. Remise à l'obscurité, la solution s'oxyde de nouveau et revient à son état premier.

III. Vers 1850, M. Poitevin ajouta de nouveaux et remarquables exemples aux précédents. Le bichromate de potasse est difficilement décomposable par la lumière; mais il est réduit très-aisément au soleil quand on le mêle au sucre, à l'empois d'amidon, à la gomme, à la gélatine. Ce qui est remarquable, c'est qu'en s'oxydant ces substances deviennent insolubles et que la gélatine perd la propriété qu'elle a naturellement de se gonfler dans l'eau.

IV. Le perchlorure de fer se comporte comme le bichromate de potasse. Vient-on à le mêler avec de l'alcool, de

l'éther ou de l'acide tartrique, et à l'exposer à la lumière, il passe à l'état de protochlorure, en cédant du chlore à la matière organique. Quand on place au soleil, sous une gravure, une feuille de papier imprégnée avec le dernier de ces mélanges, il est préservé sous les traits; partout ailleurs il se change en protochlorure mêlé à de l'acide tartrique oxygéné. Cette dernière combinaison n'a point été déterminée; mais elle est tellement avide d'humidité, qu'elle se couvre bientôt de rosée, ce qui dessine les blancs de la gravure. On peut faire paraître les traits en lavant la plaque avec du ferrocyanure de potassium ou de l'acide tannique, ce qui donne une épreuve positive imprimée en bleu de Prusse ou en encre ordinaire.

En résumé, l'ensemble des radiations émises par le soleil agit : 1° pour réduire les acides suroxygénés, les sels ou les composés binaires métalliques; 2° pour oxyder les matières organiques; d'où il résulte que les mélanges de ces deux classes de substances constituent les réactifs les plus sensibles à l'action photochimique.

ACTIONS RÉVÉLATRICES. — Il n'est pas nécessaire d'exposer à la lumière les deux éléments d'un pareil mélange; il suffit que l'un d'eux en ait subi l'effet. Ainsi quand on place dans la chambre obscure un papier imprégné d'iodure d'argent et d'acide gallique, le mélange est complet, l'action de la lumière efficace, et bientôt l'image négative apparaît. Si on omet l'acide gallique, l'épreuve ne se montre point. Cependant l'action de la lumière s'est produite et a communiqué au sel d'argent une tendance à la réduction; car si on plonge après coup le papier dans l'acide gallique, on voit l'image apparaître subitement. Il en est de même quand on le mouille avec du sulfate de fer ou du protochlorure d'étain, c'est-à-dire avec un corps oxydant. Pour distinguer ces deux actions, on nomme *impressionnable* la matière qui reçoit et conserve l'action de la lumière, et *révélatrice* celle qui développe l'image. On peut citer, d'après M. Niepce de Saint-Victor, un nombre considérable d'actions analogues, comme le montre le tableau suivant.

SUBSTANCES IMPRESSIONNABLES, papier imprégné de :	SUBSTANCES RÉVÉLATRICES.	RÉSULTATS.
1° Rien	Sel d'argent	Image noire ordinaire.
2° Azotate d'argent ou iodure d'argent	Sulfate de fer ou acide gallique.	Image noire ordinaire.
3° Azotate d'urane	Eau	Action prolongée de la lumière; image négative grise de protoxyde d'urane; disparaît à l'obscurité, se reproduit à la lumière.
	Prussiate rouge de potasse	Image rouge sanguin positive; passe au bleu par le sulfate de fer.
4° Azotate d'urane et acide tartrique	Azotate d'argent ou chlorure d'or.	Images aussi belles que par la photographie; inaltérables.
5° Chlorure d'or	Azotate d'urane, sulfate de fer, sulfate de cuivre, bichlorure de mercure, sel d'étain.	
6° Acide gallique	Sulfate de fer	Image noir-bleu.
	Prussiate rouge de potasse	Image bleue.
7° Prussiate rouge de potasse	Eau, bichlorure de mercure, acide gallique, sel d'argent, de cobalt	Image bleue activée par les acides et la chaleur.
8° Bichlorure de mercure	Protochlorure d'étain, soude, potasse, sulfure de sodium.	
9° Acide chromique ou bichromate de potasse.	Sel d'argent	Image positive rouge-pourpre.
10° Amidon	Tournesol bleu	Image rouge.
	Iodure de potassium	Image brun-rouge.
	Indigo blanc	Image positive bleue.
	Campêche	Image positive rouge.

Ce qui est digne d'être remarqué, c'est que le rôle de substance impressionnable et de substance révélatrice est réciproque, et qu'à l'intensité près on obtient le même effet en insolant l'une ou l'autre. Par exemple, au lieu d'insoler l'iodure d'argent et de révéler par l'acide gallique, ou le sulfate de fer, ou le protochlorure d'étain, on peut exposer, sous un cliché, au soleil, un papier imprégné d'acide gallique, ou de sulfate de fer, ou de protochlorure d'étain, et l'image négative se révélera avec l'iodure de potassium et l'azotate d'argent. En général on peut changer l'ordre des deux premières colonnes du tableau.

COMMENT AGIT LA LUMIÈRE. — Nous allons étudier en détail la première réaction indiquée dans ce tableau.

1° M. Niepce de Saint-Victor exposa au soleil, sous un cliché négatif, une feuille de papier blanc qui n'avait reçu aucune préparation, et ensuite il la plongea dans une solution d'azotate d'argent. Aussitôt le sel fut réduit dans les endroits où le papier avait reçu les rayons solaires. D'où il faut conclure que la lumière avait donné au papier blanc la propriété de réduire les sels d'argent.

2° Le même papier insolé de la même manière, sous un cliché, a été transporté dans l'obscurité et déposé sur une feuille de papier sensible préparée d'avance. Il y a déterminé rapidement une image, comme si ce papier sensible avait été directement insolé sous le cliché. Cette image s'est produite même quand les deux feuilles étaient en regard à une distance de 5 à 10 millimètres; elle ne se formait plus quand on interposait une lame de verre ou de mica. Donc la propriété réductrice communiquée au papier commun par l'action des rayons solaires se transmet même à distance à travers l'air.

3° M. Niepce exposa pendant quelque temps aux rayons directs du soleil une feuille de papier blanc, puis il l'introduisit, après l'avoir roulée, dans un tube de fer-blanc qui fut bouché hermétiquement, gardé pendant plusieurs jours et même plusieurs mois. On l'ouvrit ensuite et on en plaça l'ouverture sur un papier sensible; bientôt elle s'y dessina par un cercle noir d'argent réduit. Cette action décomposante augmentait d'activité par la chaleur; elle ne se produisait plus à

travers un verre; elle n'avait lieu qu'une seule fois, et pour la renouveler il fallait recommencer l'insolation.

4° Toutes les substances n'acquièrent pas, après l'insolation, les mêmes propriétés réductrices que le papier. Les métaux, le verre, la porcelaine vernie ou non, les substances noires, quelle que soit leur nature, et en général toutes celles qui sont inorganiques, restent inactives après comme avant l'action de la lumière. Mais il y en a d'autres qui agissent avec une grande énergie : ce sont, outre le papier, les diverses étoffes, l'albumine, le collodion, l'amidon, en général les matières organiques, quelle que soit leur couleur, pourvu qu'elle ne soit pas noire. Elles deviennent plus actives encore quand on les imprègne d'acide tartrique, de sulfate de quinine, et surtout d'azotate d'urane. On peut alors les exposer sous un cliché ou dans la chambre obscure et révéler ensuite une image négative en les mouillant avec un sel d'argent. En résumé, la lumière : 1° communique au papier une propriété réductrice; 2° cette propriété se transmet à distance; 3° elle se conserve très-longtemps dans l'obscurité; 4° elle s'avive avec la température; 5° elle disparaît et s'annule lorsque le papier insolé a réduit une quantité donnée de sel d'argent; 6° elle ne se transmet pas à travers le verre, le mica, etc.; 7° elle appartient à tous les corps organiques qui ne sont pas noirs, et aux sels impressionnables.

L'explication de ces phénomènes est inconnue; on en est réduit à des conjectures: il y en a deux que je rappellerai. La première suppose que la radiation solaire détermine, pendant qu'elle agit, la formation de produits chimiques intermédiaires, très-oxydables quand elle impressionne les matières organiques comme le papier, très-réductibles au contraire lorsqu'elle frappe les sels impressionnables comme ceux d'argent, et que l'addition d'un sel d'argent dans le premier cas, d'une matière organique dans le second, ne fait que compléter les phénomènes par les réactions chimiques ordinaires. Dès lors toutes les circonstances s'expliqueraient: la conservation indéfinie du produit transitoire; son action qui a lieu à distance, s'il est volatil; qui s'exagère par la chaleur; qui ne se produit qu'une fois, et surtout qui est interceptée par les écrans transparents.

Digitized by Google

On peut objecter néanmoins que ces produits transitoires restent inconnus, et que cette hypothèse laisse inexpliqués certains faits, et en particulier l'expérience suivante que l'on doit encore à M. Niepce. Il prend une lame de biscuit ou la surface d'une cassure fraîche de porcelaine et il l'expose au soleil. Nous avons dit qu'elle ne réduit pas le sel d'argent; mais si on la plonge dans un mélange sensible d'amidon et d'azotate d'argent, elle le réduit. Le même effet se produisait d'ailleurs quand on avait insolé la cassure, après l'avoir couverte, soit d'azotate d'argent, soit d'amidon, et qu'on révélait l'image soit dans l'amidon, soit dans le nitrate. Ainsi trois choses sont nécessaires : l'insolation, le sel d'argent, la matière organique; mais il est indifférent, à l'intensité près, que l'insolation se fasse sur la porcelaine nue, ou sur la porcelaine recouverte de l'un des deux réactifs, ou sur la porcelaine imprégnée de ces deux corps à la fois. D'où il suivrait qu'elle n'agit pas en formant sur ces matières quelque composé transitoire.

M. Niepce admet simplement que la lumière est emmagasinée et qu'elle demeure combinée aux surfaces jusqu'au moment où elle trouve l'occasion de produire une action chimique efficace. Bien qu'elle n'ait pas trouvé grande faveur, cette opinion pourrait être soutenue. Il y a des corps, comme la fluorine, qui absorbent la lumière, la condensent sous une forme inconnue, la gardent pendant de longues années et l'abandonnent quand on les chauffe. Tous les corps phosphorescents agissent ainsi, et la force vive qu'ils gardent et dégagent lentement dans l'obscurité pourrait bien à un moment donné se transformer en un travail chimique équivalent. La seule condition qu'il faudrait remplir serait de mettre en contact, au moment de produire ce travail, les substances chimiques entre lesquelles il peut s'effectuer. Cela expliquerait les actions révélatrices. Avant de conclure, il faut attendre des renseignements nouveaux.

ACTION SUR LES VAPEURS. — Daguerre a découvert une action révélatrice qui paraît être d'un ordre différent et qui est le fondement de sa méthode photographique.

Il expose une feuille de plaqué d'argent au-dessus d'un carton imprégné d'iode. Bientôt les vapeurs de cette substance

couvrent la plaque d'une couche dont l'épaisseur augmente progressivement, et dont la couleur varie comme celle des anneaux colorés. On arrête l'opération quand la teinte est jaune orangé, et on expose la plaque dans la chambre obscure. On la laisse prendre l'impression pendant dix minutes (aucune image ne se développe), et on l'expose ensuite à la vapeur qu'émet une capsule chauffée pleine de mercure. Cette vapeur s'attache aux points frappés par la lumière et respecte les parties qui étaient restées dans l'obscurité. Pour empêcher toute action ultérieure on dissout l'excès d'iode dans de l'hyposulfite de soude.

Après ces opérations le métal a gardé son bruni et paraît noir dans les ombres; il est dépoli et blanchi par le mercure dans les lumières, et une image positive se voit quand on regarde la plaque dans une situation telle qu'elle ne réfléchisse spéculairement aucune lumière. MM. Salmon et Garnier ont découvert un autre fait de même nature. Quand on insole une plaque de soufre à travers un carton découpé et qu'on l'expose ensuite aux vapeurs de mercure, elle les retient sur les parties qui ont été éclairées, et noircit en se combinant avec elles. En résumé, outre les actions précédemment étudiées, la lumière donne aux surfaces qu'elle a frappées la propriété d'attirer la vapeur des corps avec lesquels elles ont de l'affinité.

ACTION DES RAYONS SIMPLES. — Les impressions photochimiques obtenues jusqu'à présent étaient déterminées par la superposition de tous les éléments de la radiation solaire. Il faut maintenant étudier l'action spéciale de chaque rayon élémentaire. A cet effet nous reprendrons l'expérience qui a tout d'abord révélé l'existence des rayons chimiques; nous préparerons un papier sensible au chlorure d'argent, dans l'*obscurité la plus absolue*, et nous ferons tomber sur sa surface un spectre réel très-pur obtenu par un prisme et une lentille de quartz. Nous verrons progressivement l'impression se faire, le chlorure noircir et toutes les raies se dessiner (*fig.* 762). L'effet commence en F. Il atteint son maximum vers la raie H et se prolonge en s'affaiblissant jusqu'aux limites des rayons ultra-violets; mais il est nul dans les parties occupées par les chaleurs obscures et par les rayons lumineux depuis A jus-

qu'à F. Il en est de même si l'on opère avec des papiers préparés au bromure et à l'iodure d'argent, et en révélant l'image par l'acide gallique.

Fig. 762.

Avec une feuille de papier imprégnée de bichromate de potasse l'action commence en E et se termine en N. Avec le chlorure d'or l'impression s'étend depuis E jusqu'en I; l'action est lente, mais une fois commencée elle se continue spontanément dans l'obscurité. De là nous concluons que l'action réductrice exercée sur les sels métalliques est exclusivement déterminée par les rayons très-réfrangibles que l'on nomme à cause de cela rayons excitateurs, tandis que les radiations calorifiques et lumineuses jusqu'à F sont absolument inactives.

II. Sur le gaïac, le bitume de Judée et les essences, l'action de la lumière est inverse; elle est oxydante au lieu d'être réductrice. Malgré cela, l'expérience prouve que ce sont encore les mêmes rayons chimiques qui agissent. Ainsi le gaïac exposé au spectre commence seulement à bleuir en H, et l'action se continue jusqu'à P.

III. Il ne faudrait pas croire cependant que les rayons calorifiques et lumineux n'exercent aucune action. Reprenons le papier sensible au chlorure d'argent; mais au lieu de le maintenir à l'obscurité, exposons-le pendant un temps très-court à la lumière ordinaire, ou mieux aux rayons chimiques qui passent à travers un verre bleu, afin de déterminer une impression faible et égale dans toutes ses parties. Après cela faisons tomber comme précédemment un spectre réel très-pur sur une portion seulement de la feuille. Cette fois elle noircira dans

toutes les régions du spectre depuis le rouge le plus extrême, et l'on verra se dessiner toutes les raies lumineuses depuis A jusqu'à H (*fig.* 762). Cette fois les rayons peu réfrangibles ont agi; ils ont continué et développé l'impression commencée par les rayons chimiques, bien qu'ils soient impuissants à la produire. Ils ne l'excitaient pas, ils l'ont continuée, et M. Edm. Becquerel les nomme à cette occasion *rayons continuateurs*. On peut remarquer qu'ils précipitent et révèlent l'action chimique comme ils le faisaient pour la phosphorescence.

IV. Ils n'oxydaient pas le gaïac blanc; mais quand on les fait tomber sur le gaïac qui a absorbé de l'oxygène et qui est bleu, ils dégagent ce gaz et ramènent la substance au blanc. Loin d'être oxydants pour les matières organiques, ils sont réducteurs, et leur action est inverse de l'action des rayons très-réfrangibles.

V. Depuis 1839 sir John Herschel a annoncé que, même sur les plaques daguerriennes, les rayons lumineux détruisent l'effet des rayons chimiques. M. Claudet a confirmé cette assertion; mais il faut distinguer deux sortes d'effets. Que l'on prenne d'abord une plaque daguerrienne insolée pendant un temps suffisant et qu'on la couvre d'un verre rouge, on verra l'image se développer peu à peu sans avoir recours aux vapeurs mercurielles. Cette expérience, qui est due à M. Gaudin, montre, sous une autre forme, que les rayons rouges sont continuateurs, et qu'ils ne sont point dans ce cas les antagonistes des rayons violets. Mais M. Claudet a montré que si, après l'avoir exposée à la chambre obscure, on laisse séjourner la plaque daguerrienne sous un verre rouge ou jaune pendant 100 fois ou 50 fois le temps de l'insolation primitive, elle perd la propriété de condenser le mercure. Les rayons qui ont traversé le verre rouge ou jaune sont donc, sous ce rapport, destructeurs des effets produits par les rayons chimiques. On peut le prouver par une très-belle expérience.

On expose à la lumière, sous un tulle noir, une lame de plaqué iodée et préparée pour le daguerréotype; puis on la coupe en quatre parties. On montre que la première condense la vapeur de mercure et donne une image du tulle noir; on laisse la deuxième à l'obscurité et on met la troisième au soleil sous

un verre rouge. Au bout d'un temps suffisant, celle-ci a perdu entièrement et celle-là gardé intégralement la propriété de donner une image avec le mercure. Enfin la quatrième, qui elle aussi a été conservée sous un verre rouge, a repris sa sensibilité première en perdant toute trace d'impression. Elle peut servir de nouveau et recevoir une autre image, comme si elle n'avait point subi la première insolation.

Ce dernier fait a une grande importance pratique. Non-seulement on pourra préparer les plaques daguerriennes dans un laboratoire éclairé par des verres rouges; mais même on pourra exécuter les opérations en pleine lumière, sauf à exposer les plaques en plein soleil sous des verres rouges ou jaunes qui leur feront perdre toutes les impressions qu'elles auraient pu avoir primitivement reçues, et leur donneront le maximum de sensibilité. En résumé, 1° les rayons peu réfrangibles continuent les actions chimiques commencées sur le chlorure, le bromure et l'iodure d'argent; 2° ils déterminent sur les composés organiques une action opposée à celle des rayons très-réfrangibles; 3° ils détruisent la propriété que possédaient les plaques daguerriennes insolées de condenser les vapeurs de mercure.

Je terminerai ce sujet par quelques observations. Nous avons distingué et analysé les radiations contenues dans le spectre solaire par trois organes différents : l'œil, la pile de Melloni et l'actinomètre. Aucun d'eux n'était impressionné proportionnellement en un même point du spectre, et chacun cessait de l'être entre des limites différentes. On pourrait maintenant étudier le spectre par les phosphorescences, les fluorescences et les actions chimiques qu'il développe sur divers corps, et l'on voit que les limites et l'intensité des effets observés varieront à l'infini avec la nature de l'action produite. Ces effets sont donc des fonctions de la réfrangibilité et ne mesurent dans aucun cas l'intensité, c'est-à-dire la force vive des radiations elles-mêmes. Cette force vive nous est inconnue, nous ne savons comment elle varie entre les extrémités du spectre, et ces extrémités elles-mêmes, nous ne les connaissons point; nous ne connaissons que les limites entre lesquelles les actions calorifiques, photogéniques ou photochimiques s'exercent.

HÉLIOCHROMIE. — Wollaston, Davy, Seebeck et sir John Herschel avaient depuis longtemps remarqué que les impressions développées sur le chlorure d'argent dans les diverses parties du spectre y prennent à peu près la couleur des rayons mêmes qui les ont produites. Ces expériences furent continuées et très-améliorées par M. Edmond Becquerel.

Il plonge une lame de plaqué d'argent dans de l'acide chlorhydrique étendu et la fait communiquer avec le pôle positif d'une pile. Elle se couvre aussitôt d'une couche mince de chlorure d'argent qui prend en augmentant d'épaisseur les teintes successives des anneaux de Newton. On arrête l'opération quand on a obtenu pour la deuxième fois une couleur violette. On lave et on sèche la plaque; on la polit avec du tripoli fin et on la recuit jusqu'à 100 degrés. Toutes ces opérations doivent être faites dans l'obscurité. On expose enfin la plaque pendant une heure ou deux à l'action d'un spectre solaire réel bien immobilisé par un héliostat, et on voit peu à peu naître l'impression. Elle se compose d'abord d'une traînée couleur puce foncée qui précède le rouge, et qui est due aux chaleurs obscures. A l'extrémité opposée du spectre, de H en T, les rayons ultra-violets marquent une trace grisâtre très-prolongée, et enfin les lumières ont peint leurs couleurs respectives entre A et H, avec un maximum d'éclat au point même où le spectre lumineux présente sa plus grande intensité. Le jaune est un peu pâle, mais le rouge, le vert et le violet sont reproduits avec leur propre teinte.

Quand on veut obtenir l'image des objets avec leur couleur propre, il est nécessaire d'enlever les radiations obscures, ce qu'on fait en protégeant la plaque : 1° par une auge pleine d'eau qui éteint les chaleurs obscures, 2° par une couche de sulfate de quinine qui arrête les rayons chimiques. Cela fait, une gravure coloriée qu'on met sur la plaque se reproduit avec ses blancs, ses noirs et ses enluminures; et même une poupée objective dont on produit l'image dans une chambre obscure se peint avec ses formes et ses couleurs. On comprend toutes les espérances que ces phénomènes ont fait concevoir. M. Niepce a déjà réalisé des progrès importants; mais toutes les tentatives qu'on a faites dans ce nouvel art de l'héliochromie ont échoué devant une difficulté qui n'a pu

être vaincue, l'altération fatale et rapide des images. Au point de vue théorique, on peut caractériser comme il suit cette remarquable action. En recevant une lumière simple, celle qui est jaune, par exemple, la surface de la plaque est soumise à des vibrations d'une certaine durée, et sous cette influence mécanique elle éprouve une modification qui la rend apte à continuer et à transmettre par diffusion ces mêmes vibrations, comme une corde tendue qui se met à vibrer sous l'influence du son qu'elle rend elle-même. Si donc on éclaire par la lumière blanche la plaque ainsi modifiée, elle éteindra toutes les vibrations discordantes et ne rendra que la vibration jaune, celle dont elle a pris la périodicité. Mais si l'action de cette lumière blanche se continue, comme la plaque n'a pas perdu sa sensibilité, elle éprouve une nouvelle impression qui affaiblit d'abord, dissimule ensuite la première, et qui altère nécessairement l'image primitive.

EXPÉRIENCES DE BUNSEN ET ROSCOE. — MM. Bunsen et Roscoë ont cherché à évaluer le pouvoir chimique du soleil. Ils ont employé, comme substance sensible, un mélange explosif de volumes égaux de chlore et d'hydrogène. Ce mélange s'obtient en décomposant par l'électrolyse l'acide chlorhydrique aqueux de densité 1,148. A l'obscurité, les gaz restent en présence l'un de l'autre sans s'influencer; mais dès qu'ils sont exposés à la lumière, ils se combinent pour former une quantité d'acide chlorhydrique proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la quantité des radiations absorbées.

La partie essentielle de l'appareil est un tube de verre gradué, horizontal, communiquant par l'une de ses extrémités avec un flacon de verre dit *insolateur*, dans lequel le mélange gazeux est exposé à la lumière; et par l'autre extrémité avec une boule remplie d'eau qui pénètre dans le tube lorsque le gaz diminue de volume. L'insolateur contient lui-même de l'eau qui le remplit à moitié, et il est noirci jusqu'au niveau du liquide afin de protéger celui-ci contre l'action de la lumière. L'observation se fait de la manière suivante. On ferme le robinet par lequel les gaz arrivent dans l'insolateur. On expose ce dernier à l'action d'un faisceau de rayons pendant un temps donné. Il se forme alors une certaine quantité d'acide

chlorhydrique aussitôt absorbée par l'eau de l'insolateur. En même temps le mélange gazeux éprouve une diminution que l'on mesure par le volume d'eau qui pénètre dans le tube horizontal gradué. L'action ne se produit pas instantanément; il faut quelques minutes d'attente après lesquelles le retrait du gaz devient proportionnel à la durée de l'exposition.

Soit v le volume de l'acide chlorhydrique formé après un temps t, et s la surface antérieure de l'insolateur; $\frac{v}{ts}$ est le volume du gaz qui serait obtenu pendant l'unité de temps sur chaque unité de surface, ou bien l'épaisseur de la couche uniforme d'acide chlorhydrique formé sur toute la surface insolée. Désignons-la par e', elle mesurera l'intensité chimique de la radiation absorbée.

L'intensité de la radiation incidente étant égale à C, une portion seulement, C', traverse l'insolateur dont l'épaisseur est égale à h, et on a, entre C' et C, la relation connue

$$C' = C\alpha^h;$$

la quantité qui est absorbée est

$$C - C' = C(1 - \alpha^h);$$

c'est celle-là qui a déterminé l'action chimique et qui a produit une couche d'acide chlorhydrique d'épaisseur e', qui est proportionnelle à son intensité.

Ce n'est pas e' qu'il faudrait trouver, c'est l'effet qui serait produit si toute la radiation était absorbée, c'est-à-dire si elle traversait un insolateur d'épaisseur h infinie; dans ce cas C — C' serait égal à C, e' deviendrait e, et on aurait

$$\frac{e}{e'} = \frac{C}{C - C'} = \frac{1}{1 - \alpha^h},$$

$$e = \frac{e'}{1 - \alpha^h}.$$

On trouvera donc l'épaisseur e si on a mesuré e' avec un insolateur d'épaisseur h, et si on a déterminé le coefficient de transmission α de la radiation considérée, à travers le mélange à volumes égaux de chlore et d'hydrogène.

Pour mesurer l'effet chimique des rayons solaires directs, MM. Bunsen et Roscoë ont fait tomber sur l'insolateur non point ces rayons en totalité, mais seulement la fraction qui passait à travers un trou très-fin percé dans une plaque de cuivre, fraction égale à 0,0001. Ils ont mesuré ainsi une épaisseur d'action chimique e', l'ont multipliée par 10 000, et, connaissant α, ils ont calculé e, c'est-à-dire l'effet total du soleil après que ses rayons ont traversé l'atmosphère.

On peut se rappeler que, voulant apprécier l'effet calorifique du soleil, M. Pouillet avait mesuré de même l'épaisseur de la couche uniforme de glace que cet astre fond en une minute sur une surface insolée. Nous avons montré (t. II) qu'elle peut se représenter par la formule

$$e = A\alpha_1^{h_1}.$$

Or, il n'y a d'autre différence entre les expériences de M. Pouillet et celles de M. Bunsen que la nature de l'effet mesuré. La formule qui a servi à coordonner les premières convient de la même manière aux dernières et conduira à des conclusions toutes semblables. Si donc on a mesuré l'épaisseur atmosphérique h_1, le coefficient de transmission de l'air α_1 et la couche d'acide chlorhydrique formé e, on conclura A, c'est-à-dire l'effet chimique du soleil avant l'absorption de l'atmosphère. On a trouvé $35^m,3$, ce qui s'énonce ainsi : « Si les rayons solaires arrivaient à la terre sans rencontrer d'atmosphère, et s'ils étaient intégralement absorbés par le mélange à volumes égaux d'hydrogène et de chlore, ils détermineraient, pendant chaque minute, la formation d'une couche uniforme d'acide chlorhydrique qui aurait une épaisseur égale à $35^m,3$. Elle se réduirait à 15 mètres pour les rayons qui traverseraient l'atmosphère dans la direction du zénith, à 11 mètres lorsque le soleil serait incliné à 45 degrés, etc. »

MM. Bunsen et Roscoë ont procédé ensuite à la comparaison de la lumière solaire avec celle des sources terrestres. Ils ont découvert que la lumière émise par un fil de magnésium brûlant à l'air libre possède un très-grand pouvoir photochimique. En effet, l'*éclat chimique* du fil de magnésium incandescent n'est que 128 fois moindre que celui du soleil

avant l'entrée des rayons dans notre atmosphère. Ce magnésium, en brûlant, produit autant d'effet chimique que le soleil élevé d'environ 10 degrés, en supposant bien entendu que les deux sources offrent la même surface apparente, ce qui aurait lieu, par exemple, si un disque de magnésium de $0^m,1$ de diamètre était placé à $10^m,7$ de distance. L'éclat *optique* du fil de magnésium a été trouvé 525 fois plus faible que celui du soleil élevé de $22°,40$. A la même élévation le rapport des éclats chimiques eût été égal à $\frac{1}{15}$. La lumière du magnésium convient donc éminemment aux usages photographiques.

Ces résultats sont particuliers à la combinaison choisie de chlore et d'hydrogène. Si on avait adopté comme moyen de mesure toute autre réaction chimique, elle eût donné des effets différents, parce que chacune d'elles est déterminée par un certain groupe de rayons solaires qui change en même temps qu'elle.

Je terminerai ce sujet par quelques mots sur les procédés employés aujourd'hui pour obtenir les images photographiques.

PHOTOGRAPHIE. — C'est entre les années 1813 et 1829 que J. Nicéphore Niepce inventa l'art de copier des gravures sur l'argent poli au moyen du bitume de Judée et par l'action de la lumière. En 1826, il s'était associé Daguerre, qui s'était fait une réputation dans l'art de peindre les dioramas; Daguerre perfectionna d'abord le procédé de Niepce, et inventa celui qui porte son nom. Une feuille de plaqué, exposée à la vapeur d'iode jusqu'à devenir jaune, était placée, pendant vingt minutes, au foyer d'une chambre obscure, puis soumise à la vapeur du mercure chauffé jusqu'à 80 degrés. Cette vapeur se portait sur les parties qui avaient subi l'action de la lumière; elles y adhéraient et couvraient la plaque d'un voile blanc qui dessinait l'image. On lavait ensuite à l'hyposulfite de soude pour dissoudre l'excès d'iode. Le mercure adhérant très-peu à la plaque, les images manquaient de solidité. M. Fizeau les fixa en faisant chauffer sur la plaque un mélange de chlorure d'or et d'hyposulfite de soude qui laisse déposer un vernis solide d'or métallique. D'un autre côté, M. Claudet trouva, en 1841, qu'en ajoutant du brome à l'iode on augmentait la sensibilité de la plaque, ce qui permit de faire des portraits, en

réduisant à deux ou trois minutes la durée de l'exposition à la lumière.

Mais cet art nouveau fut abandonné presque aussitôt que découvert. Une méthode rivale très-supérieure s'était développée en même temps et parallèlement. M. Talbot, qui ignorait les travaux de ses devanciers, l'avait inventée de 1834 à 1839. Il impressionnait dans la chambre obscure une feuille de papier imprégnée de chlorure d'argent, ce qui donnait une image négative; puis il la plaçait sur une seconde feuille de papier sensible qu'il exposait au soleil. Une image nouvelle se formait, inverse de la première, c'est-à-dire positive. Cette méthode a été perfectionnée par un nombre considérable de savants et d'artistes. Voici en quelques mots comment elle est pratiquée aujourd'hui.

On dissout 1 gramme de poudre-coton dans 90 grammes d'éther et 60 grammes d'alcool à 33 degrés. On y mêle de l'iodure de potassium et quelquefois des substances très-variables destinées à augmenter la sensibilité. On verse ce liquide sur une plaque de verre bien nettoyée. Il s'y étale, et, par l'évaporation des liquides, y laisse un voile de pyroxyle adhérent. Avant qu'il soit sec, on plonge la lame dans un bain d'azotate d'argent (4 grammes d'azotate, 60 grammes d'eau). La couche change d'aspect, devient laiteuse; elle est alors imprégnée d'iodure d'argent. On l'expose à la chambre obscure. Pour révéler l'image, on la couvre d'acide pyrogallique, et pour empêcher l'altération ultérieure, on la laisse digérer dans l'hyposulfite de soude.

Cette image est négative. Pour tirer les épreuves définitives, on applique la première sur du papier sensible sec au chlorure d'argent. On presse fortement entre deux verres, et on expose le tout au soleil. L'image se forme rapidement; elle est positive, et il suffit de laver à l'hyposulfite de soude.

ACTION DE LA LUMIÈRE SUR LES FEUILLES. — C'est à la photochimie qu'il faut rapporter une des fonctions les plus importantes du globe. Je veux parler de l'action exercée par la lumière sur les végétaux. Un médecin genevois, Charles Bonnet, remarqua le premier, vers le milieu du XVIIIe siècle, que les feuilles plongées dans l'eau et exposées au soleil dé-

gagent un gaz par leur face inférieure. Priestley continuant cette étude annonça, en 1773, que les plantes ont la propriété de rendre sa pureté primitive à l'air vicié par les animaux, et qu'elles contribuent aussi à l'équilibre de l'atmosphère. Il avait néanmoins rencontré des anomalies, c'est-à-dire des cas où les végétaux viciaient l'air au lieu de le purifier. La cause en fut découverte en 1779 par Ingen-Housz. Il prouva que cette faculté d'épuration n'appartient qu'aux parties vertes des plantes, et qu'elle ne s'exerce que sous l'influence des rayons solaires. Enfin Sennebier expliqua tous ces résultats en démontrant que les feuilles décomposent l'acide carbonique lorsqu'elles sont exposées au soleil, qu'elles dégagent son oxygène et qu'elles fixent son carbone qui entre ainsi dans la constitution du végétal. Dans un vaste travail de révision, de Saussure reconnut que la quantité d'oxygène exhalé est moindre que celle de l'acide carbonique absorbé, ce qui prouvait qu'une partie de ce dernier gaz reste et se solidifie dans les tissus. Longtemps après, M. Boussingault nous apprit que l'eau elle-même est décomposée et qu'une portion de son hydrogène se fixe dans le végétal. Enfin, circonstance importante et signalée par presque tous les observateurs, les feuilles exhalent toujours une notable proportion d'azote, et souvent en gardent une petite quantité qui vient de l'air.

On voit que cette fonction capitale est très-complexe. Ce qui est certain, c'est qu'elle dépend de l'organisation même des feuilles, car elle cesse si on les pile, parce qu'on détruit leur structure. Elle est liée au mouvement général de circulation, car d'après MM. Cloëz et Gratiolet c'est par la face supérieure des feuilles que l'acide carbonique est absorbé, tandis que l'oxygène est entraîné vers les racines par un courant descendant, et s'échappe, chemin faisant, par la surface inférieure des feuilles. Elle s'accomplit avec une telle abondance, qu'une seule feuille de nénufar abandonne pendant le courant de chaque été jusqu'à 300 litres d'oxygène.

A la prendre en gros, elle consiste essentiellement dans la réduction de l'eau ainsi que de l'acide carbonique; elle est tout à fait analogue à celle qui désoxyde le gaïac bleu sous l'influence des rayons peu réfrangibles. Bien qu'accomplie au sein d'un organisme inconnu, il est certain que les lois phy-

siques de cette réduction doivent persister. Or, pour décomposer une quantité donnée d'acide carbonique et d'eau et en faire du bois, il faut leur fournir une somme de chaleur, c'est-à-dire de force vive, égale à celle que ce bois dégage lorsqu'on le brûle; il est donc de toute nécessité que les plantes empruntent une quantité de rayons solaires proportionnelle à la quantité de décomposition qu'elles effectuent. Où et comment se fait cet emprunt, c'est ce que nous allons chercher.

Les feuilles éteignent la plus grande partie des rayons incidents, surtout ceux qui sont les moins réfrangibles. M. Stokes a exécuté des expériences très-complètes sur l'extinction de la lumière par la solution alcoolique de chlorophylle, qui vraisemblablement se comporte comme les feuilles elles-mêmes. Cette solution, sous une faible épaisseur, est d'un beau vert émeraude; elle absorbe abondamment tous les rayons du spectre, mais surtout cinq bandes étroites, deux dans le rouge, une dans le jaune vert, la quatrième dans le vert, et la dernière au commencement du bleu. Les rayons qui sont ainsi absorbés ne sont pas tous éteints. En effet, la chlorophylle est fluorescente; elle rayonne dans tous les sens, 1° une faible portion des rayons rouges; 2° le groupe des radiations bleues, violettes et ultra-violettes, après l'avoir transformé en une teinte mixte verte, celle qui constitue la couleur des feuilles.

Mais la chlorophylle absorbe définitivement sans les rendre les rayons les plus lumineux, orangés, jaunes et verts. En résumé elle absorbe tout, mais elle en fait deux parts; elle diffuse les rayons qui sont aux extrémités du spectre, les plus et les moins réfrangibles, et les dissémine en un rayonnement extérieur. Quant aux rayons moyens, elle les conserve; c'est là qu'elle prend de la force vive qui s'accumule indéfiniment dans sa masse. Voyons si à cet emprunt de force ne correspond pas quelque phénomène consécutif.

Beaucoup de physiciens ont cherché quelles sont les radiations qui déterminent spécialement la réduction de l'acide carbonique. Les expériences de Draper sont les mieux faites. Il disposait dans une chambre obscure un spectre solaire horizontal et immobile qu'il dirigeait sur un appareil composé de sept tubes de verre verticaux de 13 millimètres de dia-

mètre. Ils contenaient de l'eau chargée d'acide carbonique et une feuille de graminée, longue et étroite. Chacun était placé de manière à recevoir l'une des sept couleurs principales du spectre, et voici quelles furent les quantités d'oxygène recueillies dans ces couleurs.

	cc
Rouge	0,33
Rouge et orangé	20,00
Jaune et vert	36,00
Vert et bleu	0,10
Bleu	0,00
Violet	0,00

Voulant savoir si la chaleur obscure exerce une action, Draper mit l'appareil devant un grand feu de bois; les tubes s'échauffèrent sans rien dégager. Enfin il compara les effets produits en faisant arriver la lumière solaire sur une même plante, 1° directement; 2° à travers un écran de bichromate de potasse qui éteint les rayons chimiques; 3° à travers du sulfate de cuivre ammoniacal qui les laisse passer, mais qui absorbe les radiations lumineuses peu réfrangibles. Voici quels furent les volumes d'oxygène dégagés :

	cc
Lumière libre	4,75
Bichromate de potasse	4,55
Sulfate de cuivre ammoniacal	0,75

En résumé, la chlorophylle absorbe définitivement les rayons lumineux compris entre le rouge et le vert, et l'expérience vient de montrer que la décomposition de l'acide carbonique accompagne cette absorption. On peut admettre qu'elle en est l'effet. Nous avions signalé précédemment l'analogie qui existe entre cette réduction de l'acide carbonique par les plantes et la désoxydation du gaïac bleu; il faut ajouter que les deux actions sont produites par la même classe de rayons, ceux qui ont une réfrangibilité moyenne.

On peut apprécier à un point de vue plus général les fonctions de respiration des plantes. Les rayons lumineux sont des vibrations déterminées par une force empruntée au soleil, force qu'ils transportent sur la terre; et quand ils sont absorbés

par les végétaux, cela veut dire que cette force vive est anéantie; alors elle se transforme en un travail chimique équivalent.

Alors les plantes détruisent l'acide carbonique et dégagent de l'oxygène. Elles fixent une somme donnée de charbon, d'hydrogène et d'oxygène, peut-être d'azote, dans les organes des végétaux; elles *créent de la matière organique*. Les houilles, les lignites, l'immense provision de bois de nos forêts, sont les résidus de ces épurations continues de l'atmosphère, comme l'oxygène de l'air en est le produit.

Les animaux herbivores ou carnivores se nourrissent des matières végétales, les premiers directement, les derniers de seconde main. Cette nourriture à peine assimilée se brûle dans les poumons, se transforme en acide carbonique et en eau qui repassent dans l'atmosphère, et en matières azotées qui se répandent sur le sol. Enfin les animaux abandonnent de toute nécessité, sous forme de chaleur, la somme de force vive qui avait été empruntée au soleil au moment où s'était constituée la matière organique dont ils se nourrissent.

Les animaux et les végétaux accomplissent trois fonctions correspondantes et inverses qui s'équilibrent et se contrebalancent : les végétaux purifiaient l'air, les animaux le vicient; les premiers composaient des matières, les seconds les détruisent. Ceux-là absorbaient de la lumière solaire, ceux-ci la rendent sous forme de chaleur obscure, ou, ce qui est la même chose, sous forme de force.

L'homme brûle le bois, les houilles et les lignites; il en retire la chaleur solaire; par les machines à feu il en tire de la force. On peut ajouter que le soleil soulève les eaux par l'évaporation, qu'il produit les courants de l'atmosphère, et que l'homme, en demandant la force aux vents, aux chutes d'eau, à la vapeur, aux animaux et à lui-même, ne fait que retrouver et employer la force vive solaire déposée providentiellement dans les végétaux. C'est ainsi que toute chaleur, toute lumière, tout travail, toute force, toute vie végétale ou animale se régénèrent et se transforment et sont puisées à la source unique et intarissable : le soleil.

Digitized by Google

QUATRE-VINGT-TROISIÈME LEÇON.

DES INTERFÉRENCES ET DE LA DIFFRACTION.

Expérience des deux miroirs. — Manières d'observer les franges. — Lois du phénomène. — Valeurs de λ. — Propagation hyperbolique des franges. — Biprisme. — Glaces inclinées. — Théorie des ondulations. — Explication des interférences.

Réseaux. — Mesure des longueurs d'onde.

INTERFÉRENCES.

EXPÉRIENCE DES DEUX MIROIRS. — Soit L (*fig.* 763) une fente à bords métalliques verticaux et très-serrés, servant à introduire dans une chambre obscure les rayons solaires fixés par un héliostat. Il est toujours permis de ne point se préoccuper du chemin antérieur qu'ils ont fait, de considérer ces rayons comme partant de la fente elle-même, et de regarder celle-ci comme un luminaire linéaire et vertical.

Dans la chambre sont établis deux miroirs verticaux, ON, OM, faisant entre eux un angle rentrant très-voisin de 180 degrés. Derrière chacun d'eux se forment en A et en B deux images de L, symétriques par rapport à OM et à ON. Les distances LO, AO, BO sont égales, et par conséquent la perpendiculaire DC élevée sur le milieu de AB passe par le point O.

Deux faisceaux très-voisins, LMO, LON partant de L rencontrent les deux miroirs sous une incidence presque rasante, se superposent après la réflexion et se trouvent dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient de A et de B. Dès lors on peut oublier et le soleil, et la fente, et les miroirs, et dire que l'expérience revient à avoir disposé deux lignes lumineuses très-voisines, A et B, qui sont dans un état vibratoire commun, puisqu'elles ont une origine commune, et qui envoient à la fois de la lumière sur un écran FG. Quel est l'effet produit sur cet écran?

Considérons en premier lieu le cas où la lumière a été

Fig. 763.

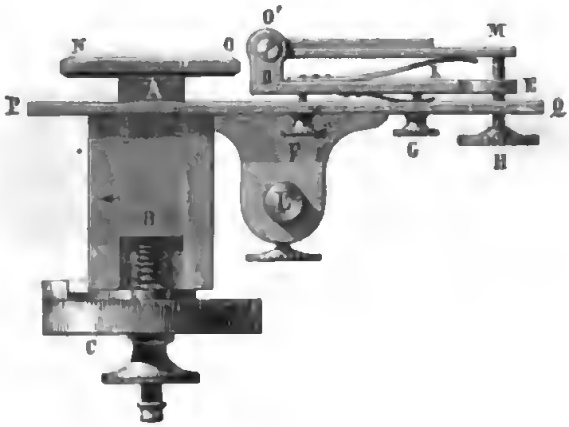
rendue homogène par l'interposition d'un verre rouge. On voit en C, sur le prolongement du plan DOC, une bande brillante, suivie à droite et à gauche des deux séries symétriques de franges alternativement obscures et brillantes. Si au lieu d'être rouge la lumière était jaune, les bandes, tout en conservant les mêmes dispositions, seraient plus étroites. Elles le seront d'autant plus que la réfrangibilité sera plus grande. L'effet produit par la lumière blanche est la superposition de ceux que détermine individuellement chacun de ses éléments, et l'on voit des bandes colorées dont la dispersion est d'autant plus grande qu'elles s'éloignent plus du milieu C, et qui finissent par dégénérer en une teinte blanche uniforme.

Ces franges ne se forment point si l'on supprime un des deux faisceaux venant de A ou de B : soit par un écran interposé dans LOM ou dans LON, soit en couvrant l'un des miroirs de noir de fumée, soit en le supprimant, soit enfin en faisant tourner OM autour de O jusqu'à le placer dans la direction ON. Pendant ce mouvement, la portion HE commune aux deux faisceaux réfléchis décroît jusqu'à s'annuler, et les franges, qui ne dépassent jamais cet espace, disparaissent avec lui.

Il faut conclure de là que les deux faisceaux s'influencent mutuellement, que c'est leur superposition qui produit en certains points de la lumière, en certains autres de l'obscurité. On dit qu'ils *interfèrent*, et les franges que nous venons de décrire constituent le *phénomène des interférences*.

Pour le produire, on dispose sur le banc d'optique (*fig.* 675, *Pl. II*), d'abord la fente étroite sur le support n° 3, ensuite les miroirs (n° 4), et enfin (n° 5) une loupe mobile dans une coulisse horizontale, qui vise successivement chacune des franges et qui mesure leur distance. La *fig.* 764 représente

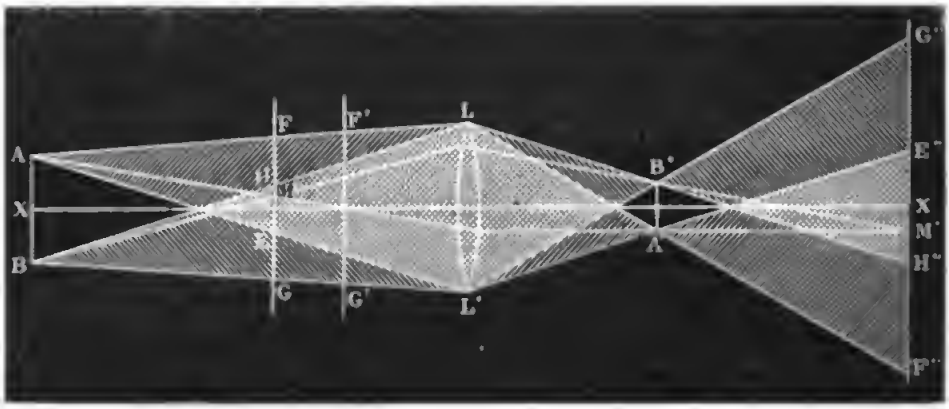
Fig. 764.



une coupe horizontale des miroirs. PQ est une plate-forme verticale destinée à les porter. L'un d'eux, ON, dont la direction est fixe, peut avancer ou reculer parallèlement à lui-même par le jeu d'un micromètre à tambour divisé ABC. Le second, O'M, est porté sur une plaque spéciale DE, reliée à PQ par trois vis calantes, deux qui sont projetées en F, et une troisième en G. Il peut tourner autour d'une charnière O'. Les deux vis F règlent cette charnière parallèlement à l'arête O du premier miroir, et un dernier micromètre H donne à O'M l'inclinaison qu'on veut sur ON. Pour régler l'instrument, on mettra d'abord les deux surfaces dans le même plan, ce qui sera facile en visant des objets éloignés, ensuite on inclinera O'M par la vis H. Tout l'appareil est porté par l'extrémité L de l'une des colonnes du banc et serré par une vis de pression.

MANIÈRES D'OBSERVER LES FRANGES. — Si l'on opère au soleil, on peut recevoir directement la lumière sur un écran, les franges s'y peignent à toute distance, et on peut remarquer qu'elles sont d'autant plus larges que les deux points lumineux A et B sont plus rapprochés. Le plus souvent on reçoit les rayons sur une lentille très-convergente LL' (*fig.* 765). Il

Fig. 765.



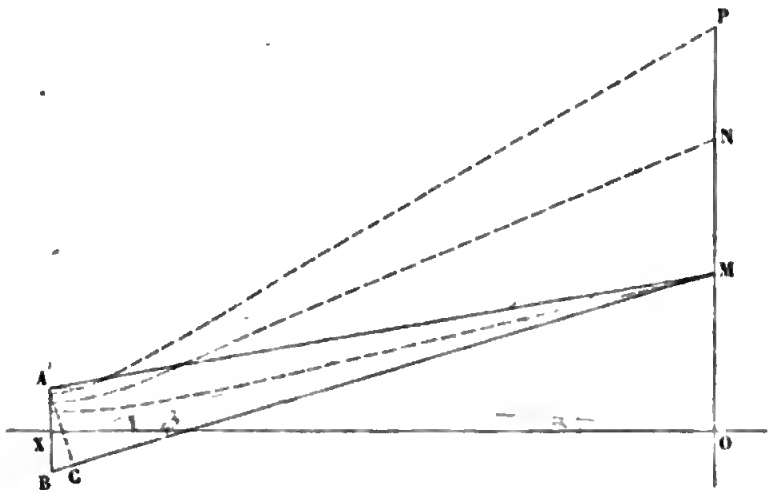
est clair qu'elle donne en A' B' deux images concordantes des points lumineux A et B; qu'à leur tour A' et B' envoient de la lumière qui interférera; mais comme ils sont beaucoup plus rapprochés que ne le sont A et B, ils donneront sur l'écran, à toute distance, des franges pareilles aux précédentes, mais beaucoup plus larges.

Si la lumière est moins vive, on peut la recevoir directement dans l'œil. L'œil fonctionne, en effet, comme une lentille très-convergente, et théoriquement il peut être remplacé par LL'. Supposons qu'il vise en EH à la distance de la vision distincte. Les images de A et de B se feront quelque part en A' et B' en avant de la rétine, et l'image du plan focal HE se peindra sur cette rétine en H''E'' comme sur un écran. Les rayons BM, AM qui, se croisant en M sur EH, y peignaient une frange brillante ou obscure, se croiseront de nouveau sur la rétine en M' pour y déterminer les mêmes alternatives de lumière et d'obscurité. Mais il faut une certaine habitude pour distinguer ainsi les franges; le plus souvent on regarde avec un oculaire. En opérant ainsi on ne fait qu'augmenter la convergence de l'œil, qui, au lieu de viser sur le plan FG à la

distance de la vision distincte, vise sur un autre plan F′G′ plus rapproché. Les deux images A′, B′ sont plus voisines l'une de l'autre et plus éloignées du fond de l'œil, et la grandeur des franges peintes sur la rétine est plus considérable. L'oculaire LL′ est porté par un micromètre qui le déplace latéralement; il est muni d'un réticule qu'on voit en même temps que les franges dans le plan focal G′F′ et que l'on peut successivement faire coïncider avec elles. On mesure ainsi la distance de deux franges de même ordre et de rang quelconque, et en la divisant par 2 on connaît l'écart de ces franges à partir de la ligne centrale XX.

LOIS DU PHÉNOMÈNE. — Soit $2a$ la distance AB des deux images qui produisent le phénomène, et l leur distance à l'écran PQ (*fig.* 766). On détermine $2a$ en se plaçant en O,

Fig. 766.



en mesurant par un cercle répétiteur l'angle α sous-tendu par AB à cette distance l et l'on a

$$2a = l \operatorname{tang} \alpha.$$

Soit M une des franges obscures ou brillantes; on a mesuré sa distance MO au centre des franges O, on peut calculer

$$\operatorname{tang} MXO = \operatorname{tang} \delta = \frac{MO}{OX}.$$

Décrivons du point M, comme centre, avec AM pour rayon,

un arc AC. A cause de la petitesse de AB et de la grandeur de OX, AC peut être considéré comme une droite perpendiculaire sur BM, l'angle BAC comme égal à δ, et BC comme mesurant la différence des distances entre BM et AM; appelons-la d :

$$BC = d = 2a \sin \delta.$$

On a calculé cette différence des distances pour les milieux de chaque frange obscure ou brillante, en employant la lumière que laisse passer le verre coloré en rouge par l'oxyde de cuivre. On a trouvé qu'elle ne variait pas avec la distance XO de l'écran, qu'elle demeurait constante pour chaque bande, et qu'elle était, en désignant par λ une longueur égale à $0^{mm},000620$:

1° Pour les franges brillantes successives,

$$0,\ 2\frac{\lambda}{2},\ 4\frac{\lambda}{2},\ 6\frac{\lambda}{2},\ldots;$$

2° Pour les franges obscures successives,

$$\frac{\lambda}{2},\ 3\frac{\lambda}{2},\ 5\frac{\lambda}{2}.$$

Les résultats suivent la même loi pour toutes les couleurs; mais λ change de l'une à l'autre et diminue quand la réfrangibilité augmente; d'après des mesures effectuées autrefois par Newton, les valeurs de λ sont :

	Valeurs de λ.	N.
	mm	
Rouge.....	0,000620	497
Orangé.....	0,000583	528
Jaune.....	0,000551	529
Vert.....	0,000512	601
Bleu.....	0,000475	648
Indigo.....	0,000449	686
Violet.....	0,000423	728

Quelle que soit la distance de l'écran, les franges des divers ordres viennent s'y peindre en des points tels que M. On peut donc considérer ces points comme occupant dans le plan de la

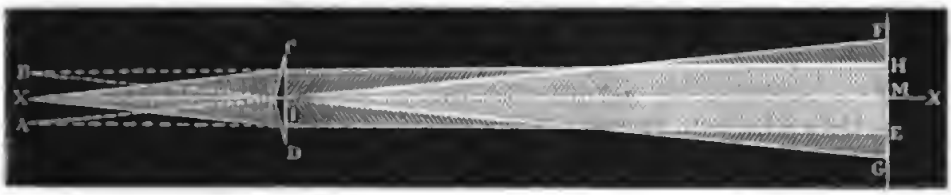
figure un lieu géométrique, caractérisé par cette condition que la différence de leurs distances aux images A et B est constante et égale à $n\frac{\lambda}{2}$. C'est une hyperbole dont A et B sont les foyers. On en calculera les axes X et Y en résolvant les équations

$$\sqrt{X^2+Y^2}=a, \quad \sqrt{X^2-Y^2}=\frac{n\lambda}{2}.$$

La célèbre expérience qui vient d'être décrite a été imaginée et étudiée par Fresnel. Il importe de montrer qu'elle n'est point un cas particulier, et qu'on obtiendra les mêmes franges toutes les fois qu'on dédoublera une fente lumineuse en deux images parallèles et très-voisines qui enverront à la fois leur lumière sur un écran.

BIPRISME. — I. M. Pouillet fit construire un double prisme ODC dont les angles C et D, très-petits, sont égaux entre eux, et il éclaira cet appareil par une fente mince X parallèle à ses arêtes (*fig.* 767). La réfraction donne deux images virtuelles

Fig. 767.

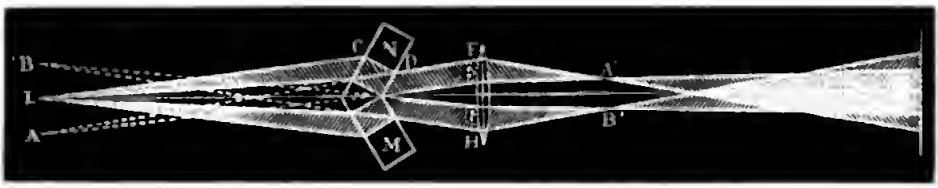


A et B, et les rayons qui ont traversé les deux prismes sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient originairement de ces foyers. De plus, ils se superposent en EH sur l'écran; aussi voit-on un système de franges se produire. Elles offrent des caractères particuliers, car les images A et B ne sont pas les mêmes pour toutes les couleurs; elles sont peu écartées pour le rouge et beaucoup plus pour le violet. Les franges violettes sont par conséquent plus larges qu'elles ne l'étaient précédemment, leur place diffère moins de celle qu'occupent les franges rouges; il y a moins de dispersion, et dans certains cas il n'y en a point; mais si l'on mesure comme précédem-

ment la place des franges et la différence des distances aux origines A et B, on retrouve les mêmes lois qu'avec les miroirs de Fresnel.

II. Prenons comme deuxième exemple (*fig.* 768) deux morceaux M et N d'une même glace à faces parallèles, formant entre eux un angle très-petit, et recevant la lumière partie d'une

Fig. 768.



fente I située sur la bissectrice de leur angle. Les rayons tels que IC se réfracteront en CD, et sortiront suivant DF parallèlement à leur direction primitive; ils seront dans les mêmes conditions que s'ils partaient d'un foyer A, et constitueront un faisceau divergent EAF. La deuxième glace fournira un second faisceau HBG partant d'un point symétrique B. La fente originelle est ainsi dédoublée en deux images identiques; mais les faisceaux qui en partent ne se superposant point, il n'y a pas de franges. Vient-on à les recevoir sur une lentille FH, ils donnent deux images A' et B', après lesquelles ils se superposent et interfèrent.

En résumant ces divers exemples, on peut énoncer d'une manière générale le principe suivant : « Quand deux lumières partant d'un même point se superposent après avoir parcouru des chemins divers, elles donnent de l'obscurité ou un redoublement de lumière lorsque la différence des chemins parcourus est égale à un multiple impair ou pair de $\frac{\lambda}{2}$; λ étant une longueur très-petite qui a été mesurée pour les diverses couleurs. »

THÉORIE DES ONDULATIONS. — L'analogie de ces phénomènes avec ceux de l'acoustique est évidente. Il faut chercher à les expliquer par le même mécanisme. Pour établir la théorie de l'optique, on ne fait qu'une seule hypothèse : c'est que le fluide lumineux ou l'*éther* est répandu dans toute la nature;

qu'il a dans les divers milieux des densités différentes, et que les lois de l'élasticité y sont absolument les mêmes que dans les corps pondérables solides.

Du moment que cet éther est assimilé à ces corps pondérables, ses molécules reçoivent et transmettent les vibrations de la même manière et suivant les mêmes lois qu'il nous suffit de rappeler :

I. Lorsque, dans les milieux homogènes ayant une densité δ et une élasticité e, une molécule est déplacée, l'équilibre général est détruit; toutes les molécules voisines éprouvent un mouvement qui se transmet de proche en proche, dans toutes les directions, avec une vitesse a. Le calcul montre que cette vitesse est égale à $\sqrt{\frac{e}{\delta}}$. Cela s'applique à l'éther, et cette vitesse est celle de la lumière.

II. Si, au lieu d'un mouvement infiniment petit et instantané, une molécule d'éther exécute des vibrations régulières, ses vitesses oscillatoires sont données par la formule

$$v = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}. \tag{1}$$

T est la durée de la vibration complète, α est la vitesse maximum qui est proportionnelle à l'amplitude des oscillations. Lorsque T prend successivement les valeurs

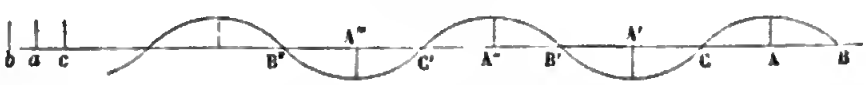
$$0, \quad \frac{T}{4}, \quad \frac{2T}{4}, \quad \frac{3T}{4}, \quad \frac{4T}{4},$$

v devient

$$0, \quad \alpha, \quad 0, \quad -\alpha, \quad 0.$$

III. Considérons un cylindre indéfini (*fig.* 769) dont la base

Fig. 769.



antérieure est animée d'un mouvement vibratoire exprimé par la formule (1). Commencé en b à l'origine du temps, ce mouvement arrivera en B à une distance d, après une valeur du

temps $t = \frac{d}{a}$; et à partir de ce moment la molécule B exécutera les mouvements que l'origine b exécutait à partir de $t = 0$. Les vitesses de B seront données par la formule

$$(2) \qquad v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t - \frac{d}{a}}{T} \right).$$

Les valeurs de v' en chaque tranche du cylindre peuvent se représenter graphiquement par les ordonnées de la courbe sinusoïdale BB′B″. Si le temps croît de t', elles deviennent

$$v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t + t'}{T} - \frac{d}{aT} \right) = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d - at'}{aT} \right).$$

Le changement apporté dans la vitesse en chaque point est le même que si d, sa distance à l'origine, avait diminué de at', c'est-à-dire que si la courbe des vitesses s'était transportée avec la vitesse a. Après un temps T égal à celui d'une oscillation, le déplacement sera aT. D'un autre côté les vitesses v' auront repris en chaque point leurs valeurs primitives, et la courbe se sera superposée à elle-même. aT représente donc à la fois l'espace parcouru par la lumière en un temps T et la distance de deux points consécutifs qui ont la même vitesse. C'est ce qu'on nomme la longueur d'onde. On la désigne par λ :

$$\lambda = aT.$$

En remplaçant aT par λ, la formule générale de la vitesse devient

$$v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right).$$

IV. Si la lumière n'est autre chose qu'un mouvement, la quantité de lumière L qui tombe pendant un temps égal à T sur une surface donnée est égale à la quantité de force vive qui anime la masse d'éther m, ou à $\sum mv^2$, et comme $v = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}$,

$$L = m\alpha^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T};$$

pour une autre source,

$$L' = m\alpha'^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T},$$

et par suite

$$\frac{L}{L'} = \frac{\alpha^2}{\alpha'^2}.$$

On pourra donc mesurer l'éclairement d'une surface par le carré de l'amplitude α^2 des rayons qu'elle reçoit.

V. Un point lumineux envoie dans toutes les directions, pendant un temps t, une somme de force vive qui anime successivement chaque couche sphérique d'épaisseur dr, décrite de ce point comme centre avec r pour rayon. Elle est égale au produit de la masse $4\pi r^2 dr$ par la somme des carrés de la vitesse v, ou à $4\pi r^2 dr \alpha^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T}$. Comme elle est constante, il faut que $r^2\alpha^2$ soit constant, ce qui veut dire que les éclairements α^2 sont en raison inverse des carrés r^2 des distances au centre.

VI. Appliquons ces principes au calcul des phénomènes d'interférences. Prenons deux points très-voisins A et B (*fig.* 766) concordants, et envoyant des vitesses vibratoires v et v' à un même point M, situé à des distances d et d' :

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right),$$

$$v' = \alpha' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda}\right).$$

Ces vitesses s'ajoutent, et en développant les sinus

$$V = v + v' = \sin 2\pi \frac{t}{T}\left(\alpha \cos 2\pi \frac{d}{\lambda} + \alpha' \cos 2\pi \frac{d'}{\lambda}\right)$$
$$- \cos 2\pi \frac{t}{T}\left(\alpha \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} + \alpha' \sin 2\pi \frac{d'}{\lambda}\right).$$

La valeur de V se mettra sous la forme

$$V = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right),$$

si on pose les équations de condition

$$A\cos 2\pi\frac{d''}{\lambda} = \alpha\cos 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\cos 2\pi\frac{d'}{\lambda},$$

$$A\sin 2\pi\frac{d''}{\lambda} = \alpha\sin 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\sin 2\pi\frac{d'}{\lambda},$$

qui peuvent s'écrire

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tang} 2\pi\frac{d''}{\lambda} &= \frac{\alpha\sin 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\sin 2\pi\frac{d'}{\lambda}}{\alpha\cos 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\cos 2\pi\frac{d'}{\lambda}}, \\ A^2 &= \alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha'\cos 2\pi\frac{d-d'}{\lambda}. \end{aligned}\right.$$

Cela veut dire que la molécule M, qui est éclairée à la fois par les points lumineux A et B, est dans les mêmes conditions que si elle recevait de la lumière d'un point situé à une distance d'' et dont l'intensité serait A^2. d'' et A se calculent par les formules (3).

VII. Pour développer des interférences, il faut superposer les rayons virtuellement émis par deux images voisines et parallèles d'une même fente, et qui ont ainsi une origine commune. On ne réussit jamais à faire naître les franges en superposant les lumières venues de fentes parallèles et voisines, mais puisées à des sources indépendantes. Pour expliquer cette impossibilité, il faut se rappeler que les cordes ébranlées par un archet exécutent de longues suites de vibrations régulières, mais qui se succèdent sans continuité quand la direction de l'archet vient à changer. Elles peuvent encore se représenter par la formule

$$v = \alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right),$$

mais à la condition de supposer que d change de valeur d'une manière irrégulière et discontinue après des intervalles que rien ne fixe. On admet qu'il en est de même des vibrations lumineuses, et que celles qui proviennent de sources différentes éprouvent des perturbations de d entièrement indépendantes. Quand on superpose leurs éclairements, les vitesses v

et v' s'ajoutent en chaque élément de masse dm. L'éclairement total est égal à la somme, pendant l'unité de temps, des éclairements produits pendant chaque période où d et d' demeuraient invariables. Ce sera

$$A^2 dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right)$$
$$= \left(\alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha' \sum \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}\right) dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right).$$

Comme $d - d'$ passera par toutes les valeurs possibles, $\sum \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}$ sera nécessairement nulle, et l'on aura

$$A^2 dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right) = (\alpha^2 + \alpha'^2) dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right),$$
$$A^2 = \alpha^2 + \alpha'^2.$$

L'éclairement total pourra se mesurer par A^2; il sera donc égal à la somme des éclairements des deux sources, ce qui est conforme à l'expérience.

VIII. Mais si les deux sources lumineuses proviennent du dédoublement d'une fente éclairante unique, les perturbations de l'une se répètent sur l'autre, et, à part les moments très-courts où elles se produisent, les différences de phase $2\pi \frac{d-d'}{\lambda}$ ne dépendent que de la différence des chemins parcourus; elles sont constantes en un point donné.

Alors la règle de Fresnel s'applique : elle va expliquer l'expérience des deux miroirs et tous les phénomènes produits par la superposition des lumières qu'envoient deux sources linéaires concordantes A et B. Supposons, pour simplifier, que leurs intensités soient égales, dans ce cas, $\alpha = \alpha'$, et les formules (3) donnent en un point M (*fig.* 766)

$$\tang 2\pi \frac{d''}{\lambda} = \tang 2\pi \frac{d+d'}{2\lambda},$$
$$A^2 = 2\alpha^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}\right) = 4\alpha^2 \cos^2 \pi \frac{d-d'}{\lambda},$$
$$V = v + v' = 2\alpha \cos \pi \frac{d-d'}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d+d'}{2\lambda}\right).$$

On voit d'abord que d'' est égal à $\frac{d+d'}{2}$, c'est-à-dire que d'' est moyenne entre d et d'. Donc la phase en un point quelconque M de l'écran est la même que s'il recevait la lumière du point X, milieu de AB. On voit en second lieu que l'éclairement en ce point est égal à $4\alpha^2\cos^2\pi\frac{d-d'}{\lambda}$; il sera nul quand $d-d'$ sera égal à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, et égal à $4\alpha^2$ quand $d-d'$ sera égal à $2n\frac{\lambda}{2}$. Donc : « Quand deux faisceaux égaux, partant originairement d'une même fente lumineuse, se superposent après avoir parcouru des chemins divers, ils donnent de l'obscurité ou un éclat quadruple de celui que déterminerait chacun d'eux quand la différence $d-d'$ des chemins parcourus est égale à un multiple impair ou pair d'une demi-longueur d'onde. » Cet énoncé reproduit précisément la loi expérimentale des interférences, avec cette différence que la quantité mesurée précédemment et désignée par λ prend ici sa signification théorique : elle représente la longueur d'onde de la lumière employée.

IX. La durée d'une vibration entière étant T, le nombre N des vibrations exécutées dans une seconde est $\frac{1}{T}$; or, on a

$$\lambda = aT = \frac{a}{N}, \quad N = \frac{a}{\lambda}.$$

Puisqu'on a mesuré a et λ, on peut calculer N. On a écrit dans le tableau de la page 522 les nombres de vibrations exécutées pendant un trillionième de seconde. Ainsi la lumière violette exécute plus de 700 trillions de vibrations en une seconde.

RÉSEAUX.

Nous montrerons dans la suite que l'on peut faire l'expérience des interférences en remplaçant les deux miroirs ou le biprisme par deux fentes extrêmement voisines, A et B, éclairées par la lumière d'une première fente placée à l'infini sur l'axe OX (*fig.* 770). Dans ce cas on voit encore une frange brillante en O, et alternativement, des deux côtés de O, des

bandes obscures et éclairées. Dans une direction donnée XM, la différence de marche $d - d'$ de deux rayons interférents est encore égale à Ba,

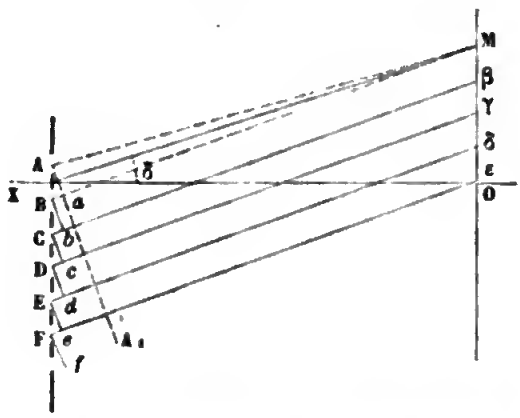
$$Ba = d - d' = 2a \sin\delta;$$

elle est égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$ pour les diverses franges brillantes qui se placent des deux côtés de O, et ces franges sont caractérisées par la relation suivante dans laquelle n exprime leur numéro d'ordre,

$$2a \sin\delta = n\lambda \quad \text{ou} \quad \sin\delta = \frac{n\lambda}{2a}.$$

Supposons maintenant qu'au lieu de deux fentes A et B on en ait un très-grand nombre A, B, C, D, E, F..., toutes équidistantes et éclairées par la même fente originelle : elles donneront dans les mêmes directions δ leurs franges brillantes de

Fig. 770.



même ordre. S'il y a N fentes dans un millimètre, la distance $2a$ des milieux de deux d'entre elles sera égale à $\frac{1}{N}$, et l'équation précédente pourra s'écrire

$$\sin\delta = n\lambda N.$$

Pour réaliser expérimentalement cette disposition, Frauenhofer a imaginé les réseaux. Il tendait des fils métalliques très-fins, parallèles et très-rapprochés, ou bien il traçait au

diamant sur une lame de verre, avec une machine à diviser, des traits parallèles qui étaient sensiblement opaques et laissaient entre eux des fentes transparentes. Il faut qu'il y en ait au moins cinquante dans un millimètre, mais on peut en tracer plus de mille. Supposons que A, B,..., F représente un pareil réseau.

Donnons à n diverses valeurs. Si $n = 0$, δ est nul; il y a donc de la lumière dans la direction XO; c'est l'ensemble des franges centrales. Si on donne ensuite à n les valeurs 1, 2, 3,..., $\sin\delta$ devient égal à λN, $2\lambda N$, $3\lambda N$,..., et l'on voit dans ces directions les franges lumineuses du premier, du deuxième ordre, etc.

Considérons la première : la valeur de δ sera la plus faible pour la lumière violette, puisque la longueur d'onde du violet est la plus petite. δ croîtra progressivement jusqu'au rouge et d'une manière discontinue, puisque la réfrangibilité ne décroît pas continûment du violet au rouge. En somme, les divers rayons simples qui constituent la lumière blanche partiront du réseau, se déviant de plus en plus à mesure que leur longueur d'onde sera plus grande; ils réaliseront exactement les mêmes conditions que ceux qui partent d'un prisme éclairé par un point lumineux situé à l'infini; ils donneront donc un spectre virtuel qu'on pourra observer avec une lunette ou projeter sur un écran au moyen d'une lentille. Ce spectre contiendra les raies observées déjà précédemment; mais il différera de celui des prismes en ce que le violet sera le moins dévié. Un second spectre plus dispersé et plus dévié sera observé dans la direction donnée par la relation $\sin\delta = 2N\lambda$; il correspondra à la deuxième frange et ainsi de suite.

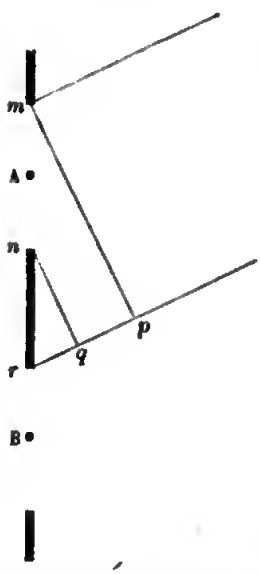
M. Babinet explique ces phénomènes comme il suit : puisque la différence de marche des rayons qui concourent en des points infiniment éloignés, tels que M, est égale à λ, en abaissant des perpendiculaires des points A, B, C,... sur les lignes BM, Cβ,..., on interceptera des longueurs Ba, Cb,... égales à λ; par conséquent les points A, B, C, D,... enverront dans cette direction des portions d'ondes planes Ba, Cb, Dc,..., qui différeront entre elles de 0, 1, 2, 3,... longueurs d'onde; et comme on peut toujours ajouter ou retrancher au chemin parcouru un multiple quelconque de λ, on peut dire

que ces ondes sont concordantes et se réduisent à une onde plane qui a pour enveloppe AA_1. Il en sera de même quand $\sin\delta$ sera égal à $2\lambda N$, $3\lambda N$,..., c'est-à-dire pour la deuxième, la troisième,... frange brillante.

Nous avons admis jusqu'à présent que les différences des distances étaient égales à un multiple de λ. Supposons maintenant que l'on considère une direction autre que celle qui est donnée par la formule, et telle que les différences Ba, Cb,... soient égales à $n\lambda$ augmenté d'une fraction quelconque de λ, si petite qu'elle soit, par exemple $\frac{1}{100}$. Alors une frange M située à l'infini recevra des points A, B, C,... des lumières qui différeront de chacun au suivant de $\frac{1}{100}\lambda$,..., $\frac{2}{100}\lambda$,..., $\frac{50}{100}\lambda$. Le cinquantième point sera donc en discordance complète avec A. A partir de celui-ci on en trouvera cinquante autres qui annuleront l'effet des cinquante premières fentes, et, à partir de cent, naîtront d'autres périodes de cinquante qui se détruiront de même. Il restera à la fin du réseau un certain nombre de points actifs moindre que cinquante, mais dont l'effet sera négligeable; il n'y aura donc de lumière sensible que dans les directions données par la formule.

Une particularité que nous devons noter, c'est qu'un des spectres manque généralement. Supposons que les intervalles opaques soient égaux aux bandes transparentes ou que $mn = nr$ (*fig.* 771). Le spectre du deuxième ordre est fourni par la condition que $rp = 2\lambda$; alors $rq = qp = \lambda$, et l'intervalle mn peut se décomposer en deux éléments, mA, An, qui enverront de la lumière discordante; donc l'intensité du deuxième spectre sera nulle.

Fig. 771.



En général, si les distances mn et nr sont dans le rapport de deux nombres entiers α et β, le spectre de rang $\alpha + \beta$ manquera, car la distance rp sera égale à $\alpha + \beta$ longueurs d'onde; il y en aura α dans pq, et on pourra décomposer mn en 2α parties qui enverront dans la direction donnée δ des lumières qui se

détruiront intégralement, parce que de l'une à la suivante elles différeront de $\frac{\lambda}{2}$.

MESURE DES LONGUEURS D'ONDE. — Puisque la direction dans laquelle se voit une des raies dans le spectre de rang n est donnée par la formule $\sin\delta = nN\lambda$, on calculera λ si on a mesuré δ et si on connaît le nombre de traits N qui sont contenus dans un millimètre. δ se mesure en plaçant un cercle répétiteur derrière le réseau et en fixant avec la lunette la raie qu'on veut étudier dans les deux spectres de l'ordre n, qui font chacun avec la normale au réseau des angles δ. L'angle des deux positions de cette lunette est égal à 2δ. C'est par ce procédé qu'en général on mesure les longueurs d'onde des diverses lumières, et c'est ainsi que M. Mascart a obtenu les nombres qui sont inscrits au tableau de la page 433.

QUATRE-VINGT-QUATRIÈME LEÇON.

DES INTERFÉRENCES ET DE LA DIFFRACTION. (Suite.)

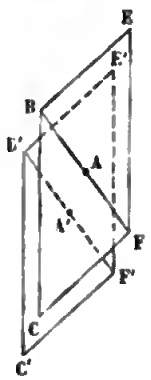
Interférences obtenues avec la lumière non limitée : — Par les lames minces; — Par les plaques épaisses. — Interférences dans le cas des grandes différences de marche. — Première méthode de MM. Fizeau et Foucault. — Deuxième méthode.

Réfracteurs interférentiels : — 1° Fresnel et Arago; — 2° M. Billet; — 3° Appareil de M. Jamin. — Compensateurs. — Divers résultats des expériences.

Diffraction. — Quantité de lumière envoyée en un point par une onde indéfinie. — Intégrales de Fresnel. — Cas d'une onde illimitée dans le sens des y. — Écran indéfini. — Étroite ouverture. — Écran linéaire. — Ouverture et écran circulaires.

INTERFÉRENCES DANS LA LUMIÈRE NON LIMITÉE. — La méthode que nous avons jusqu'à présent employée pour produire des franges consistait à disposer deux faisceaux très-voisins partant d'une fente étroite, et à les superposer ensuite après leur avoir fait parcourir des chemins peu différents. Mais on peut se dispenser de la fente étroite. Supposons qu'un ensemble quelconque de rayons partant du ciel ou d'un luminaire illimité rencontre la surface plane et polie d'une substance transparente, elle s'y divisera en deux groupes de rayons, les uns réfléchis, les autres réfractés. On pourra considérer ces rayons comme partant de la surface même, celle-ci comme étant la source éclairante, et dire que chacun de ses points envoie dans l'espace deux sortes d'ondes concordantes à leur départ. Admettons maintenant qu'avec des appareils convenables on produise deux images de la surface éclairante voisines, égales et parallèles (*fig.* 772), l'une BCEF avec les rayons réfléchis,

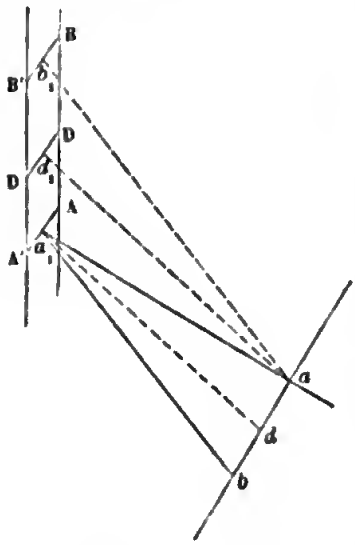
Fig. 772.



l'autre B′C′E′F′ avec les rayons réfractés, après leur avoir fait parcourir des chemins égaux : je dis qu'on verra des franges.

En effet, menons par les images A, A′ d'un même point un plan normal à BCEF et à B′C′E′F′; prenons-le pour plan du tableau (*fig.* 773). Tous les points qui se projettent en A et en A′ seront deux à deux les images concordantes d'un point unique, et leur ensemble agira comme les deux bandes éclairantes voisines, parallèles et concordantes dans l'expérience des deux miroirs. Élevons sur le milieu de AA′ un plan a_1d normal à la figure et à AA′; il se formera sur l'écran une bande centrale brillante en d, et des franges obscures en a et b,.... Menons ad_1 et ab_1 parallèles à a_1d et à a_1b. Les groupes de points DD′, BB′ détermineront, par la même raison, les premiers une frange brillante et les seconds une frange obscure en a; elles se superposeront, et l'écran aura dans tous ses points tels que a un éclat uniforme.

Fig. 773.

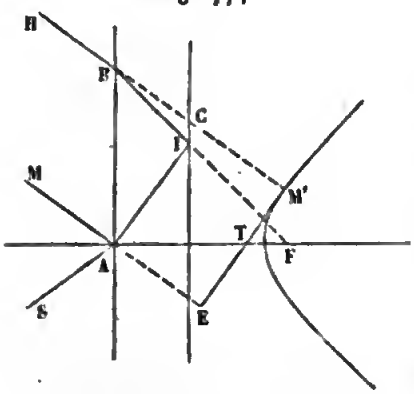


Mais si on perce en a un trou étroit, et qu'on ait un second écran derrière ce trou, les franges émises par les groupes de points AA′, DD′, BB′,... se sépareront et se peindront sur le prolongement des lignes a_1a, d_1a, b_1a,.... On les verra de même à l'œil nu, parce que la pupille placée en a limite le faisceau comme le fait une étroite ouverture. Ces franges peuvent se projeter comme celles des interférences.

INTERFÉRENCES PAR LES LAMES MINCES. — Il nous reste à dire comment on réalisera expérimentalement ces conditions. Nous citerons deux procédés. Le premier est dû à Newton. Soit en ABC (*fig.* 774) une lame d'air très-mince d'épaisseur e comprise entre deux verres. Un rayon SA se réfléchira en AM, se réfractera suivant AI, se réfléchira suivant IB, et enfin sortira en BH parallèlement à AM. Nous avons démontré que BH est dans les mêmes conditions que s'il partait du point M′

situé dans le verre, sur une hyperbole dont le foyer est en F, à une distance $AF = c = 2e$, dont le centre est en A, et telle que $\frac{c}{a}$ = l'indice n du verre. En résumé, le point A de la surface éclairante donne un premier groupe de rayons tels que AM partant de A, un second groupe BH partant de M'; ils interféreront, et leur différence de marche se trouvera en menant la tangente à la courbe en M' et la prolongeant jusqu'à la rencontre de AM; elle sera AE. Or

Fig. 774.



$$AE = AT \cos r = \frac{a^2}{x^2} \cos r,$$

et en remplaçant $\cos r$ par sa valeur tirée des équations de la page 398, on trouve

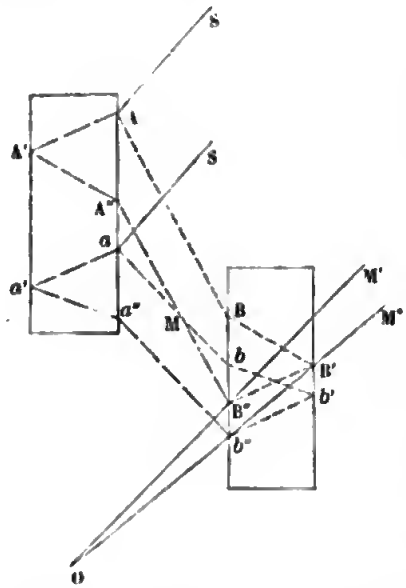
$$AE = \frac{c}{a} 2e \cos i,$$

ce qui exprime la différence des chemins parcourus dans le verre. Pour avoir sa valeur dans l'air, il faut la multiplier par $\frac{a}{c}$; dès lors cette différence sera équivalente à une épaisseur d'air égale à $2e \cos i$. Nous reviendrons dans la suite sur ce même sujet; pour le moment, contentons-nous de dire qu'on réalisera les conditions de cette expérience en posant sur un verre plan une lentille d'un grand rayon. A partir et en s'éloignant du point de contact, l'épaisseur e croît depuis zéro jusqu'à de grandes valeurs; la différence de marche devient successivement égale à des multiples pairs ou impairs de $\frac{\lambda}{2}$, et l'on voit des anneaux colorés alternativement brillants et obscurs autour du centre.

INTERFÉRENCES DES PLAQUES ÉPAISSES. — Je citerai comme deuxième exemple une disposition expérimentale que j'ai

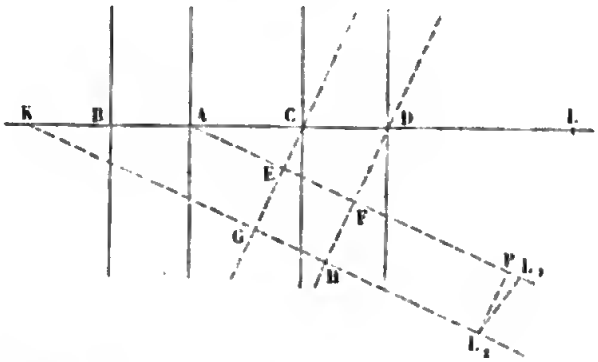
réalisée et dont nous ferons des applications ultérieures. Deux lames de verre AA′A″, BB′B″, épaisses, à faces parallèles et tirées d'un même morceau, sont placées en face l'une de l'autre à une distance quelconque (*fig.* 775); elles sont étamées à leur face postérieure. Les rayons tels que SA se partagent au point A en deux faisceaux, l'un réfléchi AB, l'autre réfracté AA′. Celui-ci revient en A″B″O, celui-là en BB′B″O, et il est clair que si les deux glaces sont rigoureusement égales et parallèles, les deux rayons se superposent en B″O après avoir parcouru des espaces égaux. Partis concordants et superposés, ils se retrouvent concordants et superposés.

Fig. 775.



Pour simplifier l'explication, supposons que l'appareil soit réduit à quatre surfaces réfléchissantes d'épaisseur nulle, ou que l'indice des deux glaces employées ne diffère point de celui de l'air (*fig.* 776). Représentons une section des deux

Fig. 776.



lames faite par un plan perpendiculaire au plan d'incidence, et considérons le point A, où le rayon incident se dédouble, comme étant le point lumineux. Si les deux lames sont exactement parallèles, les rayons réfléchis à la première sur-

face de AB et à la deuxième de CD donnent une image en L à une distance $DL = AC + CD = d + e$. Ceux qui se réfléchissent à la deuxième surface B et ensuite à la première C forment une première image K à une distance $d + 2e$ de C, et une seconde derrière C à une distance $d + 2e - e$ de D; elle est confondue avec L.

Supposons que les glaces soient verticales et que le plan d'incidence ABCD soit d'abord horizontal (*fig.* 776), puis qu'ensuite on fasse tourner la deuxième glace CD d'un angle α autour de l'horizontale C, les deux images L se dédoubleront en L_1 et L_2; on aura

$$FL_1 = FA = e + d\cos\alpha,$$

$$HL_2 = GL_2 - e = GK - e = (d + 2e)\cos\alpha - e.$$

En menant L_2P parallèle à la deuxième glace,

$$L_2P = GE = 2e\sin\alpha,$$

$$L_1P = FL_1 - HL_2 = 2e(1 - \cos\alpha) = 4e\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

$$\operatorname{tang} PL_2L_1 = \frac{PL_1}{PL_2} = \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Or, comme l'angle α sera toujours très-petit, on peut dire que si l'on fait tourner la deuxième glace autour d'une ligne horizontale, les images L_1 et L_2 d'un même point A se sépareront, mais resteront sur une ligne verticale. Par conséquent on aura des franges horizontales d'autant plus serrées que les glaces seront plus inclinées, et qui s'étaleront jusqu'à l'infini quand les lames arriveront au parallélisme. L'expérience réalise ces conditions; seulement, comme le travail des lames est imparfait, les franges se déforment aussitôt qu'on les élargit au delà d'une certaine limite.

Lorsque les franges seront visibles et horizontales, il suffira de faire tourner une des glaces autour d'un axe vertical pour déplacer les bandes parallèlement à elles-mêmes. On les verra s'élever ou s'abaisser suivant que le mouvement de la glace se fera dans un sens ou dans l'autre. La théorie de ce déplacement se trouve aisément en considérant la situation que prennent les deux images de A. Nous ferons connaître bientôt la disposition des appareils.

INTERFÉRENCES AVEC DE GRANDES DIFFÉRENCES DE MARCHE. — Quelque procédé qu'on emploie pour produire des interférences, on ne voit jamais qu'un petit nombre de bandes. En effet, il y aura, en un point donné de l'écran, une frange obscure ou brillante si le quotient de la différence de marche $d - d'$ des rayons interférents par la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ est un nombre entier impair ou pair. Or, si $d - d'$ est grand, le quotient $\frac{2(d - d')}{\lambda}$ est un nombre entier pair pour un grand nombre de valeurs différentes de λ, et il y a, au point considéré, autant de franges brillantes superposées qui reproduisent une teinte sensiblement blanche, mais dans laquelle manquent toutes les couleurs pour lesquelles le quotient est impair, et qui donnent des franges obscures au point examiné.

PREMIÈRE MÉTHODE. MM. FIZEAU ET FOUCAULT. — De cette observation découle un procédé imaginé par MM. Fizeau et Foucault pour observer les interférences produites par une grande différence de marche. Plaçons au point considéré une fente étroite et recevons sur un prisme la lumière qu'elle laisse passer. Nous produirons un spectre virtuel que nous observerons avec une lunette. Il est clair qu'il contiendra toutes les couleurs qui donnaient une frange brillante, et qu'on n'y verra point celles qui déterminaient une frange obscure sur le lieu où est placée la fente, c'est-à-dire pour lesquelles on a

$$2\frac{d - d'}{\lambda} = 2n + 1.$$

Pour faire l'expérience, MM. Fizeau et Foucault placent d'abord la fente sur la frange centrale donnée par les deux miroirs : le prisme montre alors un spectre complet; puis ils font mouvoir parallèlement à lui-même, et au moyen du micromètre CBA (*fig.* 764), le miroir NO. Les franges se déplacent en même temps, et chacune d'elles vient successivement occuper le milieu de la fente. Aussitôt que la première frange obscure y pénètre, on voit une bande obscure envahir le violet du spectre et marcher vers le rouge, puis la seconde lui succède, qui fait le même trajet; mais bientôt deux franges se

voient à la fois dans la série des couleurs; ensuite il y en a trois; leur nombre augmente peu à peu; elles finissent par être très-rapprochées et très-serrées, mais on les sépare de plus en plus en multipliant le nombre des prismes.

Supposons que deux franges obscures se voient en deux points déterminés du spectre, sur deux raies connues dont les longueurs d'onde soient λ et λ'. Cela veut dire que les quotients de $d - d'$ par $\frac{\lambda}{2}$ et par $\frac{\lambda'}{2}$ sont des nombres entiers et impairs, mais qui sont inconnus; posons

$$\frac{2(d-d')}{\lambda} = n, \quad \frac{2(d-d')}{\lambda'} = n',$$

d'où

$$n\lambda = n'\lambda';$$

entre ces deux raies il y a N bandes obscures qu'on peut compter : c'est la différence entre n' et n,

$$N = n' - n = \frac{n\lambda}{\lambda'} - n = n\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'},$$

d'où

$$n = N\frac{\lambda'}{\lambda - \lambda'}, \quad n' = N\frac{\lambda}{\lambda - \lambda'}.$$

Connaissant n et n', on pourra calculer $d - d'$.

Cette méthode a permis de voir des franges après une différence de marche égale à 40000 longueurs d'onde du violet.

DEUXIÈME MÉTHODE. — Une autre méthode qui vient plus naturellement à l'esprit consiste à annuler la dispersion en employant une source de lumière simple.

Brewster a remarqué que la lampe alimentée par l'alcool salé émet une lumière jaune sensiblement homogène. Depuis lors on a reconnu qu'elle donne un spectre composé de deux bandes voisines étroites qui ne diffèrent que d'un angle de 16 secondes à travers un prisme de flint de 60 degrés. A la rigueur c'est une source composée de deux lumières distinctes, mais de réfrangibilités si voisines qu'elles sont presque confondues.

Elle avait été utilisée déjà par MM. de la Provostaye et

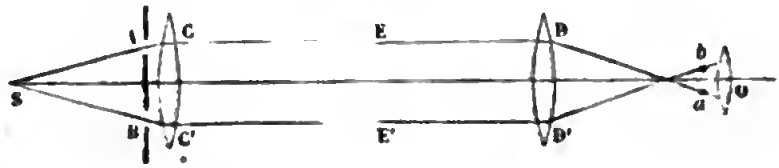
Desains dans l'étude qu'ils ont faite des anneaux colorés. M. Fizeau vient d'en perfectionner l'usage. Ayant placé un plan de verre horizontalement, il en approcha parallèlement une lentille qui était portée par une vis micrométrique; en éclairant le tout avec la lampe d'alcool salé, il vit une nombreuse succession d'anneaux. Quand il soulevait la lentille, ils se rapprochaient du centre où ils venaient successivement disparaître; mais il en naissait aussitôt d'autres sur les bords qui prenaient la place de ceux qui avaient disparu.

Après en avoir compté cinq cents, et en continuant d'écarter la lentille, il les vit devenir moins nets, disparaître en totalité, puis se reproduire et reprendre leur première netteté vers le nombre mille. Cela n'est point difficile à expliquer. Chacune des deux lumières jaunes du faisceau éclairant développe son système d'anneaux. Ils sont confondus pour une petite différence de marche; quand elle augmente ils se séparent, et il arrive un moment où les anneaux obscurs de l'une des lumières coïncident avec les brillants de l'autre. Dans ce cas, les alternatives de lumière et d'obscurité sont effacées. Mais si à partir de cet instant la différence de marche continue de croître et devient double, la concordance des franges se rétablit et ramène leur netteté primitive. M. Fizeau compta jusqu'à cinq alternatives successives et rendit visibles des différences de 50000 ondulations, ce qui répond à une épaisseur d'air supérieure à 15 millimètres.

RÉFRACTOMÈTRES INTERFÉRENTIELS. — Après avoir disposé des franges d'interférence au moyen d'un biprisme, plaçons contre un des prismes, en CO (*fig.* 767), une lame très-mince de mica. Comme la lumière marche moins vite dans le mica que dans l'air, le faisceau CBO est retardé, et il y aura un point M auquel les rayons émanant de A et de B arriveront après des temps égaux : ce sera le centre des franges, et tout le système se sera transporté vers le côté où la lame mince est placée. Plus l'indice et l'épaisseur de cette lame seront grands, plus le déplacement sera considérable; et si on connaît l'épaisseur et le déplacement, on pourra calculer l'indice. Cette expérience, exécutée d'abord par Fresnel et Arago, a été l'origine d'une série d'appareils nommés *réfracteurs interférentiels*.

Fresnel et Arago éclairaient par une fente étroite S deux ouvertures voisines A et B (*fig.* 777); une lentille CC′ rendait les deux faisceaux de lumière parallèles à l'axe, et on les rece-

Fig. 777.



vait sur une lunette composée d'un objectif DD′ qui donnait deux images *a* et *b*, et d'une loupe O qui, faisant converger sur la rétine les rayons partis de *a* et de *b*, développait les franges. Dans l'espace laissé libre entre CC′ et DD′ on peut mettre soit des tubes contenant des gaz, soit des lames de divers indices.

L'inconvénient de cet appareil est de ne point permettre un grand écartement des rayons. M. Fizeau y a remédié en interposant : 1° deux lames M et N à travers lesquelles ces rayons se séparent (*fig.* 778); 2° deux autres lames M′, N′ égales en épaisseur aux premières, inclinées du même angle qu'elles, mais en sens inverse, et ramenant les rayons dans les directions E_1, E'_1, c'est-à-dire dans les mêmes conditions où ils étaient précédemment.

Fig. 778.

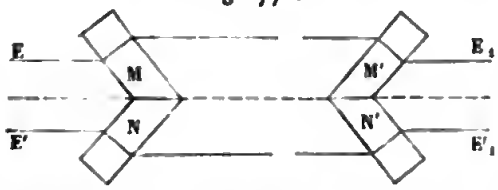
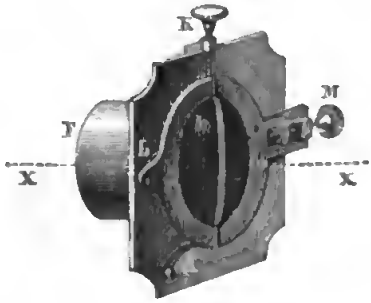


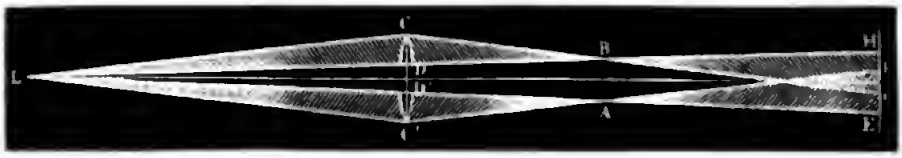
Fig. 779.



M. Billet reçoit la lumière partant d'une fente étroite sur les deux moitiés d'une lentille coupée en deux (*fig.* 779). On

peut les écarter ou les rapprocher à volonté en faisant mouvoir la première par le micromètre M, et on rend leurs bords parallèles en faisant tourner la seconde autour d'un axe L par une vis K. Le point lumineux L (*fig.* 780) donne deux

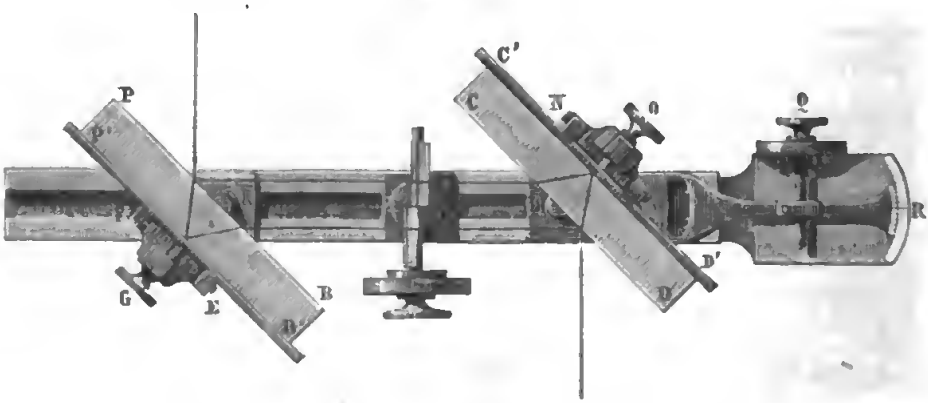
Fig. 780.



images B et A, toutes deux situées sur l'axe optique qui a été séparé en deux lignes LD', LD, et les rayons qui continuent leur chemin se superposent sur l'écran en EH. L'écartement de ces images est très-considérable et on peut aisément faire passer les deux groupes de rayons interférents à travers deux lames dont on veut connaître l'effet.

APPAREIL DE M. JAMIN. — Cet instrument, représenté *fig.* 781, se compose de deux glaces épaisses et parallèles portées sur

Fig. 781.



une coulisse ou sur le banc d'optique de manière à pouvoir s'écarter ou se rapprocher à volonté. La première PB, inclinée à 45 degrés, est fixe, elle reçoit la lumière qui vient soit du ciel, soit d'une source large ; elle la renvoie sur la seconde CD. Celle-ci peut d'abord tourner autour d'un axe horizontal MN par le jeu d'une vis O qui sert à placer la surface verticalement. Tout le support se meut ensuite autour d'un axe vertical L.

Une alidade R mesure son déplacement sur un arc de cercle. Par ce second mouvement on rend les glaces parallèles et on voit à l'œil nu les franges apparaître dans le champ de vision; en touchant à la vis O on ne les déplace point, mais on les resserre ou on les élargit à volonté. Au contraire, les déplacements de l'alidade par le micromètre Q transportent les franges vers le haut ou vers le bas dans le champ de vision. Il en sera de même de toute cause qui changera la vitesse de l'un des deux rayons interférents.

Ces deux rayons sont écartés proportionnellement à l'épaisseur des glaces. On peut placer deux tubes dans le trajet de chacun d'eux et le mouvement des franges accuse aussitôt les différences de vitesse de la lumière. L'appareil peut donc être employé comme tous les autres réfracteurs; mais il offre un avantage spécial que je vais faire connaître : lorsqu'on place un obstacle vertical en M entre les deux glaces (*fig.* 775, p. 538), il intercepte le rayon qui était réfléchi en *a* à la première surface de la première lame, et en *b'* à la deuxième surface de la seconde glace. L'œil placé en O voit l'objet M suivant OM″; M intercepte encore le rayon AA'A″B″O et il est vu suivant OM'. Ces deux images M' et M″ paraissent comme deux ombres pâles et ne contiennent point de franges, puisque dans leurs directions il n'y a qu'un seul des rayons interférents; mais entre elles et en dehors d'elles les franges se montrent et les coupent à angle droit.

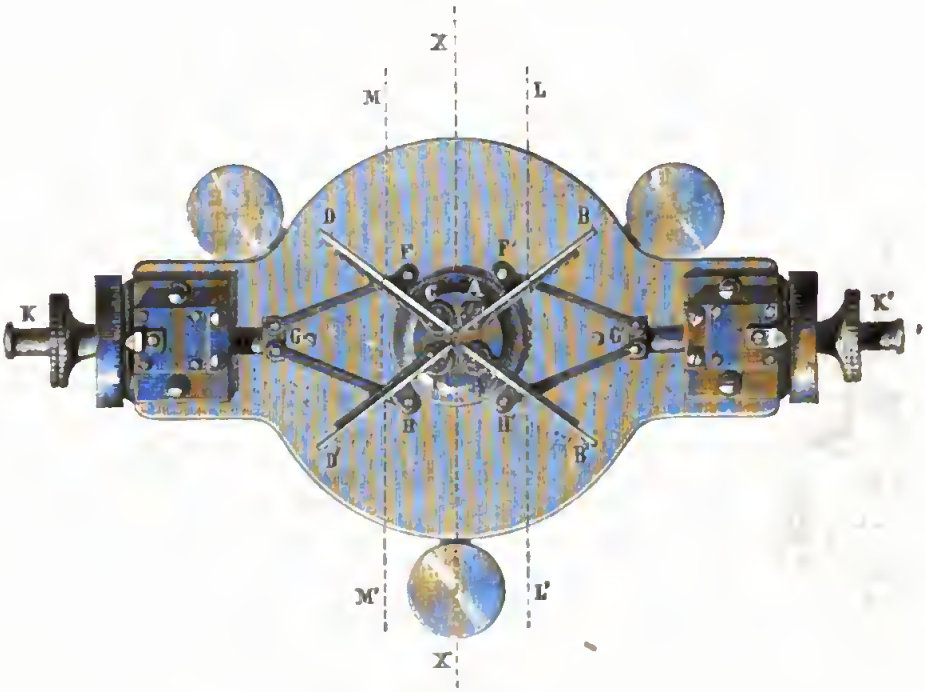
Admettons que l'on ait échauffé l'obstacle M, la vitesse de la lumière sera augmentée en rasant sa surface, alors le rayon *ab* ira plus vite que *a″b″*, les franges seront déplacées et elles auront baissé dans le voisinage de l'ombre M″. Mais, d'autre part, AB ira plus lentement que A″B″ et les franges auront monté autour de M'. Leur aspect sera celui que donne la *fig.* 782, *Pl. V.*

Tous les changements de densité qui se produiront au voisinage de M se traduiront par cette déformation caractéristique des franges, et réciproquement, lorsque cette déformation se voit, on en conclut ces changements de densité. C'est ainsi que l'on peut rendre sensible toute action chimique au contact d'un solide et d'un liquide, et que l'on voit une solution magnétique se concentrer au pôle d'un aimant.

Quand un cristal se nourrit dans sa propre solution, il attire le sel, et les franges se courbent à sa surface (*fig.* 782); mais bientôt l'aspect change et devient inverse, parce que la solution s'appauvrit au contact du cristal ou parce qu'en se solidifiant elle dégage de la chaleur.

COMPENSATEURS. — Dans tous ces appareils, il faut mesurer le déplacement des franges, ce qui exige un instrument nommé compensateur. Le premier qui a été imaginé par Fresnel (*fig.* 783) se compose de quatre lames à faces parallèles et

Fig. 783.



d'égale épaisseur. Les deux premières, AB, A'B', également inclinées sur l'un des rayons interférents LL', le retardent dans sa marche sans changer sa direction; elles se meuvent au moyen d'un parallélogramme articulé mobile par un micromètre K'. Les deux autres, CD, C'D', qui sont disposées de la même manière, retardent l'autre rayon MM'. Supposons que deux tubes remplis de gaz différents ou d'un même gaz, à diverses pressions, aient été placés dans le trajet des rayons LL', MM', les franges auront été déplacées, mais il est facile

de les ramener à leur position première en faisant mouvoir les lames du compensateur, de manière à leur imprimer un déplacement égal et inverse, et si l'on a gradué l'instrument, on connaît le déplacement qu'il fallait mesurer.

Un second compensateur (*fig.* 784) est formé par la juxtaposition de deux lames normales au rayon, l'une C est à faces parallèles, l'autre est double. Celle-ci est composée d'une petite plaque L, et d'une plus grande HK, qui sont taillées toutes deux sous la forme de prismes d'un angle égal et très-petit, et superposées dans une position inverse. Leur ensemble constitue donc une lame parallèle, mais dont l'épaisseur augmente ou diminue quand on fait manœuvrer HK par un bouton M.

Fig. 784.

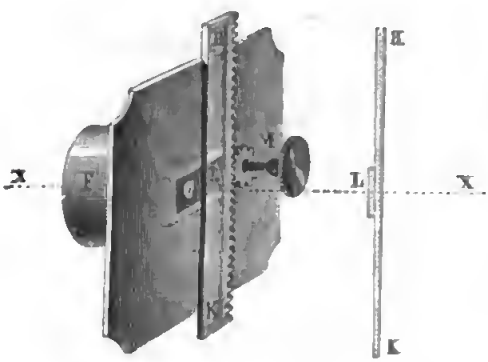
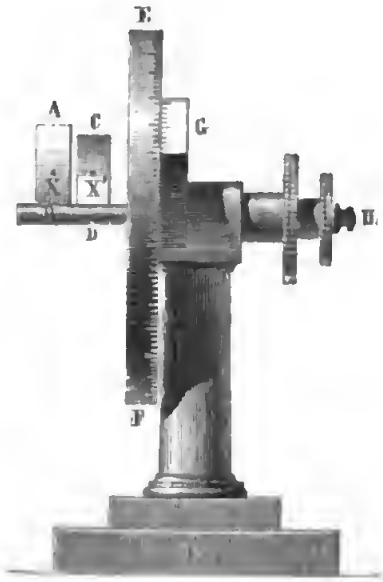


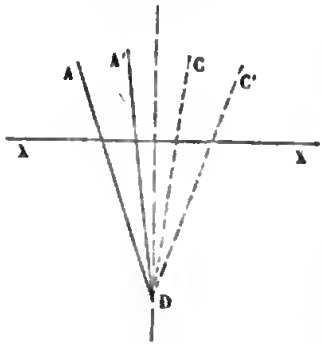
Fig. 785.



Je me suis servi avec avantage d'une plus simple disposition : deux lames AB, CD (*fig.* 785) sont fixées par une arête commune sur l'axe horizontal d'un cercle divisé EF. Elles font entre elles un angle très-petit et constant, et reçoivent chacune en X et en X′ les deux rayons qui doivent interférer. Quand on les incline d'un mouvement commun elles déplacent les franges. En effet, si étant d'abord en AD, CD (*fig.* 786) on les amène en A′D, C′D, le retard diminue pour la première lame et augmente pour la seconde, et cette action continue si le

système continue sa rotation. Cet appareil offre ce grand avantage qu'on peut diminuer ou augmenter à volonté l'angle des glaces, et par là régler la sensibilité de l'instrument. En second lieu, l'expérience prouve qu'une fois installé, il donne un déplacement des franges à peu près proportionnel à l'angle dont on le fait tourner. Il serait facile de calculer le retard introduit par l'interposition de ces divers compensateurs, mais il vaut mieux les graduer par l'expérience, ce qui n'offre aucune difficulté.

Fig. 786.



On a fait un grand nombre de recherches avec ces appareils; celle qui se présente naturellement est relative à la mesure des indices. Interposons en effet, dans l'un des deux faisceaux, une lame d'épaisseur e et d'indice n. Nous verrons les franges reculer de N rangs. En effet, les deux rayons traversent la même épaisseur e, l'un dans l'air, l'autre dans la lame; celle-ci équivaut à une couche en d'air. La différence de marche est donc $en - e = e(n - 1)$; elle équivaut à N franges ou à $N\lambda$:

$$e(n - 1) = N\lambda.$$

Cette équation servira à mesurer l'indice n. C'est ainsi que j'ai comparé à l'indice de l'air celui de divers gaz; les résultats que j'ai obtenus ne diffèrent point sensiblement de ceux que Dulong avait trouvés. Arago et Fresnel avaient essayé de comparer par le même procédé l'air sec et l'air humide, et ils avaient reconnu que ce dernier est moins réfringent. J'ai repris cette expérience avec deux tubes de 3 mètres de longueur; l'un contenait de l'air sec, l'autre de l'air qui s'était chargé d'une quantité connue d'humidité en passant dans des tubes contenant les mélanges d'acide sulfurique et d'eau qui avaient servi à M. Regnault pour la graduation de l'hygromètre de Saussure. Toutes les expériences ont donné pour indice normal de la vapeur d'eau, supposée à zéro et à 760, le nombre 1,000261. Ce nombre est très-peu différent de l'indice de l'air dans les mêmes conditions. Il en résulte que, si l'on compare

l'indice de l'air saturé à celui de l'air sec à la température de 20 degrés, on trouve une différence égale à 0,000000720. Elle est trop faible pour qu'on puisse s'en apercevoir et qu'on doive en tenir compte.

J'ai mesuré, par le même procédé, l'indice de l'eau échauffée ou refroidie. A t degrés cet indice est

$$n = n_0 - 0,000012573t - 0,0000001929t^2;$$

il diminue continûment à mesure que la température augmente, et il n'y a aucun changement particulier quand l'eau atteint et dépasse son maximum de densité.

Lorsque les deux tubes contiennent de l'eau à la même température, mais inégalement comprimée, il y a une différence de marche très-notable. On peut la mesurer et en déduire l'indice de réfraction n' de l'eau comprimée. J'ai trouvé que la puissance réfractive était toujours proportionnelle à la densité. Si on désigne par n et n' les indices de l'eau sous des pressions 760 et P, et par μ le coefficient de compressibilité, la densité variera dans le rapport de 1 à $1 + \frac{\mu P}{760}$, et on aura la relation

$$\frac{n'^2 - 1}{n^2 - 1} = 1 + \frac{\mu P}{760}.$$

Si donc on a mesuré n et n', on peut calculer le coefficient de compressibilité μ du liquide. Mes expériences ont reproduit exactement les nombres qui avaient été trouvés par Wertheim et par M. Grassi.

M. Fizeau s'est servi des franges pour mesurer la dilatation d'un grand nombre de corps cristallisés bien définis ou rares. Il place un petit trépied sur un plan de verre, et sur le trépied une lentille. Il fait tomber sur ce système la lumière de la lampe monochromatique, et obtient des anneaux par la réflexion de la lumière entre le plan de verre et la surface inférieure de la lentille. Quand la température change, les anneaux se déplacent d'un certain nombre d'ordres, parce que le trépied se dilate. Tout changement d'une frange correspond à une dilatation égale à λ ou à $0^m,000589$. On mesure ainsi la dilatation du trépied; ensuite on fixe au-dessous la lame polie et à faces parallèles dont on veut obtenir la di-

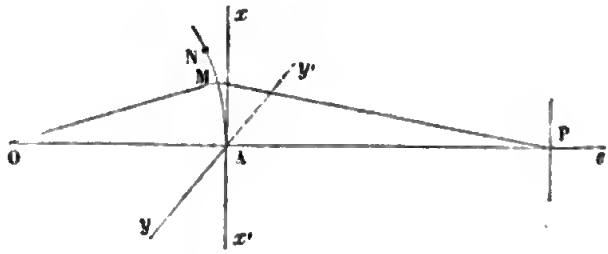
latation; les anneaux se produisent entre sa surface supérieure et la lentille. En échauffant le système, ces anneaux se déplacent par l'effet de la différence entre la dilatation du trépied et celle de la lame. On peut donc mesurer celle-ci.

M. Fizeau a pu montrer ainsi qu'un cristal de spath se dilate dans la direction de son axe et se contracte dans le sens normal quand on le chauffe. Par conséquent il se rapproche de la forme cubique. En même temps les indices de réfraction croissent de 0 à 100 degrés, savoir : le rayon ordinaire de 0,0000565 et le rayon extraordinaire de 0,00108. Celui-ci se rapproche donc du rayon ordinaire et la double réfraction diminue. Le quartz offre un résultat différent : la dilatation, loin de le rapprocher de la forme cubique l'en éloigne, et néanmoins sa double réfraction diminue.

DIFFRACTION.

QUANTITÉ DE LUMIÈRE ENVOYÉE EN UN POINT PAR UNE ONDE SPHÉRIQUE. — Nous avons fait remarquer, tout en commençant ce Cours, que les lois de la propagation de la lumière se modifient profondément quand elle rase les bords d'obstacles interposés dans son trajet. On a donné le nom de *diffraction* aux phénomènes qui se produisent alors. Avant de les aborder, essayons d'exprimer mathématiquement l'intensité du mouvement lumineux envoyé en un point P par une source O (*fig.* 787); pour cela, supposons que le mouvement arrive

Fig. 787.



d'abord sur une sphère de rayon a passant par A; considérons un élément superficiel MN de cette sphère, et exprimons la vitesse vibratoire qu'il transmet au point P.

1° Tous les points de MN enverront en P des vitesses paral-

lèles qui s'ajouteront, et dont la résultante sera proportionnelle à l'étendue de MN ou à $dx\,dy$.

2° Les vitesses dont sont animés les divers points de l'élément MN sont en raison inverse de sa distance au point O; on peut les représenter par $\frac{1}{a}$; et comme les points de MN sont des centres d'émanation par rapport à P, les vitesses qu'ils envoient en P seront en raison inverse de PM. Nous supposerons que M est assez rapproché de A pour que PM soit sensiblement égal à AP ou à b; alors la vitesse vibratoire en P est proportionnelle à $\frac{dx\,dy}{ab}$.

3° Il est évident *à priori* que ces vitesses dépendront de l'obliquité des directions MP. Mais, comme dans les phénomènes que nous allons considérer cette obliquité est négligeable, nous ne tiendrons aucun compte de cette cause de variation.

Avant d'arriver au point P, le rayon OMP a parcouru le chemin OM + MP; exprimons la longueur de ce chemin en supposant que la sphère décrite avec le rayon OA est confondue avec le plan xy.

$$\begin{aligned} OM + MP &= \sqrt{OA^2 + AM^2} + \sqrt{AP^2 + AM^2} \\ &= \sqrt{a^2 + x^2 + y^2} + \sqrt{b^2 + x^2 + y^2} \\ &= a + b + \frac{a+b}{2ab}(x^2 + y^2). \end{aligned}$$

Alors la vitesse transmise en P dans la direction OMP sera

$$v = \frac{dx\,dy}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda} - \frac{a+b}{2ab\lambda}(x^2 + y^2) \right].$$

En retranchant de la phase la quantité constante $\frac{a+b}{\lambda}$ et en posant, pour abréger, $\frac{a+b}{2ab\lambda} = \frac{c}{4}$,

$$v = \frac{dx\,dy}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{c}{4}(x^2 + y^2) \right].$$

Si nous développons le sinus,

$$v = \frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\frac{t}{T}$$
$$-\frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\cos 2\pi\frac{t}{T}$$
$$=\frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\frac{t}{T}$$
$$+\frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right).$$

Pour avoir la somme des vitesses envoyées en P par tous les éléments tels que MN, en supposant qu'elles soient toutes parallèles, il faut intégrer entre les limites qui seront déterminées par chaque cas particulier, et on aura

$$V=\left[\int\int\frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]\sin 2\pi\frac{t}{T}$$
$$+\left[\int\int\frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right).$$

Cette vitesse V se composera donc de deux rayons différant de $\frac{\lambda}{4}$. Pour avoir l'intensité de la lumière résultante, il faudra, d'après la règle de Fresnel (p. 528), faire la somme des carrés des intégrales qui représentent les amplitudes, et la tangente de l'anomalie sera exprimée par le rapport de la dernière intégrale à la première; on aura pour l'intensité

$$I=\frac{1}{a^2b^2}\left[\int\int dx\,dy\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]^2$$
$$+\frac{1}{a^2b^2}\left[\int\int dx\,dy\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]^2,$$

et pour l'anomalie

$$\operatorname{tang}\varphi=\frac{\int\int dx\,dy\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)}{\int\int dx\,dy\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)}.$$

En désignant par M et N la première et la deuxième intégrale double, on a, puisque x et y sont séparées,

$$M = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cy^2$$
$$-\frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cy^2.$$
$$N = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cy^2$$
$$+\frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cy^2.$$

Si on remplace cx^2 ou cy^2 par v^2 et dx ou dy par $\frac{dv}{\sqrt{c}}$, il est clair que la question sera ramenée à chercher entre des limites convenables la valeur des deux intégrales

$$A = \int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2, \quad B = \int dv\sin\frac{\pi}{2}v^2.$$

Nous devons donc, avant d'aborder l'étude des cas particuliers, nous occuper de ces intégrales. On sait qu'entre les limites $-\infty$ et $+\infty$ elles deviennent égales entre elles et à l'unité, mais on ne connaît pas leurs valeurs générales. On est donc obligé de les calculer par des méthodes détournées et par approximation. Nous nous contenterons de donner la solution de Fresnel.

Posons

$$v = i + u,$$

i étant une constante et u une variable assujettie à prendre une valeur très-petite ;

$$A = \int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du\cos\frac{\pi}{2}(i^2 + 2iu + u^2).$$

On pourra négliger u^2, et l'intégrale deviendra

$$\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du\cos\frac{\pi}{2}i^2\cos\pi iu - \int du\sin\frac{\pi}{2}i^2\sin\pi iu,$$

ce qui est intégrable et donne

$$A = \int dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \sin \frac{\pi}{2} i(i + 2u).$$

Nous calculerons cette intégrale entre des limites de v égales à i et $i + u$, c'est-à-dire entre des limites de u égales à o et u; ce qui donnera

$$A = \int_i^{i+u} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \left[\sin \frac{\pi}{2} (i^2 + 2iu) - \sin \frac{\pi}{2} i^2 \right].$$

En faisant successivement $i = 0$, 0,1, 0,2, 0,3,..., et donnant à u une valeur invariablement égale à 0,1, on calculera la valeur de l'intégrale entre les limites de v

o et 0,1, 0,1 et 0,2, 0,2 et 0,3,....

En faisant la somme des résultats on aura les valeurs de A entre les limites

o et 0,1, o et 0,2, o et 0,3,....

On trouve de la même manière pour la deuxième intégrale

$$B = \int_i^{i+u} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \left[-\cos \frac{\pi}{2} (i^2 + 2iu) + \cos \frac{\pi}{2} i^2 \right],$$

et on la calcule de la même manière.

Voici quelques-uns des résultats de la Table calculée par Fresnel (*Annales de Chimie et de Physique*, t. II, p. 289). On y verra : 1° que les deux intégrales A et B passent par des minima et des maxima successifs quand v augmente; 2° que ces maxima et minima ne se correspondent point dans toutes les deux; 3° que les différences entre les valeurs numériques des maxima et des minima consécutifs diminuent à mesure que les valeurs de v augmentent. Elles finiraient par devenir nulles.

Valeurs numériques des intégrales

$$A = \int dv \cos \frac{\pi}{2} v^2, \quad B = \int dv \sin \frac{\pi}{2} v^2.$$

Limites des intégrales de $v = 0$ à $v =$	A	B
0,1	0,0999	0,0006
0,2	0,1999	0,0042
0,3	0,2993	0,0140
0,4	0,3574	0,0332
0,5	0,4923	0,0644
0,6	0,5811	0,1101
0,7	0,6587	0,1716
0,8	0,7230	0,2487
0,9	0,7651	0,3391
1,0	0,7803	0,4376
1,4	0,5439	0,7132
1,7	0,3245	0,5492
2,0	0,4886	0,3432
2,2	0,6367	0,4553
2,4	0,5556	0,6194
2,6	0,3895	0,5499
2,8	0,4678	0,3913
3,0	0,6061	0,4959
3,2	0,4668	0,5931
3,3	0,4061	0,5191
3,5	0,5328	0,4144
3,6	0,5883	0,4919
3,8	0,4485	0,5654
3,9	0,4226	0,4750
4,0	0,4986	0,4202

Connaissant ainsi un très-grand nombre de valeurs rapprochées de A et de B, on pourra les relier par une courbe continue qui servira à les déterminer pour toutes les valeurs de v. Cela suffit pour tout ce qui va suivre. Nous allons maintenant supposer que l'onde tangente en A (*fig.* 787) soit, ou bien entière, ou bien partiellement limitée par des écrans placés dans le plan xAy, et chercher la lumière envoyée en un point quelconque tel que P. Il suffira de calculer les deux intégrales

entre les valeurs de x et de y qui limitent l'onde xy dans chacun des cas particuliers qui se présenteront.

1° *Cas de l'onde entière.* — Si l'onde n'est point limitée et que son rayon soit assez grand pour qu'on puisse la considérer comme plane, les intégrales doivent être prises entre des limites de x et de y, et par suite de v, égales à $-\infty$ et à $+\infty$; alors A et B sont égales à l'unité et l'on a

$$M = 0, \quad N = \frac{2}{c} = \frac{2ab\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab\lambda}{a+b};$$

et l'intensité totale I devient

$$I = \frac{1}{a^2b^2}(M^2 + N^2) = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Elle est indépendante du rayon a de l'onde considérée, ce qui devait être; elle est, de plus, en raison inverse du carré de la distance $a+b$, du point lumineux O et du point éclairé P, ce qui est la loi connue.

De plus on a

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{N}{M} = \infty, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Cela veut dire que la résultante des vitesses émises est en retard de $\frac{\lambda}{4}$ sur le rayon direct envoyé de O en P. Ce résultat n'a point été vérifié, et, en général, on ne s'est point occupé des variations de phase produites par la diffraction.

2° *Cas d'une onde illimitée dans le sens des y.* — Supposons que l'on intercepte l'onde par des écrans quelconques limitant les valeurs de x, mais dont les bords soient indéfinis et parallèles à y. Dans ce cas il faut intégrer par rapport à y entre $-\infty$ et $+\infty$, et l'on a

$$M = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

$$N = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 + \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

et

$$I = \frac{2}{a^2b^2c^2}\left[\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2 + \left(\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2\right].$$

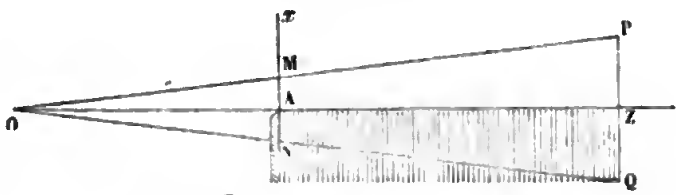
Supprimant le facteur constant et remplaçant cx^2 par v^2,

$$I = \left(\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 = A^2 + B^2.$$

Les intégrales devront être prises entre les limites déterminées par la forme particulière des écrans, et varieront dans les divers cas. Nous allons en examiner quelques-uns.

ÉCRAN INDÉFINI. — Si l'écran couvre toute la partie $yy'x'$ (*fig.* 787) et qu'il laisse passer la moitié supérieure $yy'x$ de l'onde, les phénomènes seront sensiblement les mêmes dans tous les plans sécants menés perpendiculairement à yy'. Considérons l'un d'eux, OAx (*fig.* 788), et cherchons la lumière

Fig. 788.



envoyée en P. Les intégrales devront être prises à partir de M, entre $x = 0$ et $x = \infty$, dans le sens Mx, d'une part : ce qui donnera $\frac{1}{2}$; puis entre $x = 0$ et $x =$ MA de l'autre. On aura

$$I = \left(\frac{1}{2} + \int_0^{AM\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \int_0^{AM\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

Or, comme, d'après la Table précédente, les intégrales prennent des valeurs périodiquement croissantes et décroissantes quand v augmente, les valeurs de I offriront des maxima et des minima successifs. Pour les trouver, Fresnel s'est servi d'une formule d'interpolation que nous ne rapporterons pas. Mais on conçoit qu'en donnant successivement à v ou à $AM\sqrt{c}$ des valeurs croissant suivant une progression très-lente, de centième en centième par exemple, on pourra calculer les valeurs de I correspondantes, les construire graphiquement, et la courbe obtenue montrera les maxima et les minima. Le

tableau suivant fait connaître les valeurs de v pour lesquelles ont lieu ces maxima et ces minima, ainsi que les intensités I correspondantes.

	v	I
Premier maximum.....	1,2172	2,7413
Premier minimum.....	1,8726	1,5570
Deuxième maximum.....	2,3449	2,3990
Deuxième minimum.....	2,7392	1,6867
Troisième maximum.....	3,0820	2,3022
Troisième minimum.....	3,3913	1,7440
Quatrième maximum.....	3,6742	2,2523
Quatrième minimum.....	3,9372	1,7783
Cinquième maximum.....	4,1832	2,2206
Cinquième minimum.....	4,4160	1,8014
Sixième maximum.....	4,6369	2,1985
Sixième minimum.....	4,8479	1,8185
Septième maximum.....	5,0500	2,1818
Septième minimum.....	5,2442	1,8317

Pour trouver sur l'écran ZP le lieu des franges, désignons AM par x, ZP par X, et nous aurons

$$\frac{X}{x} = \frac{a+b}{a}, \quad X^2 = x^2 \frac{(a+b)^2}{a^2},$$

ou

$$X^2 = \frac{v^2}{c}\frac{(a+b)^2}{a^2} = \frac{v^2(a+b)b\lambda}{2a}.$$

En remplaçant v par la valeur qui correspond à un maximum ou à un minimum, on obtiendra sa distance X au bord de l'ombre géométrique Z. Comme la distance b ou AZ de l'écran est variable, remplaçons-la par Z, et nous aurons

$$\frac{2a}{\lambda v^2} X^2 = aZ + Z^2.$$

C'est le lieu des points P. On voit que les franges se trouvent sur une hyperbole qui a l'un de ses sommets en A et l'autre en O, ce qui avait été reconnu depuis longtemps.

Fresnel a fait de très-nombreuses expériences pour vérifier cette théorie. Il plaçait en O une fente étroite verticale qui envoyait la lumière. A une distance a était fixée une lame

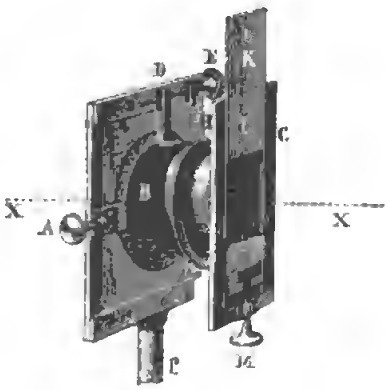
opaque AM terminée par un bord A parallèle à la fente. Pour déterminer la limite de l'ombre géométrique Z, Fresnel plaçait un peu plus loin (*fig.* 789) une autre lame C′ semblable à la

Fig. 789.

première. Les bords C et D étaient à une distance d assez grande pour que les deux systèmes de franges produits par chacun d'eux n'eussent aucune influence l'un sur l'autre. Dans ce cas l'espace éclairé EF est géométriquement égal à $d\frac{a+b}{a}$, les distances à E et à F de deux franges de même ordre sont X et l'intervalle qui les sépare est $d\frac{a+b}{a} - 2X$; on le mesurait et on en déduisait X.

La disposition des appareils est la même que dans l'expérience des deux miroirs. La fente se met sur la lanterne (*fig.* 675, *Pl. II*); la loupe avec laquelle on observe les franges glisse sur le banc (n° 5), et l'on fixe (n° 3), à la distance que l'on veut, le bord vertical qui limite le faisceau. La *fig.* 790

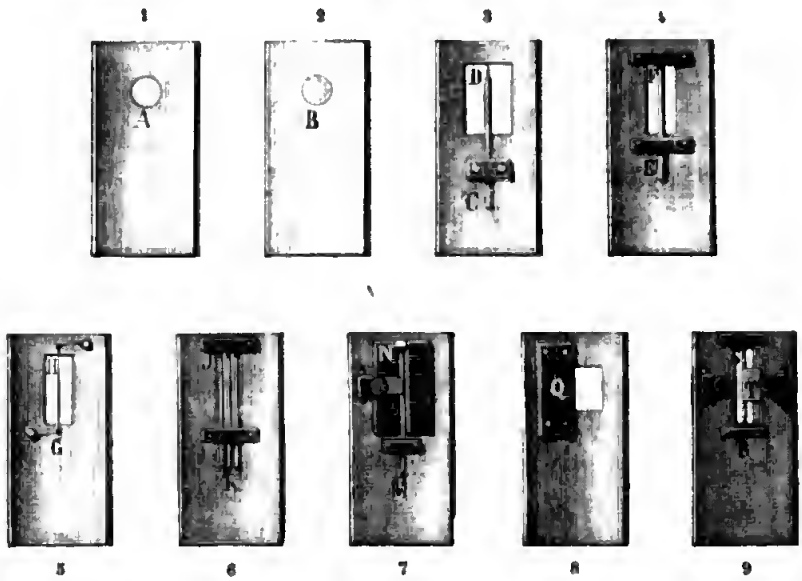
Fig. 790.



représente la pièce qui le supporte. B est un tube horizontal

que l'on peut déplacer horizontalement dans une coulisse par le micromètre A. Une vis latérale D permet de le faire tourner autour de l'axe XX. En HCM se place une ouverture rectangulaire dont les bords sont évidés en deux coulisses parallèles qui reçoivent et maintiennent des rectangles tels que KL. Ceux-ci peuvent donc être déplacés latéralement ou tourner autour de XX par le jeu des vis A et D; ils peuvent en outre être soulevés par une troisième vis M. On voit (*fig.* 791) une collection de rectangles de mêmes dimensions et qui peuvent

Fig. 791.



se placer en KL. Le n° 8, qui offre un bord vertical, peut servir à l'expérience qui nous occupe.

Nous donnons, dans le tableau suivant, les positions observées et calculées du 5e minimum quand on fait varier les distances a et b. Elles ont été calculées en remplaçant v par la valeur 4,4160 dans la formule

$$X^2 = \frac{(a+b)b\lambda}{2a}(4,4160)^2.$$

On verra que l'accord entre l'expérience et le calcul est aussi complet que possible.

CINQUIÈME MINIMUM. — *Frange obscure donnée par un écran indéfini.*

a	*b*	X observé.	X calculé.	Différence.
m	m	mm	mm	mm
0,1000	0,7985	6,68	6,68	0,00
0,1985	0,6370	4,06	4,08	+ 0,02
0,2020	0,6400	4,07	4,07	0,00
0,5100	0,1100	0,91	0,91	0,00
»	0,5010	2,49	2,49	0,00
»	1,0050	4,31	4,31	0,00
1,0110	0,1160	0,90	0,90	0,00
»	0,5020	2,15	2,16	+ 0,01
»	0,9960	3,51	3,51	0,00
»	2,0100	6,10	6,11	+ 0,01
2,0080	0,1180	0,87	0,88	+ 0,01
»	0,9990	3,03	3,05	+ 0,02
»	2,9980	6,80	6,82	+ 0,02
4,5070	0,1310	0,92	0,92	0,00
»	1,0180	2,80	2,79	— 0,01
»	2,5060	4,90	4,93	+ 0,03
6,0070	0,1170	0,85	0,86	+ 0,01
6,0070	0,9990	2,69	2,69	0,00

Si l'on considère maintenant l'espace ZQ (*fig.* 788) qui est dans l'ombre géométrique, il devra recevoir aussi de la lumière dont l'intensité au point Q sera donnée par la formule

$$I = \left(\int_{NA\sqrt{c}}^{\infty} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_{Na\sqrt{c}}^{\infty} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ou

$$I = \left(\frac{1}{2} - \int_0^{Na\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \int_0^{Na\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

On pourra donc faire les calculs absolument comme dans le cas précédent; mais alors on trouvera qu'il n'y a plus de franges et que la lumière décroît d'une manière continue à mesure qu'on s'éloigne de Z. L'expérience vérifie ce résultat; mais

jusqu'à présent il n'a pas été possible de mesurer le décroissement de l'intensité de z en Q.

CAS D'UNE ÉTROITE OUVERTURE. — Les détails dans lesquels nous venons d'entrer nous permettront d'insister moins longuement sur les autres cas que l'on peut réaliser. Si, par exemple, on fait passer la lumière venue d'une fente à travers une deuxième ouverture étroite CD (*fig.* 789), on calculera celle qui arrive en P au moyen des mêmes intégrales prises entre les limites de x, zéro et MC d'une part, zéro et MD de l'autre, et faisant la somme des vitesses

$$I = \left(\int_0^{MC\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2$$
$$+ \left(\int_0^{MC\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

Quand le point M changera de place, ces intégrales changeront périodiquement de valeur; on aura donc des franges. Pour les calculer, on construira, comme précédemment, la courbe qui représente I; on en cherchera les maxima et les minima, et, si l'on prend la valeur de v qui correspond à l'un d'eux, on aura le lieu qu'il occupe sur l'écran par la formule

$$X^2 = v^2 \frac{(a+b)\,b\lambda}{2a}.$$

Il sera toujours sur une hyperbole. Si le point P est en Q dans l'ombre géométrique de DN, on aura

$$I = \left(\int_0^{NC\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 - \int_2^{ND\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2$$
$$+ \left(\int_0^{NC\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{ND\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ce qui donnera encore d'autres franges extérieures qui se détermineront par la même méthode. Fresnel a vérifié sa théorie tout aussi bien dans ce cas que dans le précédent.

On peut, sans faire intervenir tous ces calculs, suivre un

genre de raisonnement élémentaire qui permet de prévoir l'aspect des phénomènes.

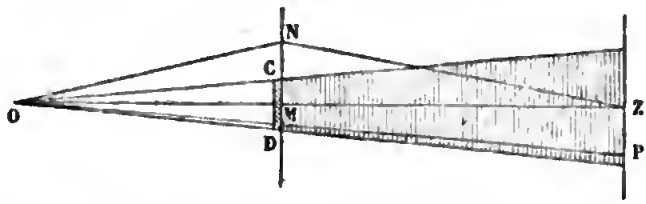
Plaçons d'abord l'écran en Z à une distance telle que $CZ - AZ = \frac{\lambda}{2}$, les lumières envoyées en Z par tous les points de AC se composeront sans se détruire; il en sera de même de AD et l'on aura une bande lumineuse en Z. Mais si on rapproche l'écran en Z_1 de manière que $CZ_1 - AZ_1 = 2\frac{\lambda}{2}$, on pourra décomposer AC en deux parties, sensiblement égales, dont tous les points seront deux à deux à des distances de Z_1 différant de $\frac{\lambda}{2}$, et enverront des vitesses de signe contraire. Il en sera de même de AD, et il y aura de l'obscurité en Z_1. Si Z_2 est placé à la distance pour laquelle $Cz_2 - Az_2 = 3\frac{\lambda}{2}$, CA se décomposera en trois bandes dont deux se détruiront, mais dont la troisième aura son effet pour éclairer Z_2. Ainsi, en rapprochant l'écran de la fente CD, l'axe OAZ sera successivement éclairé ou obscur.

A droite et à gauche, en Q par exemple, il y aura encore de la lumière et de l'obscurité suivant que l'espace CD pourra se décomposer en un nombre impair ou pair de bandes élémentaires dont les distances limites différeront de $\frac{\lambda}{2}$.

Des phénomènes identiques se produiront si on reçoit la lumière venue d'une fente sur un miroir très-étroit ou très-incliné, car le faisceau réfléchi par lui sera dans le même cas que celui qui passe à travers une ouverture étroite.

CAS D'UN ÉCRAN LINÉAIRE TRÈS-ÉTROIT. — Enfin dans l'ombre

Fig. 792.



d'un corps étroit (*fig.* 792) nous aurons des phénomènes ana-

logues. Pour un point P :

$$I = \left(\int_0^\infty dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 \right.$$
$$\left. + \int_0^\infty dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MC\sqrt{c}} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 \right)^2$$
$$+ \left(\int_0^\infty dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 \right.$$
$$\left. + \int_0^\infty dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MC\sqrt{c}} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 \right)^2,$$

ou

$$I = \left(1 - \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MC\sqrt{c}} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 \right)^2$$
$$+ \left(1 - \int_0^{MD\sqrt{c}} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 - \int_0^{MC\sqrt{c}} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 \right)^2,$$

et le calcul complet se fera en suivant toujours la même marche.

Il est facile de voir qu'on aura de la lumière au milieu Z, car les deux ondes comprises entre C et D et l'infini enverront en ce point de la lumière concordante, quelle que soit la distance.

OUVERTURE ET ÉCRAN CIRCULAIRES. — Si on place en CD (*fig.* 789) une ouverture circulaire, le phénomène est analogue à celui qu'offre une fente indéfinie. On trouve sur l'axe OZ des alternatives de lumière et d'obscurité ; mais ici le calcul est beaucoup plus simple. Soit M un point à une distance r du centre A, le cercle décrit du rayon r est πr^2. Pour un point voisin à une distance $r + dr$, le cercle est $\pi r^2 + 2\pi r dr$, et par suite la zone comprise entre ces deux points est $2\pi r dr$. La vitesse envoyée en Z par cette zone sera proportionnelle à $2\pi r dr$ et en raison inverse de ab. Le chemin parcouru OMZ est $\sqrt{a^2 + r^2} + \sqrt{b^2 + r^2}$ ou $a + b + r^2 \frac{a+b}{2ab}$. Donc, en prenant

pour origine des temps le moment où l'onde arrive en Z en suivant le trajet OAZ, on a

$$v = \frac{2\pi r dr}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{(a+b)r^2}{2ab\lambda}\right] = \frac{2\pi r dr}{ab} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{cr^2}{4}\right)$$

$$= \frac{2\pi r}{ab}\left[dr \cos\frac{\pi}{2} cr^2 \sin 2\pi \frac{t}{T} + dr \sin\frac{\pi}{2} cr^2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4}\right)\right],$$

et en faisant la somme des vitesses envoyées en Z, ce qui suppose comme précédemment que l'intensité ne décroit pas avec l'obliquité des rayons émis,

$$V = \frac{2}{abc}\left(\int \pi\, cr dr \cos\frac{\pi}{2} cr^2\right) \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$+ \frac{2}{abc}\left(\int \pi\, cr dr \sin\frac{\pi}{2} cr^2\right) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4}\right),$$

et par suite on a pour exprimer l'intensité et la phase du rayon résultant

$$I = \frac{4}{a^2 b^2 c^2}\left[\left(\int \pi\, cr dr \cos\frac{\pi}{2} cr^2\right)^2 + \left(\int \pi\, cr dr \sin\frac{\pi}{2} cr^2\right)^2\right],$$

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\int \pi\, cr dr \sin\frac{\pi}{2} cr^2}{\int \pi\, cr dr \cos\frac{\pi}{2} cr^2}.$$

On peut cette fois trouver l'expression des deux intégrales qui sont

$$\sin\frac{\pi}{2} cr^2, \quad -\cos\frac{\pi}{2} cr^2,$$

et si on les prend entre des limites zéro et r, on trouve

$$I = \frac{4}{a^2 b^2 c^2}\left[\sin^2\frac{\pi}{2} cr^2 + \left(1 - \cos\frac{\pi}{2} cr^2\right)^2\right]$$

$$= \frac{2\lambda^2}{(a+b)^2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{2} cr^2\right) = \frac{4\lambda^2}{(a+b)^2} \sin^2\frac{\pi}{4} cr^2$$

et

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{1-\cos\frac{\pi}{2}cr^2}{\sin\frac{\pi}{2}cr^2} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}cr^2}{\cos\frac{\pi}{4}cr^2} = \operatorname{tang}\frac{\pi}{4}cr^2.$$

L'intensité sera nulle quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à un nombre entier n, ou quand

$$\frac{a+b}{2ab\lambda}r^2 = n \quad \text{ou quand} \quad \frac{a+b}{2ab}r^2 = n\lambda,$$

c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera un multiple pair de demi-longueurs d'onde.

L'intensité sera maximum et égale à $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$ quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à $\frac{2n+1}{2}$, ou quand

$$\frac{a+b}{2ab}r^2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

Quant à l'anomalie, elle sera :

$$\operatorname{tang}\varphi = \infty, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Il y a plusieurs observations à faire sur ces résultats :

1° Nous avons trouvé que l'onde entière envoyait en Z une intensité de lumière $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$, les maximum que nous obtenons avec une étroite ouverture seront quadruples.

2° Si on décompose l'onde totale en petites zones dont la différence de marche extrême soit $\frac{\lambda}{2}$, la lumière envoyée par chacune d'elles sera rigoureusement détruite par la suivante ; de sorte que si elles sont en nombre pair elles donneront de l'obscurité, et en nombre impair une quantité de lumière $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$. On peut dire encore que chacune d'elles dé-

truit rigoureusement la lumière envoyée par la moitié de celles qui la précèdent et qui la suivent, et dès lors il reste la moitié de la zone centrale qui envoie $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$, et la moitié de la zone extrême. Or, l'éclairement par l'onde indéfinie étant $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$ et celui qui vient des extrémités étant nul à cause de la distance, il en résulte que l'onde totale éclairante se réduit à la demi-zone centrale.

3° Pour une grandeur donnée de l'ouverture et une position déterminée de Z, l'intensité est variable avec λ, puisque $\frac{cr^2}{4}$ prend des valeurs très-différentes. Il en résulte que la lumière centrale sera colorée. La loi de sa dispersion sera la même que pour les franges des deux miroirs.

Si nous considérons maintenant un disque opaque placé en CD au lieu de l'ouverture, le calcul sera le même avec cette différence que les intégrales, au lieu d'être prises entre zéro et r, le seront entre r et ∞. Or on a

$$\int_r^\infty \mathrm{M} = \int_0^\infty \mathrm{M} - \int_0^r \mathrm{M}.$$

Nous venons de voir que l'onde entière se réduit à la moitié de la zone centrale pour laquelle la différence de marche $\frac{cr^2}{4} = \frac{1}{2}$, ce qui donne pour les deux intégrales prises de zéro à l'infini moitié des valeurs qu'elles ont entre $cr^2 = 0$ et $cr^2 = 2$, alors la première devient

$$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}cr^2\right)_0^2 = 0,$$

la seconde donne

$$-\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)_0^2 = 1,$$

et

$$\mathrm{I} = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}\left[\sin^2\frac{\pi}{2}cr^2 + \left(1 - 1 + \cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)^2\right] = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Ce qui prouve qu'au centre de l'ombre géométrique de l'écran doit se trouver une lumière dont l'intensité égale celle que l'onde entière y enverrait directement.

D'après le calcul, ce résultat serait indépendant de l'étendue de cet écran. L'expérience cependant n'est vérifiée que si la largeur de l'écran est très-petite. Cela tient à ce que dans les calculs on a négligé la diminution de l'intensité quand l'obliquité n'est pas négligeable.

QUATRE-VINGT-CINQUIÈME LEÇON.

DE LA POLARISATION ET DE LA DIRECTION DES VIBRATIONS.

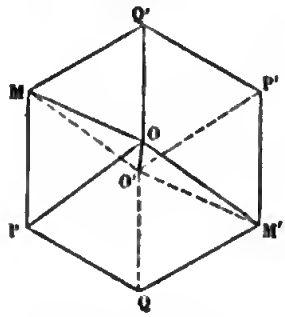
Double réfraction. — Les deux rayons ordinaire et extraordinaire. — Polarisation du rayon ordinaire; — du rayon extraordinaire. — Loi de Malus. — Cas de la tourmaline. — Interférence de la lumière polarisée. — Direction des vibrations. — Composition des vibrations rectangulaires concordantes. — Lumière naturelle.

Ce que nous avons dit jusqu'à présent du mouvement des ondes lumineuses est absolument indépendant de la direction des vibrations. L'explication que nous avons donnée des phénomènes d'interférence suppose, il est vrai, que les vibrations sont parallèles dans les deux rayons concourants, mais elle ne préjuge rien sur la direction suivant laquelle elles se produisent. Nous avons vu dans l'acoustique que les oscillations des molécules d'air s'effectuent dans le sens même de la propagation du son; il en est de même quand les verges ou les cordes vibrent longitudinalement; mais elles sont perpendiculaires à la direction de propagation, dans les ondes qui se transmettent sur un liquide ou quand les cordes et les verges vibrent transversalement. En général, on peut imaginer dans un milieu un centre d'ébranlement quelconque; il enverra à une molécule donnée un mouvement vibratoire généralement oblique sur la direction du rayon, qui pourra se décomposer en deux autres, l'un longitudinal, l'autre transversal. Or, l'expérience et le calcul prouvent que tous les deux se propagent avec des vitesses différentes, c'est-à-dire que tout ébranlement produit en un point central, dans un milieu quelconque, donne naissance à deux espèces d'ondes concentriques, qui se meuvent inégalement vite, l'une à vibrations transversales, l'autre à vibrations longitudinales.

Cela s'applique à l'éther aussi bien qu'aux corps pesants. Nous avons dès lors à nous demander si les deux espèces d'ondes existent dans cet éther; si toutes deux produisent la lumière ou si une seule la fait naître, et, dans ce cas, si c'est la vibration longitudinale ou bien la vibration transversale. On ne peut résoudre cette question que par l'expérience, et c'est ce que nous allons faire.

DOUBLE RÉFRACTION. — Vers le milieu du XVIIe siècle, un savant médecin danois, Erasme Bartholin, découvrit que l'on voit une double image des objets quand on les regarde à travers une lame de spath d'Islande. Ce minéral est du carbonate de chaux; il cristallise dans la forme rhomboédrique. Qu'on se figure un parallélipipède MPQM'P'Q' (*fig.* 793) formé par six losanges égaux entre eux. Les trois premiers se rencontrent en O par leurs angles obtus, qui sont égaux à 101,55, et ils font entre eux des angles dièdres égaux à 105°,5. Les trois derniers se rencontrent dans les mêmes conditions en O'.

Fig. 793.



O et O' sont les deux sommets du rhomboèdre; la ligne OO' qui les joint est l'axe du cristal; elle fait un angle de 45°22' avec chacune des faces qui y aboutissent, et de 63°45' avec les arêtes. Il faut considérer cet axe comme une direction qui reste fixe et non comme une ligne unique; car on peut imaginer que le cristal est composé d'une infinité de parties semblables qui ont chacune un axe parallèle à OO'.

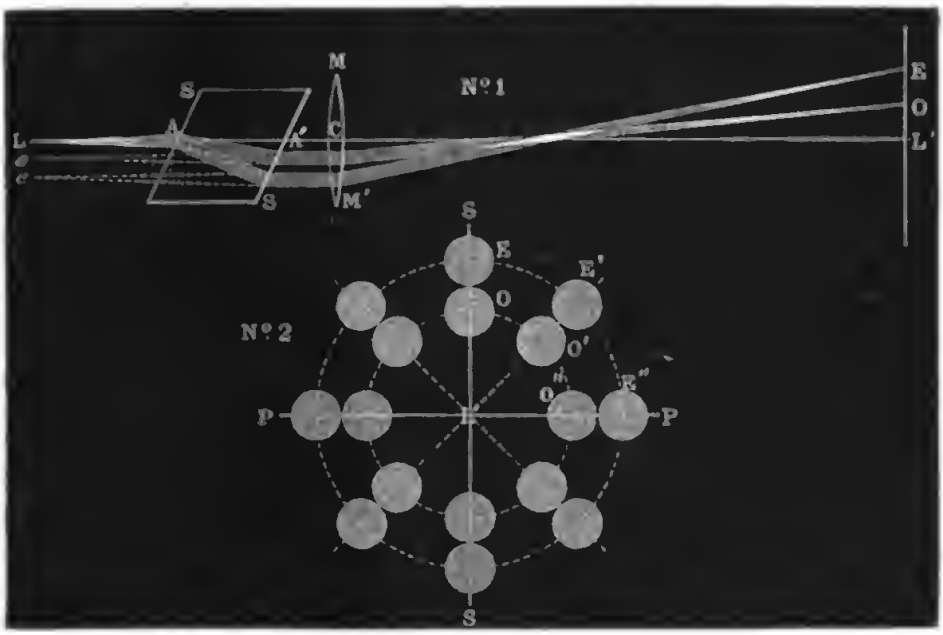
Ce cristal se divise par trois clivages parallèles aux trois systèmes de faces, d'où il suit que la plupart des échantillons sont plus allongés dans un sens que dans l'autre; mais ils ont toujours deux sommets O et O' formés par trois angles plans égaux, et l'axe est toujours également incliné sur ces trois faces.

Si par l'axe OO' on mène un plan normal à la face PMQ'O, il passera par les arêtes O'M et OM'; cette section, ou toute autre parallèle, menée par un point de la face PMQ'O, est dite section principale du cristal. Elle a la forme d'un parallélo-

gramme MOM'O' dont les angles O, O' sont égaux à 109°8', et l'axe OO' fait avec le côté OM un angle de 45°22'.

Cela posé, faisons arriver les rayons solaires par une petite ouverture située en L (*fig.* 794, n° 1); mettons une lentille en M et un écran en L', réglé de telle sorte que les rayons partis de L fassent un foyer en L'. Interposons maintenant entre le point A et la lentille un rhomboèdre de verre, de manière que sa section principale SS soit dans le plan du tableau. Un faisceau de rayons LA se réfractera en AA', et les rayons émergents seront dans les mêmes conditions que s'ils partaient d'un point *o*. Par suite, l'image sera projetée en O sur la ligne qui joint *o* avec le centre optique C, prolongée jusqu'en O.

Fig. 794.



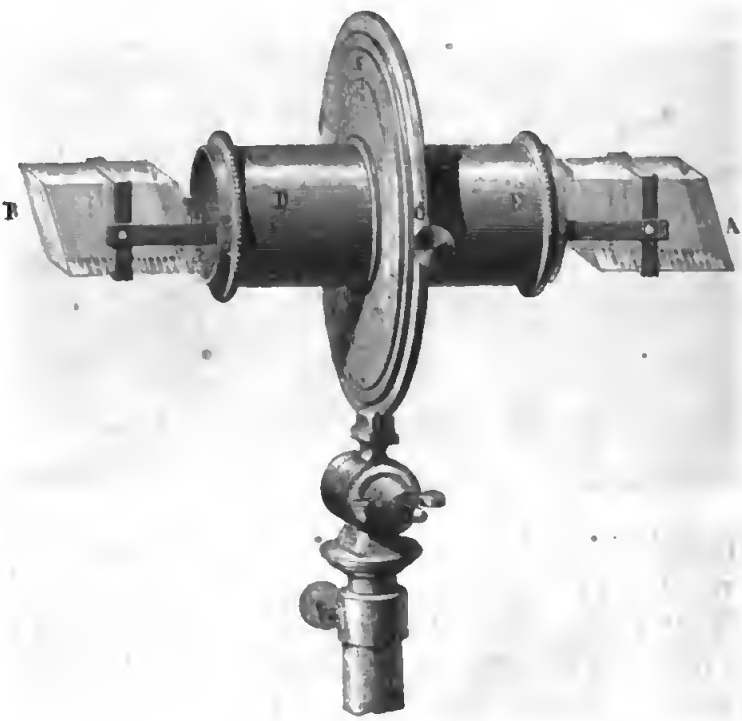
Un rhomboèdre de spath se conduira absolument de la même manière; mais il y aura une action de plus. Le faisceau incident LA non-seulement se réfractera en AA', mais il donnera en outre un deuxième système de rayons AS qui s'écarteront des premiers dans le cristal et reprendront leurs directions primitives en sortant; ils seront dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'une ouverture *e*, et ils feront une image réelle en E sur la ligne *e*C prolongée.

Les deux images O et E sont toutes deux contenues dans la section principale du cristal, et quand on fera tourner celle-ci autour de la ligne LL′ de manière qu'elle fasse avec le plan vertical des angles de 0, 45, 90...., 360 degrés, on verra les images se placer en O, E, en O′, E′, en O″, E″, etc. (*fig.* 794, n° 2).

On voit, en résumé, qu'en pénétrant dans le cristal, un faisceau lumineux se sépare en deux, qui se réfractent inégalement : le premier, le moins dévié, se nomme *faisceau ordinaire;* le second, *faisceau extraordinaire*. Tous deux sont dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par les points *o* et *e*; tous deux sont compris, ainsi que leurs images agrandies et réelles O et E, dans la section principale; ils ont la même intensité, quelle que soit la direction de cette section; elle est égale à la moitié de celle du faisceau direct.

Pour faire l'expérience, on place sur le banc d'optique un appareil spécial (*fig.* 795) formé de deux tubes D et E, le

Fig. 795.



premier immobile, le second tournant autour de son axe par l'effet d'un bouton C. Un cercle divisé F mesure ses déplace-

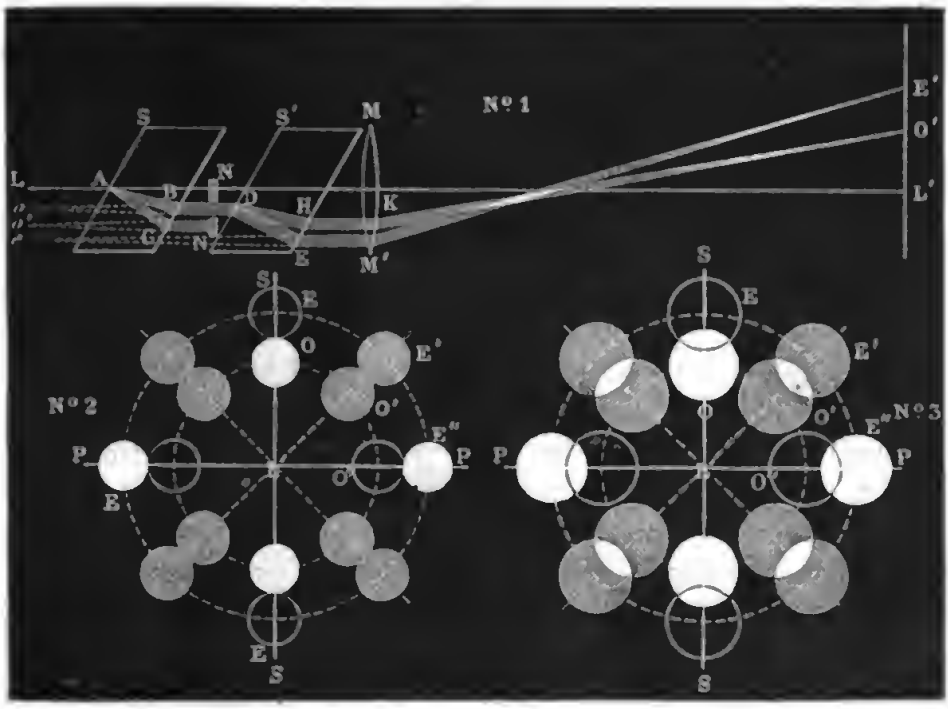
ments. Aux extrémités de D et E on place, sur le premier un diaphragme percé d'un petit trou, sur le second E, un rhomboèdre A de spath d'Islande. Il suffira ensuite d'éclairer le diaphragme par une lampe et de projeter les images avec une lentille qu'on mettra à la suite de A.

Il y a maintenant deux questions à traiter : 1° il y a à chercher si la lumière qui forme les deux images O et E possède les mêmes propriétés physiques que la lumière incidente, ou si elle a subi des modifications; 2° il y a à étudier les lois de la réfraction dans les deux images, c'est-à-dire les lois de la propagation des deux ondes dans le cristal.

Ces deux questions sont connexes, mais comme il est impossible de les étudier toutes deux en même temps, nous commencerons par la première. Examinons d'abord le rayon ordinaire.

POLARISATION DU RAYON ORDINAIRE. — Recevons les rayons émanés d'une ouverture circulaire très-petite L sur un pre-

Fig. 796.



mier rhomboèdre fixe, dont la section principale SC (*fig.* 796)

sera, par exemple, verticale; puis, interceptant le faisceau extraordinaire par un écran NN, nous laisserons passer les rayons ordinaires BD qui seront dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par une ouverture *o*. Nous les réfracterons ensuite à travers un second rhomboèdre S'E, et nous ferons avec cette lumière, qui a subi une première réfraction ordinaire, les mêmes expériences que précédemment avec la lumière naturelle. Comme précédemment, nous aurons sur l'écran deux images, l'une ordinaire O', l'autre extraordinaire E'; elles seront encore dans la section principale du second cristal et prendront les mêmes positions que dans la *fig.* 794, n° 2; seulement leurs intensités varieront avec l'angle α que fait la seconde section principale avec la première, c'est-à-dire avec le plan vertical. L'aspect de ces images est représenté (*fig.* 796, n° 2).

Quand cet angle α est nul, l'image extraordinaire E a disparu. Elle augmente peu à peu d'intensité quand l'angle croît; mais en même temps l'image ordinaire diminue. A 45 degrés O' et E' sont égales; à 90 degrés, les mêmes variations d'intensité se continuant, l'image ordinaire O'' est devenue nulle, et l'extraordinaire E'' maxima.

La rotation se poursuivant de 90 à 180 degrés, les intensités repassent par les mêmes valeurs que de 90 degrés à zéro; et enfin, α croissant de 180 à 360 degrés, les images reprennent les mêmes éclats que de zéro à 180 degrés.

1° La première conséquence à tirer de cette remarquable expérience est que la lumière du rayon ordinaire fourni par le premier cristal n'est pas constituée comme la lumière naturelle, puisque celle-ci donne à travers un rhomboèdre des images toujours égales en intensité, et celle-là des images variables avec l'angle α des deux sections. Cette lumière n'a pas les mêmes propriétés dans tous les azimuts qu'on mène suivant sa direction; il semble qu'elle soit assimilable à un prisme qui aurait quatre faces rectangulaires. On dit qu'elle est *polarisée*.

2° Les deux images O' et E' ont la même intensité quand la section principale du deuxième rhomboèdre occupe deux positions symétriques par rapport au plan vertical SS ou au plan horizontal PP, qui sont le premier parallèle, le second per-

pendiculaire à la section principale SS du premier rhomboèdre. Le rayon ordinaire *o* est donc symétrique par rapport à ces deux azimuts; on dit qu'il est polarisé dans la section principale SS; cela veut dire simplement que si la deuxième section principale est confondue avec la première, l'image extraordinaire est nulle, et qu'elle croît jusqu'à un maximum, quand l'angle des deux sections principales augmente jusqu'à 90 degrés, tandis que l'image ordinaire, d'abord maxima, décroît jusqu'à zéro.

3° Malus a fixé par une loi qui porte son nom la valeur des éclats de ces images. Soit I celui de la lumière naturelle qui arrive au premier rhomboèdre SC, $\frac{I}{2}$ sera l'éclat de l'image ordinaire O. Prenons un diaphragme assez grand pour que les deux images O′ et E′ ne soient pas entièrement séparées, mais au contraire confondues dans une partie de leur champ (*fig.* 796, n° 3). On constatera que la partie où les deux images se superposent a un éclat constant et égal à celui de l'image ordinaire O fournie par le premier cristal avant qu'elle soit décomposée par le deuxième rhomboèdre. Il faut donc qu'en désignant par E′ et O′ les éclats des deux images, on ait

$$E' + O' = O = \frac{I}{2}.$$

On sait d'ailleurs que O′ varie de $\frac{I}{2}$ à o et E′ de o à $\frac{I}{2}$ quand l'angle α des deux sections principales change de o à 90 degrés. On satisfait à toutes ces conditions en écrivant généralement

$$O' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha, \quad E' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha.$$

C'est en cela que consiste la loi de Malus; elle a été vérifiée par des mesures photométriques précises.

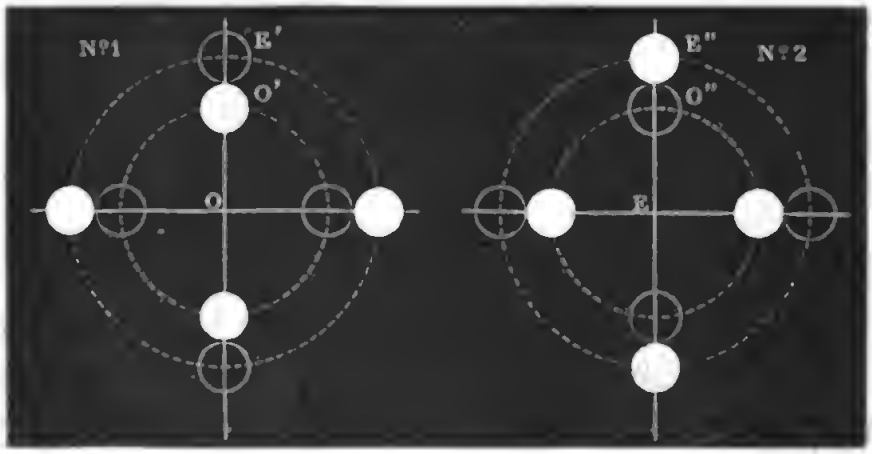
POLARISATION DU RAYON EXTRAORDINAIRE. — En déplaçant l'écran NN (*fig.* 796), on peut intercepter le rayon ordinaire BD, laisser passer au contraire le faisceau extraordinaire CN et étudier sa réfraction à travers le second rhomboèdre S′E. On trouve que la lumière qui le compose n'est plus de la

lumière naturelle, qu'elle a éprouvé les mêmes modifications que celle du faisceau ordinaire, qu'elle est polarisée; seulement elle est polarisée dans le plan horizontal perpendiculaire à la section principale SC, et les intensités du rayon ordinaire O″ et du rayon extraordinaire E″ qu'elle produit se déduiront de celles qu'on a trouvées pour O′ et E′ en remplaçant α par $90^\circ - \alpha$. On aura

$$O'' = \frac{1}{2}\sin^2\alpha, \quad E'' = \frac{1}{2}\cos^2\alpha.$$

Si nous résumons ces phénomènes, nous voyons que tout faisceau de lumière naturelle égal à I, émis par une ouverture étroite L, se décompose, en traversant un premier rhomboèdre SC, en deux moitiés égales : la première, réfractée ordinairement, égale à $\frac{1}{2}$ polarisée dans le plan vertical SC, la deuxième, réfractée extraordinairement, égale à $\frac{1}{2}$ polarisée dans le plan perpendiculaire à la section principale SC. En traversant un deuxième rhomboèdre, ces deux faisceaux donnent chacun une image ordinaire et une image extraordinaire, polarisées dans des plans parallèles et perpendiculaires à la section principale de S′E. On voit (*fig.* 797, n° 1) en O′ et

Fig. 797.



E′ les deux images fournies par le rayon ordinaire et en E″ et O″ (n° 2), celles qui résultent du rayon extraordinaire.

Voici le tableau des intensités de ces quatre images :

Rayon naturel.	A TRAVERS le premier cristal.	A TRAVERS le second cristal.	Plan de polarisation.	Somme.	
I.....	$O = \frac{I}{2}$	$O' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha$	0	$\frac{I}{2}$	I
		$E' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha$	90		
	$E = \frac{I}{2}$	$O'' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha$	0	$\frac{I}{2}$	
		$E'' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha$	90		

Quand on n'intercepte aucun des deux rayons ordinaire ou extraordinaire sortis du premier cristal, on voit sur l'écran se peindre les images O′, O″, E′, E″, et y prendre les intensités exprimées dans le tableau précédent. Les expériences se font en mettant l'un après l'autre les deux rhomboèdres B et A (*fig.* 795) et en faisant tourner le second par le bouton C.

TOURMALINE. — Tous les cristaux qui ont, comme le spath, un axe de symétrie, et qui n'en ont qu'un, se comportent comme le spath d'Islande. Ceux qui sont colorés et qui absorbent une portion de la lumière offrent une particularité spéciale qui est surtout sensible dans la tourmaline.

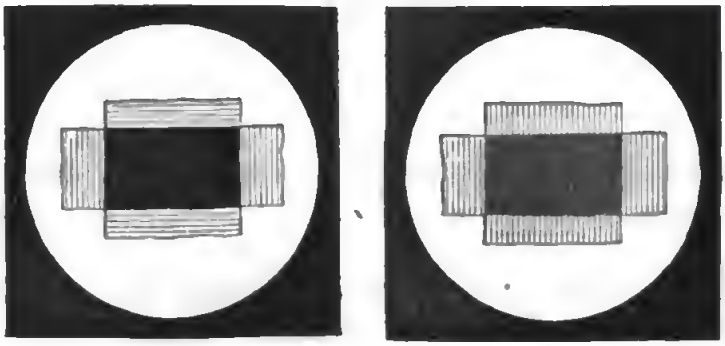
Lorsqu'on la taille parallèlement à l'axe sous une épaisseur convenable e, et qu'on la fait traverser par un faisceau de lumière naturelle d'intensité I, on obtient : 1° un faisceau extraordinaire qui devrait être égal à $\frac{I}{2}$, mais qui est réduit par l'absorption à $\frac{I}{2}m^e$. Il est peu affaibli; il est polarisé perpendiculairement à la section principale. 2° Le faisceau ordinaire est $\frac{I}{2}n^e$; mais le coefficient n est tellement petit, que le faisceau est sensiblement annulé à partir d'une épaisseur égale à 1 millimètre. Il suit de là que la tourmaline transforme la lumière naturelle en un faisceau affaibli $\frac{I}{2}m^e$, ordinairement coloré en vert, et polarisé perpendiculairement à la section principale.

Quand deux tourmalines sont superposées, la première ne laisse passer que l'image E, la seconde que l'image E″, et l'on a

$$E'' = \frac{1}{2} m^{2e} \cos^2 \alpha.$$

Si elles sont parallèles, la lumière les traverse; quand on

Fig. 798.



les croise à angle droit, elle est éteinte. Voici (*fig.* 798) l'aspect présenté sur un écran par l'image des tourmalines croisées ou parallèles.

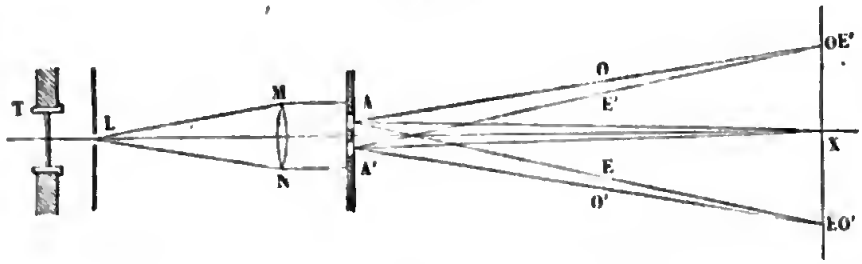
On voit par ces expériences que la lumière naturelle éprouve en se polarisant une modification capitale. Il est nécessaire de voir si, après l'avoir subie, elle a conservé ou non les propriétés que nous avons primitivement étudiées. Or, la lumière polarisée se propage, se réfléchit, se réfracte et se disperse suivant les mêmes lois de direction que la lumière naturelle. Mais, en essayant de reproduire les expériences d'interférence, Fresnel et Arago ont découvert des actions spéciales que nous allons examiner.

INTERFÉRENCES DES RAYONS POLARISÉS.

Plaçons sur le banc d'interférences (*fig.* 799) : 1° en T une tourmaline qui polarisera la lumière perpendiculairement à sa section principale; 2° en L une fente mince; 3° en MN une lentille ayant son foyer en L; 4° en AA′ un écran percé de deux fentes étroites A et A′; 5° en X un écran pour recevoir les images ou bien la loupe mobile qui est destinée à les ob-

server. Les choses se passeront comme s'il y avait en A et en A′ deux bandes lumineuses concordantes, et on verra des

Fig. 799.



franges en X absolument comme si la lumière n'avait pas été polarisée.

Prenons maintenant une lame très-mince de spath d'Islande à faces parallèles, taillée parallèlement à l'axe; coupons-la en deux parties et plaçons-les, l'une en A, l'autre en A′, en dirigeant leurs sections principales dans le plan de la figure. Il se présentera trois cas.

I. Si par la tourmaline T la lumière incidente a été polarisée dans le plan des deux sections principales, elle donnera deux rayons ordinaires en traversant A et A′ : l'expérience montre qu'ils interfèrent comme la lumière naturelle, et que le centre des franges est en X.

II. Si cette lumière est polarisée dans le plan perpendiculaire aux sections principales, elle se réfracte extraordinairement, et les franges sont encore symétriques par rapport à X. En résumé, dans ces deux cas, les lumières polarisées ordinairement ou extraordinairement ne se distinguent point de la lumière naturelle; mais il faut remarquer que leurs plans de polarisation sont parallèles.

III. Polarisons maintenant la lumière à 45 degrés des sections principales; elle donnera dans chaque lame A, A′ : 1° deux rayons ordinaires O, O′, polarisés dans le plan de la figure, qui interféreront et donneront un système de franges dont le centre sera en X; 2° deux rayons extraordinaires E, E′, polarisés perpendiculairement, et qui produiront un deuxième système de franges superposé au premier. L'expérience montre qu'il en est ainsi. Mais on remarquera que O, le faisceau ordinaire de A, et E′ l'extraordinaire de A′, pourraient également

interférer. S'ils le faisaient, le centre des franges devrait être placé en OE'. On démontrera, en effet, que dans le spath le rayon ordinaire marche moins vite que le rayon extraordinaire, et qu'après avoir parcouru une distance plus petite AO, le premier concorde avec le second, qui a traversé une longueur A' E' plus grande. Par la même raison, le système des franges développées par le concours des rayons O' et E aurait son milieu en EO'. Or, l'expérience ne fait voir ni l'un ni l'autre de ces systèmes. Et si l'on remarque que O et E' d'une part, O' et E de l'autre, sont polarisés dans des plans rectangulaires, on peut déjà conclure que les rayons polarisés à angle droit n'interfèrent point.

Déplaçons maintenant l'une des lames, A' par exemple, et dirigeons sa section principale perpendiculairement à celle de l'autre lame A et au plan de la figure.

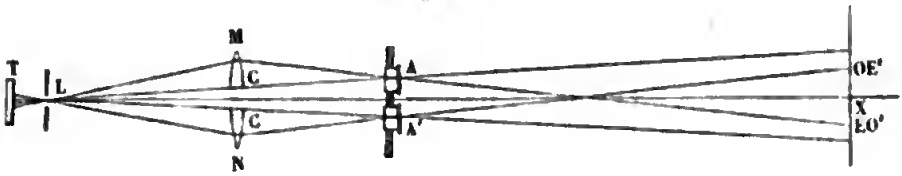
1° La lumière étant polarisée dans le plan de la figure par la tourmaline T, elle donne deux faisceaux : l'un ordinaire en A, l'autre extraordinaire en A'. Le premier est en retard sur le second; leurs plans de polarisation sont parallèles, et l'on voit des franges dont le centre est en OE'.

2° Le plan de polarisation étant dirigé perpendiculairement à l'axe de A et parallèlement à celui de A', A donne un rayon extraordinaire E, A', un faisceau ordinaire O'; la différence de marche a changé de signe; les plans de polarisation sont restés parallèles et les franges se placent en EO'. On voit par là que les rayons ordinaire et extraordinaire peuvent interférer, bien qu'ils aient une différence de marche, mais c'est à la condition que leurs plans de polarisation seront parallèles.

3° Enfin, lorsqu'on met l'axe de la tourmaline à 45 degrés de ceux des lames A et A', il se forme à travers chacune d'elles deux rayons réfractés; l'ordinaire de l'une et l'extraordinaire de l'autre sont polarisés dans le même plan, ils interfèrent et donnent deux systèmes, l'un en OE', l'autre en EO'; mais les deux rayons ordinaires O, O', ainsi que les deux rayons extroordinaires E, E', qui tout à l'heure interféraient en O lorsque leurs plans de polarisation étaient parallèles, ne donnent plus de franges maintenant que ces plans sont perpendiculaires.

Toutes ces expériences peuvent se répéter avec un réfractomètre quelconque, et en particulier avec celui de M. Billet. On placera les deux lames cristallisées en A et en A′ (*fig.* 800).

Fig. 800.



Dans tous les cas, elles se résument comme il suit : « Deux rayons polarisés interfèrent comme la lumière naturelle, lorsque leurs plans de polarisation sont parallèles, et ne donnent plus de franges quand ces plans sont perpendiculaires. »

SENS DES VIBRATIONS DANS LES RAYONS POLARISÉS. — Cela posé, nous allons aborder la question de rechercher si, dans un rayon de lumière polarisée, les vibrations sont longitudinales ou transversales. Il est dès l'abord évident qu'elles ne peuvent être longitudinales; car si cela était, un rayon polarisé offrirait les mêmes propriétés dans tous les plans menés par la direction de sa propagation. En traversant un cristal de spath, il pourrait se décomposer en deux rayons; mais leurs intensités ne changeraient pas quand on ferait tourner la section principale du cristal autour de la ligne de propagation.

Mais ces vibrations pourraient être obliques. Si cela était, deux rayons polarisés à angle droit seraient toujours décomposables en vibrations transversales et en vibrations longitudinales, et celles-ci devraient toujours interférer. Comme cela n'a point lieu, il n'est pas possible que dans un rayon de lumière polarisée les vibrations soient obliques : il faut qu'elles soient normales à sa direction. Il nous reste à déterminer l'azimut dans lequel elles s'exécutent. Or, les rayons polarisés offrent des propriétés symétriques par rapport à deux plans menés suivant la direction de leur propagation (*fig.* 797), l'un, celui de la polarisation, l'autre perpendiculaire. Il faut donc, à cause de cette symétrie, que les vibrations soient dirigées dans l'un ou dans l'autre de ces plans. Mais aucun des phénomènes qui nous sont jusqu'à présent connus ne peut

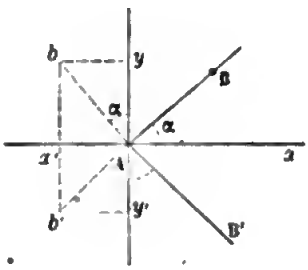
nous apprendre si elles sont dans l'un plutôt que dans l'autre, dans le plan de polarisation plutôt que dans le plan normal.

Les propriétés que nous étudierons dans la suite viendront combler cette lacune. Elles nous montreront que les vibrations se font perpendiculairement au plan de polarisation. Admettons dès à présent ce résultat, sauf à le justifier dans la suite.

Si l'on veut matérialiser l'idée que nous devons nous former d'un rayon de lumière qui se propage horizontalement et qui est polarisé dans le plan vertical, il faut se figurer une corde vibrante indéfinie et horizontale qu'on a ébranlée en un de ses points et à laquelle on a imprimé des vibrations horizontales. Celles-ci se propagent le long de la corde et constituent un rayon sonore dont les vibrations restent horizontales à toute distance : il est POLARISÉ dans le plan vertical. Il est clair qu'il a des propriétés symétriques autour de deux plans, celui des vibrations et celui qui lui est perpendiculaire. On va voir que pour le rayon sonore, comme pour le rayon lumineux, ces propriétés peuvent mécaniquement se prévoir.

COMPOSITION DES VIBRATIONS RECTANGULAIRES. — Étudions l'action d'un cristal biréfringent dont la section principale est dirigée suivant Ax (*fig.* 801). Soit un rayon projeté en A, polarisé dans l'azimut AB qui fait un angle α avec Ax. Sa vibration sera dirigée suivant Ab; elle sera exprimée par

Fig. 801.



$$V = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

On pourra la décomposer en deux autres : l'une dirigée suivant Ay,

$$y = a \cos \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

qui constituera un rayon polarisé suivant Ax : ce sera le rayon ordinaire. L'autre composante, dirigée suivant Ax', donnera un rayon polarisé suivant Ay, perpendiculairement à

la section principale : ce sera le rayon extraordinaire représenté par la formule

$$x' = -a \sin \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Les intensités de ces rayons sont exprimées par le carré des amplitudes

$$O = a^2 \cos^2 \alpha, \quad E = a^2 \sin^2 \alpha.$$

C'est la loi de Malus. La décomposition d'un rayon polarisé en deux autres, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, n'est donc rien autre chose que la décomposition, suivant les lois de la mécanique, d'une vibration plane en deux autres, rectangulaires, concordantes, dirigées suivant les plans de symétrie du cristal qui effectue cette décomposition.

Inversement, deux vibrations concordantes rectangulaires, dirigées suivant x et y,

$$x' = -m \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = n \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

peuvent se composer en une résultante unique Ab, exprimée par la formule

$$V = Ab \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Son intensité sera égale à la somme de celles de ses composantes :

$$\overline{Ab}^2 = m^2 + n^2.$$

Elle sera polarisée suivant la ligne AB qui fait avec Ax un angle α donné par la formule

$$\tang \alpha = \frac{-x'}{y} = \frac{m}{n}.$$

Nous allons confirmer ces résultats en complétant ce que nous avons dit de l'interférence des rayons polarisés (*fig.* 799). Supposons le cas où les deux sections principales des lames A et A′ sont perpendiculaires et où la lumière incidente est polarisée à 45 degrés de chacune d'elles. Les rayons ordinaires O, O′ sont polarisés à angle droit, égaux en intensité,

et ils ont traversé, quand ils arrivent en X, des chemins égaux. Par conséquent, leur superposition doit constituer une lumière d'intensité égale à leur somme et polarisée dans un azimut α égal à 45 degrés, c'est-à-dire dans le plan de la polarisation primitive (*fig.* 801). Donc, en recevant cette lumière sur une tourmaline ayant son axe dans ce même plan, on les éteindra; on verra une frange obscure en X, et d'autres bandes sombres à droite et à gauche de X, en tous les points où la différence de marche sera égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$. Pour tous les points où cette différence de marche sera un multiple impair de la demi-longueur d'onde, les vibrations concourantes seront, l'une dirigée suivant x', l'autre suivant y'; elles se composeront en une vibration résultante Ab' ou en un rayon polarisé dans l'azimut AB′, à -45 degrés de Ax. Donc, en tournant la tourmaline de 90 degrés, on verra les franges changer, devenir sombres à tous les points où la différence de marche est égale à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, et brillantes à ceux où elles étaient primitivement obscures, c'est-à-dire où la différence de marche est $2n\frac{\lambda}{2}$. La tourmaline fait apparaître successivement ces apparences inverses; mais on les voit toutes deux en même temps quand on la remplace par un cristal biréfringent dont la section principale est parallèle à AB. Le rayon extraordinaire contient les franges du premier système, le rayon ordinaire celles du second. Si on supprime ce cristal, l'œil reçoit les deux systèmes à la fois; et comme les franges obscures de l'un occupent la place des franges brillantes de l'autre et que leurs intensités sont complémentaires, on voit une lumière uniforme. Ainsi, les rayons polarisés à angle droit interfèrent en réalité; mais cette interférence se borne à changer les plans de polarisation sans modifier les intensités; elle ne peut être constatée qu'en recevant la lumière sur un cristal qu'on nomme l'*analyseur* et que nous retrouverons dans tous les cas analogues.

LUMIÈRE NATURELLE. — On sait que la lumière naturelle se décompose par un cristal en deux rayons polarisés à angle

droit et d'égale intensité; or il semblerait résulter de ce que nous venons dire que ceux-ci, s'ils se superposent, doivent composer un rayon polarisé à 45 degrés. Il n'en est rien : ils reproduisent de la lumière naturelle.

Quand nous avons étudié les interférences, nous avons représenté la vibration d'une molécule en un point d'un rayon par la formule

$$v = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right).$$

Mais nous n'avons point tardé à reconnaître que deux rayons qui n'ont pas une origine commune n'interfèrent point. Cela nous a conduit à admettre que les vibrations doivent, après des périodes de temps très-courtes par rapport à la durée de nos impressions, mais très-longues par rapport au temps T, éprouver des perturbations de phases brusques, absolument comme les cordes sonores quand la direction de l'archet change. Il est probable que ces perturbations ne s'arrêtent point là, qu'elles se produisent aussi sur l'amplitude a et même sur la direction et la forme des vibrations. De sorte que dans un rayon naturel les amplitudes et les phases éprouveraient, après certains intervalles de régularité, des variations brusques, et que, de plus, les vibrations se feraient tantôt suivant Ay, tantôt suivant Ax, tantôt dans une quelconque des directions intermédiaires.

Pendant que la vibration a lieu suivant Ab, on peut la remplacer par deux composantes x' et y dont les amplitudes sont $a \cos \alpha$ et $a \sin \alpha$; et si l'on recompose x' et y, elles reproduisent Ab; mais comme Ab varie de moment en moment, elles reproduisent un rayon polarisé dans un azimut perpétuellement variable, c'est-à-dire la lumière naturelle.

Il n'en est plus de même si l'on prend pour origine un rayon polarisé vibrant suivant Ab. Son amplitude et sa phase sont encore variables; mais sa direction de vibration reste toujours la même, et si on le décompose en deux vibrations rectangulaires x' et y, elles ont des amplitudes dont le rapport est constant et égal à $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$. Si on les recompose, elles reproduisent toujours une vibration dirigée suivant Ab. De là une

règle invariable : si l'on veut faire interférer deux rayons polarisés, il faut qu'ils proviennent d'un rayon polarisé lui-même, comme il faut que deux rayons naturels proviennent de la même source.

Ces perturbations n'empêchent point qu'on ne puisse employer dans les calculs la formule de vibration qui nous a déjà servi. Car du moment que nous partirons toujours d'un rayon originel unique polarisé dans un plan fixe, toutes les perturbations seront communes dans les divers rayons auxquels il donnera lieu; elles affecteront leurs intensités ou leurs phases, mais nullement les rapports de ces intensités et la différence de ces phases, si ce n'est aux moments où ces perturbations auront lieu, moments très-courts et très-rares comparés aux durées pendant lesquelles les vibrations gardent leur régularité.

Nous savons maintenant quelles sont les longueurs d'onde des vibrations des diverses couleurs et quelle est leur direction. Il ne reste plus rien d'indéterminé dans la théorie des ondes. Si donc elle est vraie, les divers phénomènes de l'optique doivent non-seulement se prévoir, mais se calculer dans toutes les circonstances et se déduire des lois de la Mécanique. Alors le rôle de l'expérience s'abaisse : elle n'est plus le guide unique qui doit nous montrer les phénomènes; elle est réduite ou à chercher des constantes numériques ou à vérifier des résultats mathématiques. Nous allons, en conséquence, changer entièrement le mode d'exposition des phénomènes; nous les déduirons du calcul et nous les vérifierons *à posteriori*. Cette marche abrégera l'étude; elle aura cet autre avantage de montrer comment, les principes d'une science étant découverts, ils conduisent par déduction à tous les détails et résolvent tous les problèmes.

QUATRE-VINGT-SIXIÈME LEÇON.

DOUBLE RÉFRACTION.

Lois de l'élasticité de l'éther. — Vitesse de la lumière. — Cas de l'onde ordinaire, ou extraordinaire. — Explication des lois connues. — Direction des vibrations dans un rayon polarisé. — Surface de l'onde. — Construction d'Huyghens. — Cas général. — Face parallèle à l'axe; plan d'incidence parallèle ou perpendiculaire à cet axe. — Face perpendiculaire à l'axe. — Calcul général dans le cas où le rayon incident est dans la section principale. — Réfraction à la sortie d'un cristal. — Applications. — Prisme de Rochon, — de Wollaston, — de Senarmont, — de Nicol, — de M. Foucault.

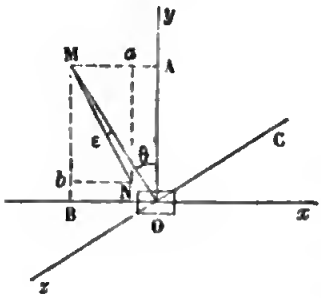
DOUBLE RÉFRACTION UNIAXIALE.

Les substances transparentes cristallisées se divisent en trois classes : dans la première, celle du système cubique, il n'y a aucune dissymétrie autour d'un point, et la propagation des ondes se fait comme dans les milieux qui ne sont pas cristallisés. La deuxième comprend les cristaux qui se rapportent au rhomboèdre et au prisme droit à base carrée; ils ont un axe de symétrie et déterminent une double réfraction symétrique autour de cet axe. Dans la troisième se placent tous les autres cristaux dont les axes sont inégaux et souvent obliques; ils ont une double réfraction régie par des lois très-complexes. Nous n'étudierons dans ce chapitre que la double réfraction dans les cristaux de la deuxième classe.

LOIS DE L'ÉLASTICITÉ DE L'ÉTHER. — Pour bien faire comprendre la théorie de la double réfraction, imaginons d'abord une verge métallique rectangulaire, encastrée dans un étau, projetée en O (*fig.* 802), et dont les côtés sont parallèles à Ox et à Oy. Si on déplace son extrémité d'une quantité $OA = \sigma$ dans le sens Oy, on développera une force d'élasticité de flexion proportionnelle à σ, à l'épaisseur e et à un facteur constant μ; elle est égale à $\mu\sigma e$. Qu'on vienne ensuite à déplacer la règle de

la même quantité $OB = \sigma$ dans le sens des x, la force élastique sera différente et égale à $\mu\sigma e'$, parce que l'épaisseur est devenue e'. Dans l'un et dans l'autre cas, la verge abandonnée à elle-même décrira des oscillations planes suivant Oy ou Ox, et les nombres de vibrations pendant l'unité de temps seront proportionnels à e et à e'. Mais si l'on écarte la règle de la même quantité σ dans une direction quelconque OM faisant un angle θ avec Oy, on peut remplacer ce déplacement par ses deux composantes, $\sigma\cos\theta = OA$ suivant Oy, et $\sigma\sin\theta = OB$ suivant Ox; chacune de ces composantes déterminera une réaction élastique correspondante, la première $\mu\sigma e\cos\theta = Mb$, la deuxième $\mu\sigma e'\sin\theta = Ma$, et la résultante sera

Fig. 802.



$$R = MN = \mu\sigma\sqrt{e^2\cos^2\theta + e'^2\sin^2\theta}:$$

elle fera avec Oy un angle Y, et l'on aura

$$\cos Y = \frac{\mu\sigma e\cos\theta}{R}, \quad \sin Y = \frac{\mu\sigma e'\sin\theta}{R}.$$

Cette force n'est donc plus dirigée suivant le déplacement OM, mais suivant une direction différente MN; d'où il résulte que la règle abandonnée à elle-même décrira une oscillation qui ne sera point dans le plan du déplacement OM, qui ne sera plus plane; elle pourra, comme on le sait, affecter des formes très-complexes.

Les mêmes phénomènes se présentent si la verge est carrée, c'est-à-dire si $e = e'$, pourvu qu'elle soit taillée dans un cristal dont l'axe est dirigé suivant Ox ou Oy. Savart l'a démontré en faisant vibrer une pareille verge dans le sens Ox et dans le sens Oy, ce qui donnait des notes différentes. Il fit en outre tailler dans un gros cristal de quartz une plaque carrée à faces parallèles entre elles et à l'axe de cristallisation. Deux côtés étaient parallèles, les deux autres perpendiculaires à l'axe Ox. Si cette lame eût été en verre et qu'on l'eût mise en vibration par un archet en attaquant les deux systèmes de côtés, elle

eût donné le même son; étant en cristal, elle rend des notes différentes quand on la fait vibrer parallèlement ou perpendiculairement à l'axe. On en conclut que la force élastique développée dans un cristal par un même écart σ, toutes choses égales d'ailleurs, est différente quand cet écart est produit parallèlement ou perpendiculairement à l'axe.

Or, bien qu'on ne sache pas comment l'élasticité de l'éther change avec l'élasticité des molécules matérielles qui constituent un milieu, il est certain qu'elles dépendent l'une de l'autre, et Fresnel s'en est prévalu pour admettre que dans tout cristal l'élasticité de l'éther change avec la direction du déplacement. Répétons mot pour mot au sujet de l'éther ce que nous venons de dire au sujet d'une règle vibrante.

Supposons qu'une molécule d'éther O (*fig.* 802) ait reçu un déplacement d'amplitude égal à σ, elle reviendra à sa position d'équilibre, décrira des oscillations isochrones et deviendra le centre d'une onde dont l'intensité sera proportionnelle à σ^2. La force élastique qui la ramènera à sa position d'équilibre sera proportionnelle à ce déplacement σ et à un facteur qui dépend de sa direction.

1° Si le déplacement a lieu suivant OA, perpendiculairement à l'axe du cristal Ox, mais dans un azimut quelconque autour de cet axe, la force élastique sera constante et pourra se représenter par $\mu\sigma a^2$.

2° Si le déplacement se fait suivant OB dans la direction de l'axe, cette force élastique sera différente et égale à $\mu\sigma b^2$.

3° Enfin, lorsque la molécule aura été écartée dans une direction quelconque OM, le déplacement σ pourra se décomposer en deux : l'un $\sigma\cos\theta$ suivant OA, l'autre $\sigma\sin\theta$ suivant OB; tous deux développeront des forces élastiques

$$\mu\sigma a^2\cos\theta = \mathrm{M}b, \quad \mu\sigma b^2\sin\theta = \mathrm{M}a;$$

leur résultante sera

$$\mathrm{R} = \mu\sigma\sqrt{a^4\cos^2\theta + b^4\sin^2\theta},$$

elle fera avec Oy un angle Y, et l'on aura

$$\cos\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma a^2\cos\theta}{\mathrm{R}}, \quad \sin\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma b^2\sin\theta}{\mathrm{R}}.$$

Cette force sera dirigée suivant MN; elle fera avec MO un angle ε exprimé par la formule

$$\cos\varepsilon = \cos(\theta - Y) = \cos\theta\cos Y + \sin\theta\sin Y,$$

$$\cos\varepsilon = \frac{\mu\sigma(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta)}{R}.$$

Enfin, cette force se décomposera en deux : l'une perpendiculaire à OM, l'autre suivant OM, que nous représenterons par $\mu\sigma c^2$ et qui sera

$$\mu\sigma c^2 = R\cos\varepsilon = \mu\sigma(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta).$$

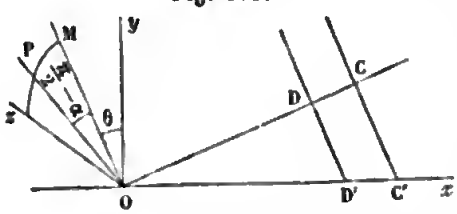
VITESSES DES RAYONS RÉFRACTÉS. — On sait, d'un autre côté, que la vitesse de propagation des ondes planes est exprimée par $\sqrt{\frac{e}{d}}$, et comme la densité est constante en tous les points d'un cristal, la vitesse sera proportionnelle à la racine carrée des forces élastiques que nous venons de calculer; elle pourra se représenter par a, b ou c dans chacun des trois cas précédents.

Quand une lumière passe du vide dans un milieu, l'indice de réfraction est égal au rapport de la vitesse dans l'air à la vitesse dans ce milieu. Si nous représentons la première par l'unité, par n_o, n_e, n'_e les indices du cristal dans les trois directions considérées, nous aurons

$$n_o = \frac{1}{a}, \quad n_e = \frac{1}{b}, \quad n'_e = \frac{1}{c}.$$

Considérons en général (*fig.* 803) une onde plane se propageant suivant OC dans un cristal dont l'axe est Ox. COx est la section principale, OM son intersection avec le front de l'onde. Soit OP la direction des vibrations qui est quelconque et fait un angle $90^\circ - \alpha$ avec OM. On peut décomposer le déplacement OP $= \sigma$ en deux autres : l'un suivant Oz normal au plan COx,

Fig. 803.



égal à $\sigma \cos \alpha$; l'autre suivant OM dans la section principale, et égal à $\sigma \sin \alpha$. Le premier est normal à l'axe Ox; il développe une force élastique $\sigma a^2 \cos \alpha$; il donne naissance à une onde qui se propage avec la vitesse a. Le deuxième, $\sigma \sin \alpha$, étant oblique à l'axe, produira une force élastique $\sigma c^2 \sin \alpha$, et une onde dont la vitesse sera c. Insistons sur ces résultats.

1° Toute onde incidente polarisée va donc se décomposer dans le cristal en deux autres, et il y aura une double réfraction, excepté pour $\alpha = 0$ ou pour $\alpha = 90°$, c'est-à-dire quand le plan de polarisation de la lumière sera parallèle ou perpendiculaire à celui de la section principale. L'expérience confirme cette conclusion.

2° Le déplacement $\sigma \sin \alpha$, parallèle à la section principale, se transmet suivant une onde dont la vitesse c varie avec la direction de propagation. C'est l'onde extraordinaire dont la réfraction suit des lois spéciales. Au contraire, le déplacement $\sigma \cos \alpha$, perpendiculaire à la section principale, se propage avec une vitesse constante a dans toutes les directions. Dès lors l'onde suit la loi de Descartes comme si la substance n'était pas cristallisée : c'est l'onde ordinaire, son indice est $n_0 = \frac{1}{a}$.

Or l'expérience prouve qu'en effet l'une des deux ondes suit la loi de Descartes et qu'elle est polarisée dans la section principale. Suivant la théorie, c'est celle dont le déplacement $\sigma \cos \alpha$ est perpendiculaire à cette section principale. Il faut donc, pour faire accorder la théorie et l'expérience, admettre que dans un rayon polarisé les vibrations sont perpendiculaires au plan de polarisation. On se rappelle que les phénomènes étudiés jusqu'à présent laissaient indéterminé le sens de ces vibrations; on vient de voir comment l'étude des phénomènes de la double réfraction a permis de combler cette lacune.

3° L'amplitude des vibrations de l'onde incidente est σ et son intensité σ^2. Son plan de polarisation perpendiculaire à OP fait un angle α avec OM et $90° - \alpha$ avec Oz. L'onde se décompose en deux, l'une ordinaire, polarisée dans la section principale, dont l'amplitude est $\sigma \cos \alpha$ et l'intensité $\sigma^2 \cos^2 \alpha$; l'autre extraordinaire, $\sigma \sin \alpha$, dont l'intensité est $\sigma^2 \sin^2 \alpha$. Cette loi nous est déjà connue, c'est la loi de Malus.

SURFACE DE L'ONDE. — Les deux ondes planes que nous venons de considérer se propageront suivant OC (*fig.* 803) et se trouveront, après l'unité de temps, l'ordinaire à une distance $OD = a$ sur un plan DD′ normal à OD, l'extraordinaire à une distance $OC = c$ sur un autre plan normal CC′. Pour la première, les vibrations seront dans le plan DD′ et perpendiculaires à $CO x$. Pour la seconde, elles seront dans le plan CC′ et parallèles à $CO x$. Si maintenant nous supposons que le point O soit un centre d'ébranlement dans l'intérieur du cristal, la lumière qui en émane se propagera dans tous les sens à la fois et arrivera, après l'unité de temps, sur deux surfaces que l'on nomme *surfaces de l'onde* et que nous allons déterminer. La première sera le lieu d'arrivée des vibrations Oz, perpendiculaires à la section principale $CO x$, qui ont une vitesse constante a : c'est donc une sphère de rayon a; c'est l'onde ordinaire. La deuxième, l'onde extraordinaire, est le lieu des vibrations dirigées suivant OM dans le plan $CO x$; c'est l'enveloppe de tous les plans menés normalement à OC à une distance $c = \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta}$.

Puisque tout est symétrique autour de l'axe, cette surface sera de révolution autour de Ox; il suffit donc de chercher sa génératrice, ou la courbe enveloppe de CC′. L'équation de cette ligne est

$$x = -y \operatorname{tang}\theta + \frac{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}}{\cos\theta}$$
$$= -y \operatorname{tang}\theta + \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{tang}^2\theta}.$$

Il faudra chercher sa différentielle par rapport à θ; elle est

$$-\frac{y}{\cos^2\theta} + \frac{\dfrac{2b^2 \operatorname{tang}\theta}{\cos^2\theta}}{2\sqrt{a^2 + b^2\operatorname{tang}^2\theta}} = 0, \quad y = \frac{b^2 \operatorname{tang}\theta}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{tang}^2\theta}},$$

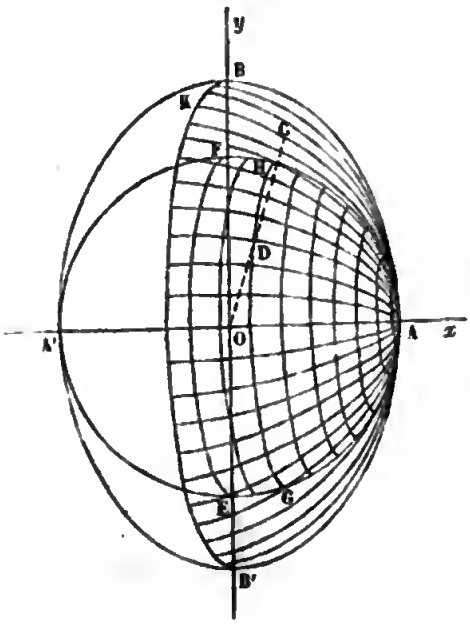
puis éliminer θ entre l'équation première et sa différentielle. On trouve aisément

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Par conséquent, la surface cherchée est un ellipsoïde de révolution dont l'axe polaire est $x = a$ et l'axe équatorial $y = b$.

En résumé, tout ébranlement déterminé en O sera transmis après l'unité de temps sur deux surfaces d'onde (*fig.* 804):

Fig. 804.



l'une, l'onde ordinaire, est une sphère dont le rayon est $a = \frac{1}{n_e}$; elle se décompose en rayons tels que OD. Chacun d'eux est polarisé dans la section principale DAO; au point D les vibrations sont normales à cette section, sur toute la surface de la sphère elles sont dirigées suivant les cercles GDH,... parallèles à l'équateur EF. L'autre surface d'onde est un ellipsoïde de révolution BAB'A' tangent à la sphère à ses pôles; son axe OA est $a = \frac{1}{n_e}$; son axe équatorial est $OB = b = \frac{1}{n_o}$. Tout rayon OC a une vitesse de propagation C égale au rayon vecteur OC; il est polarisé perpendiculairement à la section principale; il a ses vibrations dans cette section, c'est-à-dire dans le plan méridien ACK.

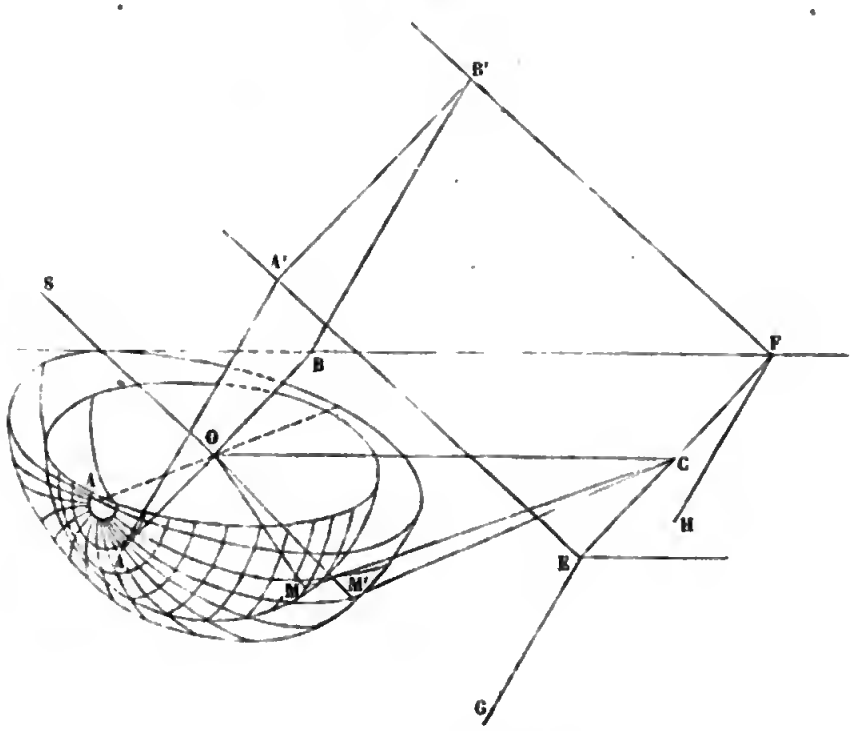
CONSTRUCTION D'HUYGHENS. — Cherchons maintenant ce qui arrive quand une onde plane passe de l'air dans un milieu cristallisé tel que le spath.

Soit ABA'B' (*fig.* 805) l'onde incidente, AB sa trace sur la surface du cristal ABEF. Après avoir occupé cette position, elle se transporte parallèlement à elle-même, et au bout d'un temps égal à l'unité elle est arrivée en EFGH, après avoir parcouru un espace B'F égal à l'unité. La distance OC des deux traces AB et EF est égale à $\frac{1}{\sin i}$.

Pendant qu'elle parcourait l'espace B'F dans l'air, l'onde pénétrait dans le milieu. Pour déterminer la surface sur laquelle le mouvement est arrivé, il faut remarquer que chacun

des points du plan ABEF a été successivement ébranlé, et qu'ils ont envoyé dans l'intérieur des ondes élémentaires dont les axes sont proportionnels au temps écoulé entre l'instant où ils ont été touchés et celui où l'onde incidente a atteint la trace EF, temps qui est en raison inverse de la

Fig. 805.



distance de ces points à EF, et qui est égal à l'unité pour ceux de AB. Toutes ces ondes élémentaires se composent d'une sphère et d'un ellipsoïde; l'enveloppe de toutes les sphères sera l'onde ordinaire, celle de tous les ellipsoïdes l'onde extraordinaire, et il est évident que toutes deux seront planes et qu'elles passeront par EF.

Pour déterminer la première enveloppe, il suffit de construire la sphère de rayon $a = \frac{1}{n_0}$ qui est émise par le point O pendant l'unité de temps avec une vitesse a et de lui mener un plan tangent par la trace EF; ce plan sera l'onde réfractée ordinairement. Si M est le point de tangence, OM est le rayon

réfracté qui correspond au rayon incident OS; on a

$$\sin r = \frac{OM}{OC} = \frac{\frac{1}{n_0}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_0}, \quad \frac{\sin i}{\sin r} = n_0.$$

Comme $n_0 = \frac{1}{a}$ est constant, ce rayon suit la loi de Descartes : c'est le rayon ordinaire. En chaque point tel que M, ses vibrations sont tangentes aux parallèles que nous avons tracés sur la sphère; il est polarisé dans le plan du méridien OAM qui est celui de la section principale.

La deuxième enveloppe se trouvera de la même manière. On construira l'ellipsoïde ayant son centre en O, un axe de révolution $a = \frac{1}{n_0}$, un axe équatorial $b = \frac{1}{n_e}$, et on lui ménera par EF un plan tangent, qui sera l'onde extraordinaire. Si M′ est le point de tangence, OM′ sera le rayon réfracté; sa vitesse sera égale au rayon vecteur OM′, elle sera variable; son indice sera $\frac{1}{OM'}$, il ne sera pas constant; la loi de Descartes ne s'appliquera pas; les vibrations seront dirigées suivant le méridien AOM′ qui est le plan de la section principale; et le plan de polarisation sera perpendiculaire à cette section.

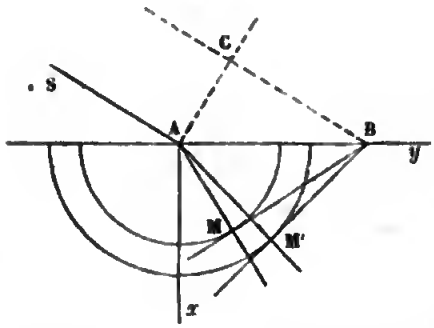
VÉRIFICATION. — Il faut maintenant vérifier ces lois. Nous commencerons par montrer que l'un des deux rayons réfractés suit réellement la loi de Descartes, quelle que soit la direction de la route qu'il parcourt. Le procédé qui est à la fois le plus simple et le plus exact consiste à scier plusieurs lames dans un cristal de spath suivant des directions quelconques et différentes, à les coller l'une au-dessus de l'autre, puis à les tailler en un prisme dont les arêtes soient perpendiculaires à leurs faces de jonction. Si l'on examine à travers ce prisme, sur un goniomètre, la lumière fournie par une fente, on voit que les spectres extraordinaires donnés par les diverses lames sont inégalement déviés, mais qu'il n'y a qu'un seul spectre ordinaire, absolument comme si le prisme était fait d'un morceau unique de spath. L'indice n_0 est donc indé-

pendant de la direction, et on le peut mesurer absolument comme si la substance n'était pas cristallisée.

Nous n'avons plus qu'à nous occuper du rayon extraordinaire, et nous examinerons trois cas.

I. *Lame parallèle à l'axe; plan d'incidence perpendiculaire à l'axe* (*fig.* 806). — Soit A la projection de l'axe : si nous appliquons à ce cas la règle d'Huyghens, nous voyons que le plan d'incidence coupe l'ellipsoïde suivant son équateur dont le rayon AM′ est $b = \frac{1}{n_e}$, et la sphère suivant un cercle de rayon $AM = a = \frac{1}{n_o}$. Prenons $AB = \frac{1}{\sin i}$, et, suivant une ligne B normale au plan de la figure, menons les deux plans tangents. Les points de contact M et M′ seront évidemment dans le plan d'incidence; on a de plus

Fig. 806.



$$\sin r = \frac{AM'}{AB} = \frac{\frac{1}{n_e}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_e}$$

ou

$$\sin i = n_e \sin r,$$

ce qui est la loi de Descartes. Pour vérifier ce résultat, on taille un prisme dont les arêtes soient parallèles à l'axe; on le fixe verticalement au centre d'un cercle divisé et l'on mesure la déviation du rayon extraordinaire. Le plan d'incidence est perpendiculaire aux arêtes, ou à l'axe, et on trouve que la déviation est donnée par les formules établies pour les prismes ordinaires.

Quand on fait cette expérience, on voit deux spectres. L'ordinaire est polarisé parallèlement à l'axe et l'extraordinaire perpendiculairement. On peut donc éteindre l'un des deux par une tourmaline et mesurer la déviation de l'autre, puis calculer n_o et n_e. J'ai donné (p. 433) les résultats obtenus par

M. Mascart; voici ceux qui avaient été trouvés par Rudberg pour les diverses raies.

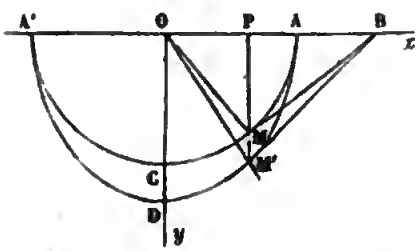
Indices ordinaire et extraordinaire, d'après Rudberg.

	SPATH.		QUARTZ.	
Raies.	Ordinaire.	Extraordinaire.	Ordinaire.	Extraordinaire
	n_o	n_e	n_o	n_e
B.....	1,65308	1,48391	1,54090	1,54990
C.....	1,65452	1,48455	1,54181	1,54085
D.....	1,65850	1,48635	1,54418	1,55328
E.....	1,66360	1,48868	1,54711	1,55631
F.....	1,66802	1,49075	1,54965	1,55894
G.....	1,67617	1,49453	1,55425	1,56365
H.....	1,68330	1,49780	1,55817	1,56772

Les expériences que nous venons de rapporter prouvent que la section de l'onde extraordinaire par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle de rayon $b = \frac{1}{n_e}$; cette onde est donc une surface de révolution par rapport à l'axe. Pour chercher sa génératrice, nous étudierons sa réfraction dans un cristal taillé parallèlement à l'axe, quand le plan d'incidence contient cet axe.

II. *Lame parallèle à l'axe. Plan d'incidence contenant l'axe* (*fig.* 807). — Dans ce cas, l'ellipsoïde et la sphère se projettent suivant ADA', ACA', l'axe suivant Ox et les plans tangents suivant BM et BM'. Les rayons réfractés OM et OM' sont encore dans le plan d'incidence; les points M et M' sur une même perpendiculaire à Ox. Par suite,

Fig. 807.

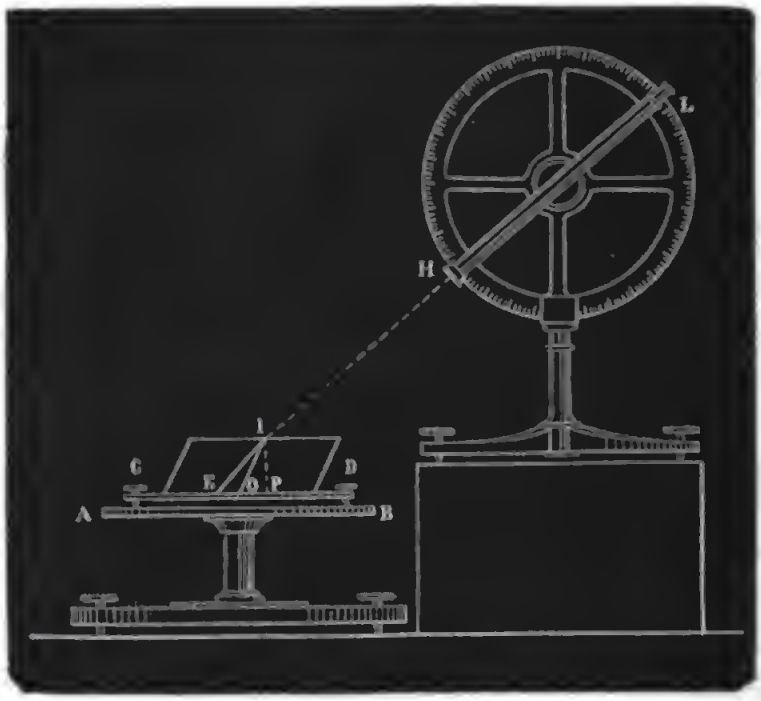


$$\frac{\tang r}{\tang r'} = \frac{PM'}{PM} = \frac{b}{a} = \frac{n_o}{n_e}.$$

Pour vérifier cette loi remarquable on emploie le procédé suivant qui a été imaginé par Malus.

Sur la plate-forme centrale d'un cercle horizontal AB, on fixe un cristal de spath EIO, aussi épais que possible, dont

Fig. 808.



les faces sont parallèles entre elles et à l'axe. On s'assure que la face supérieure est horizontale, quand en faisant tourner la plate-forme on ne déplace pas l'image réfléchie d'un point éloigné. Un théodolite placé en HL vise à la fois la surface I et une règle divisée EOP placée sous le cristal, dans la direction du plan d'incidence qui est aussi le plan de la section principale. Cette règle est dédoublée; l'image ordinaire d'un point O coïncide avec l'image extraordinaire d'un autre point E, et tous deux se voient suivant IHL. Par conséquent, un rayon LHI se dédoublerait dans le cristal suivant IO et IE. On mesure sur la règle la distance des points O et E, et l'on a

$$OP = e \operatorname{tang} r,$$
$$EP = e \operatorname{tang} r',$$

$$\frac{EP - OP}{e} = \frac{OE}{e} = \operatorname{tang} r' - \operatorname{tang} r, \quad \frac{\operatorname{tang} r'}{\operatorname{tang} r} = 1 + \frac{OE}{e \operatorname{tang} r}.$$

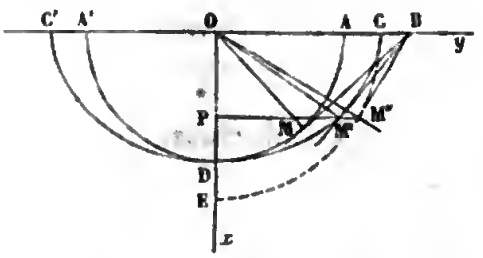
On connaît e, on a mesuré OE, on calcule tang r, puisqu'on connaît n_e et i ; on peut donc déterminer le deuxième membre de cette équation. L'expérience a prouvé qu'il était constant et égal à $\frac{n_e}{n_o}$; donc

$$\frac{\tang r'}{\tang r} = \frac{n_e}{n_o}.$$

Une fois démontrée par l'expérience, cette relation prouve que la section de la surface de l'onde par un plan diamétral est une ellipse. Conséquemment, puisque cette surface est de révolution, elle est un ellipsoïde dont les axes sont a et b. Les deux vérifications que nous venons de faire suffisent donc pour justifier complétement la loi théorique ; nous allons la confirmer par un troisième cas particulier.

III. *Lame perpendiculaire à l'axe.* — L'axe étant Ox (*fig.* 809), toute section des surfaces d'onde faite suivant sa direction donne un cercle ADA′ et une ellipse CDC′ dont les axes sont a et b. Le point de contact M′ est encore dans le plan d'incidence.

Fig. 809.



Si on décrit un cercle OCE de rayon b et qu'on mène à ce cercle une tangente BM″, les points M″M′ seront sur une même perpendiculaire M″P à Ox. On a, en désignant par ρ l'angle POM″,

$$\frac{\tang r'}{\tang \rho} = \frac{M''P}{M'P} = \frac{b}{a};$$

on a de plus

$$\sin\rho = \frac{OM''}{OB} = b \sin i,$$

par suite

$$\tang r' = \frac{b}{a}\frac{\sin\rho}{\cos\rho} = \frac{b^2 \sin i}{a\sqrt{i - b^2 \sin^2 i}}.$$

Malus a vérifié cette relation comme la précédente (*fig.* 808). Du moment qu'elle est démontrée, on peut conclure que la section de l'onde extraordinaire par un plan diamétral quel-

conque est une ellipse dont les axes sont a et b, et par suite que la surface de cette onde est un ellipsoïde de révolution dont cette ellipse est la génératrice. L'étude de ce cas suffirait pour justifier la théorie. Cette étude conduit en outre à une remarque importante : b étant plus grand que a, n_e est plus petit que n_o; le rayon extraordinaire OM' est plus éloigné de l'axe que l'ordinaire OM. Le contraire aurait lieu si b était plus petit que a ou n_e plus grand que n_o. Or, c'est justement ce qui a lieu pour le quartz; aussi, dans ce cristal, le rayon extraordinaire est plus rapproché de la normale que le rayon ordinaire.

On peut dès lors diviser les cristaux en deux classes : les premiers, où $n_e < n_o$; on les nomme *répulsifs* ou *négatifs*, parce que le rayon OM' est comme repoussé par l'axe; les autres, où $n_e > n_o$; dans lesquels OM' semble attiré par l'axe; on les appelle *attractifs* ou *positifs*.

CRISTAUX ATTRACTIFS.

Zircon.	Suracétate de cuivre et de chaux.
Quartz.	Hydrate de magnésie.
Stannite.	Glace.
Boracite.	Hyposulfate de chaux.
Apophyllite.	Dioptase.
Sulfate de potasse et de fer.	Argent rouge.

CRISTAUX RÉPULSIFS.

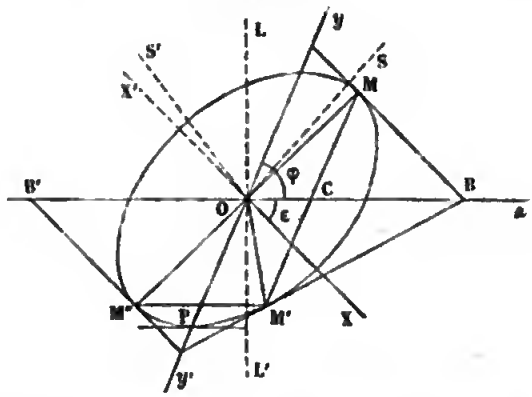
Spath.	Vernérite.
Carbonate de chaux et de magnésie.	Mica.
Carbonate de chaux et de fer.	Phosphate de plomb.
Tourmaline.	Arséniate de potasse.
Rubellite.	Cinabre.
Corindon.	Mellite.
Saphir.	Molybdate de plomb.
Rubis.	Octaédrite.
Émeraude.	Arséniate de plomb.
Béryl.	Arséniate de cuivre.
Apatite.	Néphéline.
Idocrase.	

CAS D'UNE SECTION PRINCIPALE QUELCONQUE. — Il serait superflu de chercher d'autres vérifications, et le calcul suffira pour

déterminer dans tous les cas particuliers les divers phénomènes de la double réfraction. Toutefois, ce calcul étant complexe, nous allons nous réduire au seul cas qui soit utile dans les applications, celui où le plan d'incidence se confond avec la section principale; alors les deux rayons refractés restent dans ce plan, et on n'a à considérer au lieu de l'ellipsoïde qu'une section diamétrale.

Soient BB′ la face d'entrée (*fig.* 810), ε l'angle qu'elle fait

Fig. 810.



avec l'axe OX du cristal. Cet angle sera égal à 45°23′ si BB′ est une face de clivage naturel. Nous rapporterons l'ellipse à ses diamètres conjugués B′OB et Oy. En désignant par ε′ l'angle que Oy fait avec l'axe OX, on sait qu'on a

$$\tang\varepsilon . \tang\varepsilon' = -\frac{b^2}{a^2}.$$

Cette équation fera connaître ε′. Si on pose $\varepsilon' = \varepsilon + \varphi$, φ étant l'angle yOx ou B′OP,

$$\tang(\varepsilon + \varphi) = \frac{\tang\varepsilon + \tang\varphi}{1 - \tang\varphi \tang\varepsilon} = \frac{-b^2}{a^2 \tang\varepsilon}.$$

D'où l'on tire

$$\tang\varphi = \frac{a^2 \tang^2\varepsilon + b^2}{(b^2 - a^2)\tang\varepsilon}.$$

Les valeurs des deux axes conjugués O$x = a'$, O$y = b'$ sont données par les relations

$$a'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon + b^2 \cos^2\varepsilon}, \quad b'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon' + b^2 \cos^2\varepsilon'}.$$

On pourra donc, dans chaque cas particulier où ε sera connu, calculer ε', a' et b'. Je supposerai ce calcul fait, et l'équation de l'ellipse sera déterminée :

$$a'^2 y^2 + b'^2 x^2 = a'^2 b'^2.$$

Il faudra maintenant, pour trouver le rayon réfracté correspondant à une incidence i, prendre $OB = \frac{1}{\sin i}$, par le point B mener une tangente BM', et OM' sera le rayon réfracté; il fera, avec la normale un angle r que nous allons calculer.

I. Soit d'abord $i = 0$, c'est-à-dire le rayon incident normal et dirigé suivant LO. Dans ce cas, $\frac{1}{\sin i} = \infty$, et il faut mener une tangente parallèle à Ox. On sait qu'elle passera en P à l'extrémité du diamètre conjugué Oy; donc le rayon réfracté sera ce diamètre conjugué OP; l'angle de réfraction R ou POL' sera complémentaire de B'OP ou de φ et l'on aura

$$\tang R = \cot \varphi = \frac{(b^2 - a^2)\tang \varepsilon}{a^2 \tang^2 \varepsilon + b^2}.$$

Si $\varepsilon = 0$, $\tang R = 0$. Si ε croît, R augmente jusqu'à un maximum; enfin, pour $\varepsilon = 90$ degrés, R redevient nul. On trouve que le maximum d'écart a lieu pour $\varepsilon = 48°7'10''$, et alors on trouve $r = 6°14'20''$. Ce cas est sensiblement réalisé par les cristaux de spath taillés suivant leurs faces de clivage, dans lesquels $\varepsilon = 45°23'20''$ et $R = 6°12'$. Cela veut dire que le rayon ordinaire, continuant sa route en ligne droite suivant OL', l'extraordinaire OP s'écarte de l'axe OX et fait avec la normale un angle de réfraction POL' égal à 6°12'.

II. Supposons l'incidence quelconque et égale à i, et que le rayon incident vienne de S' en O : il faudra prendre $OB = \frac{1}{\sin i}$ du côté Ox et mener des tangentes BM' et BM dont l'équation sera

$$a'^2 yy' + b'^2 xx' = a'^2 b'^2.$$

En exprimant qu'elles passent par B, dont les coordonnées sont $y = 0$, $x = \frac{1}{\sin i}$, on trouve pour le point de contact M'

$$x' = a'^2 \sin i, \quad y' = -b' \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}.$$

En comptant l'angle de réfraction à droite de la normale, on a dans le triangle OM'C

$$\frac{-y'}{x'} = \frac{\sin(90^\circ - r)}{\sin(90 - \varphi + r)} = \frac{\cos r}{\cos(\varphi - r)} = \frac{1}{\cos\varphi + \sin\varphi \operatorname{tang} r},$$

d'où, en remplaçant x' et y',

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2 \sin i - b' \cos\varphi \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \sin\varphi \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}.$$

Si $\varepsilon = 0$, la plaque est parallèle à l'axe; $\operatorname{tang}\varphi = \infty$, l'angle φ est égal à 90 degrés; l'ellipse est rapportée à ses axes principaux et l'on trouve

$$\operatorname{tang} r = \frac{a}{b} \frac{a \sin i}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 i}}.$$

En désignant par r_0 l'angle de réfraction ordinaire, on a $a \sin i = \sin r_0$. Donc

$$\frac{\operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} r_0} = \frac{a}{b} = \frac{n_e}{n_0},$$

résultat déjà connu.

Si $\varepsilon = 90$ degrés, la plaque est perpendiculaire à l'axe (*fig.* 809), φ est encore égal à 90 degrés; l'ellipse est encore rapportée à ses axes principaux, mais a' se change en b et b' en a, et l'on a

$$\operatorname{tang} r = \frac{b^2 \sin i}{a \sqrt{1 - b^2 \sin^2 i}},$$

formule que nous avons déjà trouvée pour ce cas particulier.

Enfin, si l'on prend un cas intermédiaire, par exemple celui où la face est de clivage, φ prend une valeur égale à $(90^\circ - R)$, R étant l'angle de réfraction normal calculé précédemment et compté à gauche de la normale : on a

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2 \sin i - b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}};$$

pour $i = 0$,

$$\operatorname{tang} r = -\operatorname{tang} R;$$

l'angle de réfraction est à gauche de la normale.

Si i augmente, r diminue. Il arrive un moment où tang r est nul, c'est-à-dire où le rayon réfracté est normal,

$$a'^2 \sin i = b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}.$$

En posant

$$a' \sin i = \sin I, \quad \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i} = \cos I,$$

$$\frac{a' \sin I}{b' \cos I} = \sin R, \quad \operatorname{tang} I = \frac{b'}{a'} \sin R.$$

On trouve que pour une face de clivage, l'incidence pour laquelle le rayon réfracté est normal est égale à (9°,49′25″). Pour des incidences plus grandes, r devient positif et augmente. Enfin, si $i = 90$ degrés, $\sin i = 1$, et on atteint l'angle limite

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2 - b' \sin R \sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2}}.$$

Le calcul donne $r = 35° 31'$ quand la surface réfringente est une des faces de clivage.

Examinons maintenant le cas où le rayon incident vient de S en O : alors le point B doit être pris dans le sens opposé, en B′, et la tangente est B′M″. Mais si OB′ = OB, c'est-à-dire si les deux rayons SO et S′O font des angles d'incidence i égaux, B′M″ est parallèle à BM, et les points de contact M, M″ se trouvent aux extrémités d'un même diamètre. Ainsi MM′ et M′M″ sont deux cordes supplémentaires, et la première étant parallèle au diamètre yy', la seconde sera parallèle à xx' et divisée en deux parties égales par yy'. D'où il résulte que les deux rayons réfractés font des angles égaux avec OP, c'est-à-dire avec la direction du rayon réfracté quand l'incidence est normale. Ce théorème est dû à Huyghens.

Si l'on calcule, comme précédemment, l'angle des rayons réfractés QM″, on trouve, en comptant r à gauche de la normale,

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2 \sin i + b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}};$$

l'angle r augmente en même temps que i; mais on remarquera que sous l'incidence normale le rayon est dévié vers la gauche, et que r est $> i$; qu'ensuite, sous des incidences

obliques, r est $< i$. Il faut donc que pour une incidence donnée i devienne égal à r. Ce calcul assez complexe a été fait par M. Billet qui trouve

$$i = 15°56'20''.$$

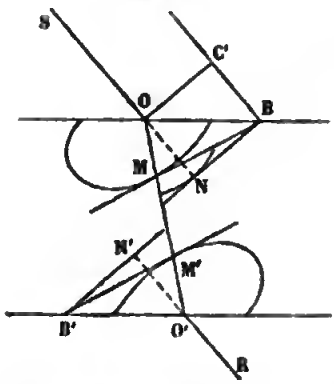
Enfin si i, augmentant toujours, devient égal à 90 degrés, on atteint l'angle limite qui est

$$\tang r = \frac{a'^2 + b' \sin R \sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2}},$$

valeur plus grande que la précédente. Elle est, pour une face de clivage, égale à 42°57'50".

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE A LA SORTIE D'UN CRISTAL. — On peut modifier comme il suit la construction d'Huyghens (*fig.* 811).

Fig. 811.



Prolongez le rayon incident SO en ON, décrivez du point O une sphère de rayon ON = 1, menez un plan tangent en N, il est clair qu'il rencontre la surface suivant une ligne perpendiculaire au plan d'incidence et qui passe en B, à une distance $OB = \frac{1}{\sin i}$. Le point B ainsi trouvé, le reste de la construction s'achève comme précédemment.

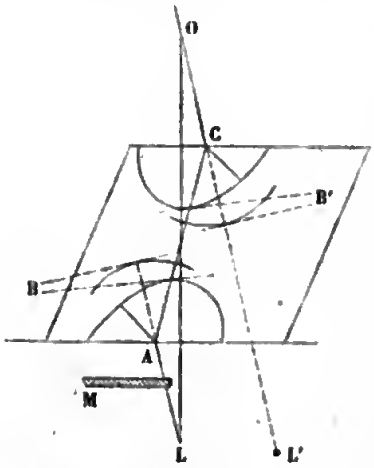
Nous pouvons nous proposer maintenant de chercher comment se réfracte un rayon OO' qui sort du cristal pour passer dans l'air. Il faudra faire inversement la construction : décrire du point O' l'ellipsoïde connu et mener en M' un plan tangent qui rencontrera la surface suivant une ligne passant en B'. Elle sera perpendiculaire au plan de réfraction dans l'air. Du point O' on décrira ensuite une sphère avec un rayon O'N' égal à l'unité, suivant la ligne B' on mènera un plan tangent B'N', et on joindra N', O' par une droite dont le prolongement O'R sera le rayon réfracté.

On reconnaît de suite que si les faces du cristal OB, O'B' sont parallèles, tout rayon incident SO donnera un rayon réfracté parallèle O'R. Car les deux ellipsoïdes décrits de O et

de O′ ayant leurs axes égaux et parallèles, les plans tangents en M et M′ seront parallèles, couperont les deux surfaces suivant des lignes B et B′ parallèles et également éloignées de O et de O′; par suite, les plans tangents aux deux sphères seront parallèles, ainsi que les rayons SON, N′O′R.

Cela explique une curieuse expérience due à Monge. Quand on place un cristal au-dessus d'un point lumineux L (*fig.* 812) et qu'on regarde du point O, on voit deux images, l'une ordinaire L qui n'a point été déviée, l'autre L′ qui est jetée de côté. Comme les rayons incidents et émergents LA et CO sont parallèles, il faut que le faisceau extraordinaire intérieur AC coupe le faisceau ordinaire LO. Aussi, en faisant glisser sous le cristal un obstacle M à gauche de LO, on voit disparaître l'image L′ qui est à droite.

Fig. 812.



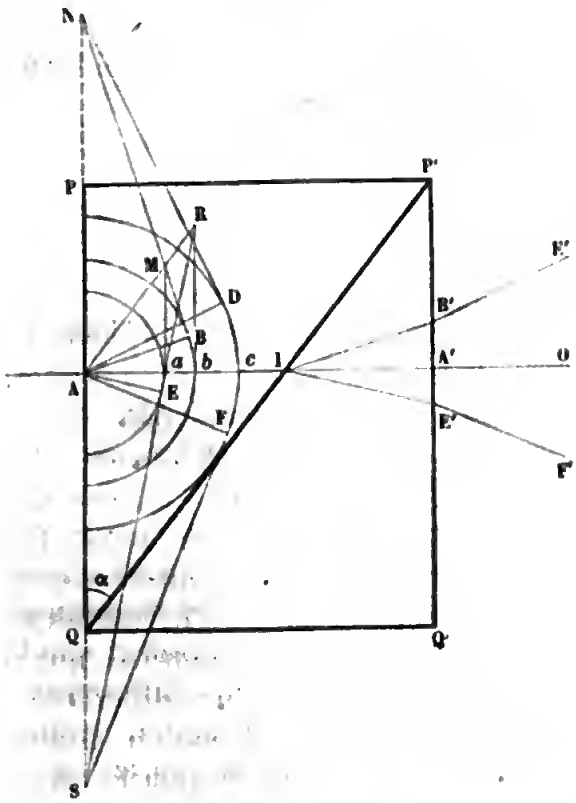
APPLICATIONS. — Pour étudier les phénomènes de polarisation, nous nous sommes servi de gros rhomboèdres de spath. On peut les remplacer par des prismes biréfringents moins volumineux et moins coûteux.

PRISME DE ROCHON (*fig.* 813). — Deux prismes de spath de même angle α sont collés l'un à l'autre par de la térébenthine. La face PQ du premier est normale à l'axe, les arêtes du second sont parallèles à cet axe. De cette façon, la section normale du biprisme contient l'axe du premier; elle est perpendiculaire à la section principale du second.

Un rayon incident normal de lumière naturelle traverse le premier prisme sans déviation, et ordinairement; il se dédouble au point I en un rayon ordinaire IA′ qui continue sa route en ligne droite et sort suivant AO, polarisé perpendiculairement au plan de la figure, et en un rayon extraordinaire IB′ qui émerge suivant B′E′, polarisé dans le plan de la figure.

Pour trouver la marche de ce rayon extraordinaire, menons du point A comme centre trois cercles de rayons Aa, Ab, Ac égaux aux vitesses a, b, 1 de la lumière dans les rayons ordinaire, extraordinaire et dans l'air. Le rayon se réfracte ordinairement en A et prend la vitesse a; ensuite il passe dans le deuxième prisme et échange sa vitesse a contre la vitesse b. Supposons que la section P′Q passe en A et soit représentée par AR; il faudra mener une tangente en a, la prolonger jusqu'en M, par ce point mener la tangente MB au cercle de rayon b, et AB sera la direction du rayon entrant dans le deuxième prisme.

Fig. 813.



L'angle d'incidence AMa est égal à l'angle α du prisme; désignons l'angle de réfraction AMB par $\alpha + \mu$; nous avons dans les deux triangles rectangles AMa, AMB, qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin(\alpha + \mu)}{\sin \alpha} = \frac{b}{a};$$

et, comme μ est très-petit,

$$\sin\alpha + \mu\cos\alpha = \frac{b}{a}\sin\alpha,$$

$$\mu = \frac{b-a}{a}\operatorname{tang}\alpha.$$

Après avoir pris dans le deuxième prisme la direction IB′ parallèle à AB, le rayon sort en B′. Supposons que la face P′Q′ passe par A et soit représentée par AP. Le rayon échangeant la vitesse b pour la vitesse 1, il faudra mener une tangente en B et la prolonger jusqu'à la rencontre de AP en N; de ce point mener une tangente ND au cercle de rayon 1, et AD sera le rayon réfracté. L'angle d'incidence sera BNA = BMa = μ, l'angle d'émergence DNA = r, et dans les deux triangles AND, ANB qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin r}{\sin\mu} = \frac{1}{b},$$

et en remplaçant μ,

$$\sin r = \frac{b-a}{ab}\operatorname{tang}\alpha = (n - n')\operatorname{tang}\alpha.$$

Le rayon émergent sera B′E parallèle à AD.

Or, puisque le rayon ordinaire AO traverse le cristal sans déviation, r indique l'angle des deux rayons à la sortie du prisme. Si le rayon incident arrivait par la face P′Q′ et sortait par PQ, alors la construction précédente ne serait plus applicable; on trouvera aisément celle qu'il faudrait exécuter; on verrait que le rayon ordinaire reste normal, que le rayon extraordinaire suit une route intérieure différente, mais qu'en définitive il sort avec la même déviation. Ordinairement le prisme de Rochon est construit en quartz, et comme alors l'indice ordinaire n est plus petit que l'extraordinaire n', la déviation est de sens inverse, c'est-à-dire qu'elle a lieu vers la base QQ′ du deuxième prisme.

PRISME DE WOLLASTON. — Il diffère du précédent en ce que dans le premier prisme PP′Q l'axe est parallèle à PQ et perpendiculaire aux arêtes au lieu d'être placé suivant AI; dans

le deuxième il est toujours dirigé suivant les arêtes : de cette manière les sections principales sont à angle droit. Dans ce cas, les intersections de la surface de l'onde par le plan de la figure sont, pour le rayon ordinaire, un cercle du rayon $OA = a$; pour le rayon extraordinaire, une ellipse d'axes a et b dans le premier prisme, et un cercle de rayon b dans le deuxième; enfin un cercle de rayon 1 dans l'air.

En A le rayon se dédouble en deux qui se propagent suivant la même direction AI : l'un ordinaire avec une vitesse a, l'autre extraordinaire avec une vitesse b; le premier est polarisé dans le plan de la figure, le deuxième perpendiculairement.

Le rayon ordinaire, en rencontrant QP′, se réfracte extraordinairement et prend la vitesse b, puis il reprend la vitesse 1 dans l'air. Il suit de là qu'il éprouve la même série d'actions que le rayon extraordinaire dans le prisme de Rochon, qu'il suit la même route et que la déviation est

$$\sin r = (n - n') \operatorname{tang} \alpha.$$

Il n'en est pas de même du rayon extraordinaire. En effet, après avoir reçu la vitesse b dans le premier cristal, il devient ordinaire dans le second avec une vitesse a; nous devons donc mener une tangente à l'ellipse en b jusqu'à la rencontre de la face AR en R, puis de là une seconde tangente RE au cercle de rayon a, et AE sera la direction du rayon réfracté. L'angle d'incidence est $ARb = \alpha$, l'angle de réfraction est $ARE = \alpha - \mu'$, et on a dans les deux triangles ARb, ARE,

$$\frac{\sin(\alpha - \mu')}{\sin \alpha} = \frac{a}{b},$$

$$\sin \alpha - \sin \mu' \cos \alpha = \frac{a}{b} \sin \alpha,$$

$$\sin \mu' = \frac{b - a}{b} \operatorname{tang} \alpha.$$

Enfin, le rayon sort du cristal et reprend la vitesse 1. Prolongeons donc la tangente RE au cercle de rayon a jusqu'à la rencontre en S de la face de sortie transportée en AQ; menons de S une tangente SF au cercle de rayon 1, et AF sera la direction du rayon émergent.

L'angle d'incidence est $ESA = \mu'$; l'angle d'émergence $FSA = r'$, et l'on a dans les triangles AES, AFS

$$\frac{\sin r'}{\sin \mu'} = \frac{1}{a}.$$

Enfin, en remplaçant $\sin \mu'$,

$$\sin r' = \frac{b-a}{ab} \operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang} \alpha (n - n').$$

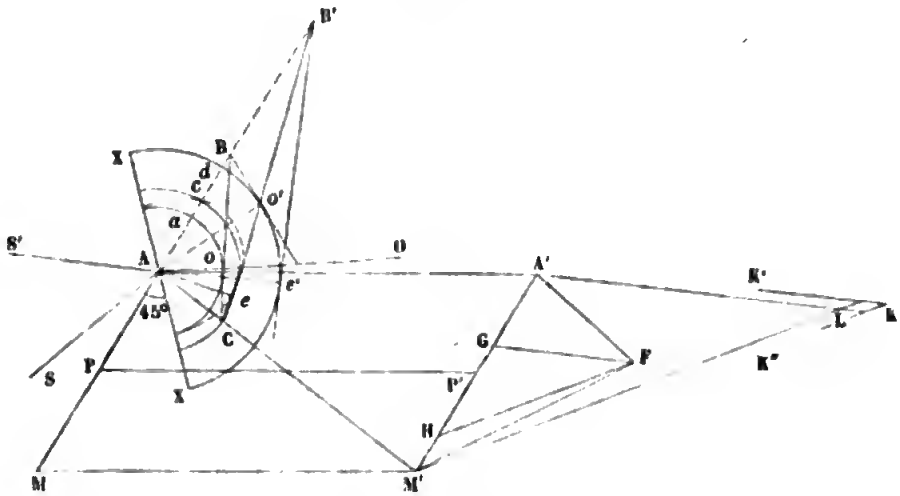
On voit que dans le prisme de Wollaston les deux rayons sont déviés également l'un d'un côté, l'autre de l'autre, et que leur écart est doublé. Il faut remarquer que chaque rayon a subi une déviation inégale pour les diverses couleurs et que les images sont colorées. Dans le prisme de Rochon, l'image ordinaire n'était déviée pour aucune couleur et restait blanche.

PRISME DE NICOL. — Soit AA'MM' (*fig.* 814) un long morceau de spath : AM et A'M' sont les projections de deux faces de clivage sur le plan de la figure qui est une section principale; AA', PP', MM' sont les arêtes. On divise ce cristal en deux morceaux par une section AM' très-oblique; on en polit les deux faces et on les recolle dans leur position première avec un mastic que je supposerai d'abord quelconque.

Si les rayons incidents sont dans le plan de la section principale, les rayons réfractés s'y trouveront également, et il suffira de décrire trois cercles dont les rayons Aa, Ac, Ad sont égaux aux vitesses de la lumière a, c, 1, dans le rayon ordinaire, dans le mastic et dans l'air, et une ellipse dont les axes a et b sont dirigés suivant l'axe XX et perpendiculairement à cet axe. Soit SA un rayon incident; on le prolongera jusqu'en O'; on mènera la tangente O'B qui rencontrera la face d'entrée AM en B. De ce point on mènera la tangente Bo au cercle de rayon a, et AoO sera la direction du rayon ordinaire dans le premier prisme MAM'. Ce rayon viendra rencontrer la couche de mastic, et pour avoir la direction qu'il y prendra il faudra du point C mener une tangente au cercle intermédiaire de rayon AC $= c$. Or, si le point C est situé sur ce cercle, la tangente le touchera en C, le rayon sera réfracté suivant AC et sera à la limite de la réflexion totale.

Inversement, menons par C la tangente C*o* au cercle de rayon *a*; elle rencontrera la surface d'entrée AM au point B. De B menons la tangente BO'; joignons O'A, et la ligne prolongée SA sera le rayon incident qui, réfracté ordinairement, commencera à se réfléchir totalement. Tous les rayons incidents compris dans l'angle SAM se réfracteront, tous ceux qui sont dirigés dans l'angle SAB se réfléchiront totalement.

Fig. 814.



De même, en menant de C une tangente C*e*B' à l'ellipse, et du point B' une seconde tangente B'*e'* au cercle extérieur et joignant *e'*A, S'A*e'* déterminera la limite de réflexion totale pour le rayon extraordinaire; tous les rayons compris dans l'angle S'AM traverseront le cristal extraordinairement, tous ceux qui sont dans l'angle S'AB se réfléchiront totalement. Il en résulte que les rayons compris dans l'angle SAS' donneront naissance à des faisceaux ordinaires qui se réfléchiront totalement et à des rayons extraordinaires qui seront transmis : il en sera de même pour tout autre point de la surface AM.

Or comme, sauf l'interruption occasionnée par la couche de mastic, le cristal formé par les deux prismes recollés est continu et à faces parallèles, les rayons émergents seront parallèles aux rayons incidents. Si l'œil est en F et que nous menions FG et FH parallèles à S'A et à SA, tous les rayons compris dans l'angle GFH se réfracteront extraordinairement, et seront polarisés perpendiculairement à la section principale.

Dans l'angle HFM' il y aura de la lumière naturelle, et on ne verra aucune lumière dans la direction GFA'.

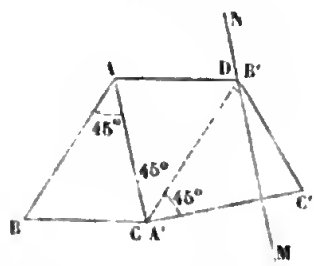
Par conséquent, si l'œil est en L au point d'intersection des deux parallèles A'L et M'L à S'A et SA, toute la lumière sortie du prisme sera polarisée extraordinairement; et *à fortiori*, si l'œil est en K, dans l'angle A'LM' prolongé. Inversement, si on met en F un point lumineux, les seuls rayons qui seront polarisés sont ceux qui, à l'incidence, seront compris dans l'angle GFH; ils le seront tous si le point est en L, ou dans le prolongement de l'angle, A'LM'.

Le point C peut être placé dans l'intérieur de l'ellipse, alors il est impossible de mener la tangente CeB' à cette courbe; cela veut dire que le rayon extraordinaire n'atteint pas la limite de la réflexion totale et qu'il est toujours réfracté. C'est ce qui arrive pour le prisme de Nicol ordinaire, dans lequel les deux prismes sont réunis par du baume de Canada dont l'indice est intermédiaire entre ceux des deux rayons ordinaire et extraordinaire.

M. Foucault a eu l'heureuse idée de supprimer le baume de Canada et de laisser une couche d'air entre les deux prismes juxtaposés. Alors le cercle intermédiaire de rayon A*e* est confondu avec le cercle extérieur de rayon AB = 1, et les deux rayons atteignent leur réflexion totale sous des angles différents. Il suffit alors de donner à l'angle MAM' un angle égal à 35 degrés. Le prisme est beaucoup moins long et son prix moins élevé.

PRISME DE SENARMONT. — On se rappelle que l'axe AC du spath fait environ 45 degrés avec les faces de clivage AB et CD (*fig.* 815). Si donc on coupe ce spath perpendiculairement à la section principale et suivant cet axe, puis que l'on recolle la partie ABC sur ACD en appliquant la face AB sur CD, après l'avoir retournée de 180 degrés, la somme des deux angles ACD, B'A'C' superposés vaudra 90 degrés, et la face AC contiendra l'axe. Ensuite on taille à partir de DB' une face MN perpendiculaire à A'C', et on

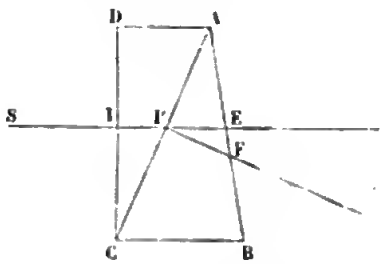
Fig. 815



a un biprisme qui a ses faces extrêmes parallèles entre elles, l'une MN normale à l'axe, l'autre AC parallèle à cet axe, et une face d'intersection CA′DB′ inclinée de 45 degrés. Tout rayon qui tombe normalement sur MN se réfracte ordinairement jusqu'à DB′CA′; ensuite il donne deux rayons : l'un ordinaire, qui continue sa route en ligne droite; l'autre extraordinaire, fortement dévié et coloré. On ferait la figure exacte comme précédemment.

On se contente le plus généralement de prismes de spath ACB taillés sous un angle quelconque (*fig.* 816). L'une des faces AB est naturelle, l'autre AC est coupée perpendiculairement à la section principale. On y accole un autre prisme en verre ACD dont l'angle est un peu plus petit. Un rayon SI tombant normalement sur le verre se décompose dans le spath en deux autres : l'un extraordinaire, qui n'éprouve qu'une déviation et une dispersion très-faible, parce que les indices du verre et du rayon extraordinaire sont sensiblement égaux, l'autre ordinaire, qui a un indice beaucoup plus grand et se trouve rejeté vers la base BC.

Fig. 816.



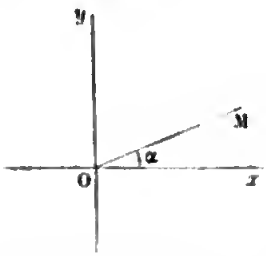
QUATRE-VINGT-SEPTIÈME LEÇON.

DES VIBRATIONS ELLIPTIQUES ET DES COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES.

Vibrations elliptiques. — Propriétés des rayons vibrant elliptiquement. — Théorie des couleurs des lames minces cristallisées. — Vérification. — Appareil de projection. — Cas de la lumière convergente. — Anneaux des cristaux à un axe. — Microscope d'Amici. — Cristaux à deux axes. — Verres trempés, — chauffés, — pressés, — fléchis, etc. — Étude générale des vibrations elliptiques. — Analyse expérimentale d'un rayon elliptique. — Procédé de Senarmont. — Procédé de M. Jamin.

VIBRATION ELLIPTIQUE. — Considérons une vibration rectiligne dirigée suivant OM (*fig.* 817). La vitesse de la molécule O est donnée par la formule

Fig. 817.



$$v = -A \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Décomposons cette vitesse en deux autres suivant deux axes rectangulaires quelconques Ox et Oy :

$$v' = -A \cos\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$v'' = -A \sin\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T};$$

et supposons que la dernière, par une cause quelconque, prenne une avance c sur la première, elle deviendra

$$v'' = -A \sin\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{c}{\lambda}\right);$$

et, en posant $2\pi\frac{c}{\lambda} = \delta$:

$$v'' = -A\sin\alpha\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right).$$

v' et v'' sont les vitesses de la molécule O parallèlement aux axes des x et des y; elles sont égales à $\frac{dx}{dt}$ et à $\frac{dy}{dt}$. En les intégrant, on aura les distances de cette molécule aux axes des y et des x, c'est-à-dire ses coordonnées x et y au temps t. L'intégration donne, en prenant comme unité le facteur constant $\frac{TA}{2\pi}$,

$$(1)\qquad \begin{cases} x = \cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T}, \\ y = \sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right). \end{cases}$$

On suppose que les constantes introduites par l'intégration sont nulles, ce qui revient à choisir convenablement l'origine des temps. x et y variant avec le temps, le point M décrira une trajectoire dont on trouvera l'équation en éliminant t, comme il suit, entre x et y :

$$y = \sin\alpha\cos\delta\cos 2\pi\frac{t}{T} - \sin\alpha\sin\delta\sin 2\pi\frac{t}{T},$$

$$y = \sin\alpha\cos\delta\frac{x}{\cos\alpha} - \sin\alpha\sin\delta\sqrt{1 - \frac{x^2}{\cos^2\alpha}},$$

$$(y\cos\alpha - x\sin\alpha\cos\delta)^2 = \sin^2\alpha\sin^2\delta(\cos^2\alpha - x^2);$$

et enfin :

$$(2)\qquad \frac{y^2}{\sin^2\alpha} + \frac{x^2}{\cos^2\alpha} - \frac{2\cos\delta}{\sin\alpha\cos\alpha}xy = \sin^2\delta.$$

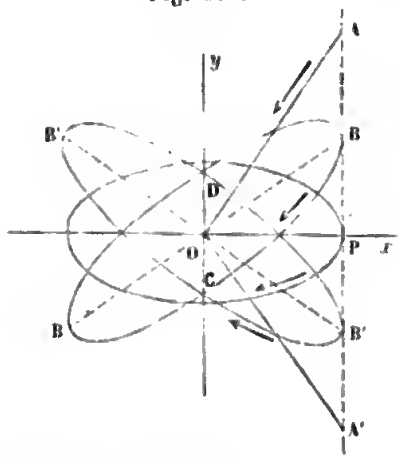
C'est l'équation d'une ellipse rapportée à deux diamètres rectangulaires. La molécule O doit donc se mouvoir sur cette ellipse dans des conditions que nous allons discuter.

Pour $t = 0$, les équations (1) donnent

$$X = \cos\alpha, \quad Y = \sin\alpha\cos\delta.$$

Ce sont les coordonnées de la position initiale B de la molécule O. On voit que X est maximum et indépendant de δ, ce qui veut dire que l'ellipse sera toujours tangente à une ligne AA' menée parallèlement à l'axe des y à une distance $OP = \cos\alpha$ (*fig.* 818). Y est l'ordonnée du point de tangence B; elle variera avec δ, c'est-à-dire avec la phase. Supposons δ positif et croissant peu à peu.

Fig. 818.



1° Si $\delta = 0$,

$$X = \cos\alpha,$$
$$Y = \sin\alpha.$$

L'ellipse devient

$$\left(\frac{y}{\sin\alpha} - \frac{x}{\cos\alpha}\right)^2 = 0, \quad y = x \operatorname{tang}\alpha.$$

C'est la droite OA. Le temps croissant à partir de zéro, les équations (1) montrent que x et y diminuent. Le mouvement sera de A en O suivant le sens de la flèche.

2° δ augmentant entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, Y décroît depuis PA jusqu'à zéro; le point B s'abaisse vers l'axe des x et l'atteint quand $\delta = \frac{\pi}{2}$. En même temps, l'ellipse, d'abord confondue avec la droite OA, s'ouvre de plus en plus, et son axe des y est maximum quand $\delta = \frac{\pi}{2}$.

Les équations (1) montrent que x et y diminuent à partir du point B à mesure que t croît à partir de zéro. Cela prouve que le mouvement de la molécule sur l'ellipse se fait de B en C dans le sens de la flèche.

3° Lorsque δ est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π, $\cos\delta$ devient négatif et reprend les mêmes valeurs qu'entre $\frac{\pi}{2}$ et zéro. Le point de contact B s'abaisse au-dessous de l'axe des x et l'ellipse prend

des positions symétriques des précédentes; elle se resserre de plus en plus, devient une droite OA′ pour $\delta = \pi$, et le sens du mouvement vibratoire est le même que précédemment.

4° Si enfin δ augmente de π à 2π, la même discussion prouve que le point de tangence remonte de A′ en A en passant par P quand $\delta = \frac{3\pi}{2}$, que l'ellipse reprend les mêmes formes, mais que le sens du mouvement vibratoire est inverse. Il y aura donc des mouvements vibratoires elliptiques de gauche à droite ↗ si δ est moindre que π; il y en aura qui se feront de droite à gauche ↖ quand δ sera compris entre π et 2π. Si δ était négatif, c'est-à-dire si y était en retard sur x au lieu d'être en avance, le sens du mouvement serait partout opposé, mais les ellipses auraient les mêmes formes.

Parmi tous ces cas, il en est un qui mérite une mention spéciale. Supposons d'abord $\delta = \frac{\pi}{2}$ et ensuite $\alpha = 45$ degrés, l'équation de l'ellipse devient un cercle

$$2y^2 + 2x^2 = 1.$$

Il y aura des vibrations circulaires de gauche à droite ou de droite à gauche; elles seront constituées par le concours de rayons polarisés rectangulairement, égaux en intensité, dont les phases diffèrent de $\pm\frac{\pi}{2}$ ou les différences de marche de $\frac{\lambda}{4}$.

Nous reviendrons dans la suite sur ce cas particulier.

PROPRIÉTÉS DES RAYONS POLARISÉS ELLIPTIQUEMENT. — Les valeurs de x et y dans l'équation (1) représentent deux choses : 1° les vibrations qui composent et dans lesquelles on peut décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la position de la molécule à un moment donné. Si nous changeons les axes coordonnés en un autre système faisant un angle ω avec le premier, x et y se changeront en x' et y'; et x' et y' représenteront de la même manière : 1° deux vibrations rectangulaires qui composent et dans lesquelles on pourra décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la molécule, à un moment donné, par rapport au

deuxième système d'axes. Or, les formules connues donnent

$$x' = x\cos\omega + y\sin\omega,$$
$$y' = y\cos\omega - x\sin\omega.$$

En remplaçant x et y, on aura

$$x' = \cos\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T} + \sin\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right),$$

$$y' = \cos\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right) - \sin\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

En réduisant, d'après la règle de Fresnel, on trouve aisément

$$(3)\quad x' = E\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right),\quad y' = O\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right),$$

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} E^2 &= \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2} \\ &= \sin^2\alpha\sin^2\omega + \cos^2\alpha\cos^2\omega + \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta, \\ O^2 &= \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2} \\ &= \sin^2\alpha\cos^2\omega + \cos^2\alpha\sin^2\omega - \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta, \end{aligned}\right.$$

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tang}\delta' &= \frac{\sin\alpha\sin\omega\sin\delta}{\cos\omega\cos\alpha + \sin\omega\sin\alpha\cos\delta}, \\ \operatorname{tang}\delta'' &= \frac{\sin\alpha\cos\omega\sin\delta}{-\sin\omega\cos\alpha + \sin\alpha\cos\omega\cos\delta}, \end{aligned}\right.$$

et par suite

$$(6)\quad \operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{-\sin\delta\sin 2\alpha}{\sin 2\omega\cos 2\alpha - \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta}.$$

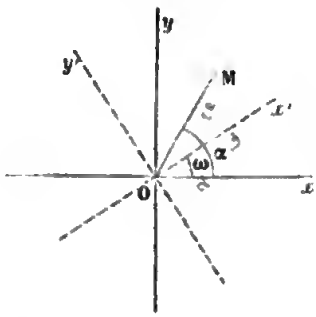
L'équation de l'ellipse rapportée à ces nouveaux axes se trouverait en remplaçant x et y par leurs valeurs en x' et y'; mais puisque les valeurs de x' et de y' des formules (3) représentent les nouvelles composantes du mouvement, cette équation se trouvera plus aisément en éliminant t entre x' et y', comme on l'a fait précédemment entre x et y. Le calcul sera

le même, et il suffira de remplacer dans le résultat $\cos\alpha$ par E, $\sin\alpha$ par O et δ par $\delta'' - \delta'$: ce qui donnera

$$(7) \qquad \frac{y'^2}{O^2} + \frac{x'^2}{E^2} - \frac{2x'y'\cos(\delta'' - \delta')}{OE} = \sin^2(\delta'' - \delta').$$

En résumé, on peut décomposer un rayon polarisé elliptiquement en deux vibrations rectilignes y' et x' de direction quelconque, mais rectangulaires entre elles, l'une ayant une phase δ' et une intensité E^2, l'autre une phase δ'' et une intensité O^2. C'est précisément la décomposition qui se fera si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent dont l'axe soit Ox' (*fig.* 819). x' se réfractera extraordinairement et y' ordinairement : les intensités des rayons seront E^2 et O^2 et la différence de leurs phases $\delta'' - \delta'$.

Fig. 819.



Si $\delta = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha = 45$ degrés, l'ellipse se réduit à un cercle. Les deux rayons E^2 et O^2 sont égaux à $\frac{1}{2}$, et tang $\delta'' - \delta'$ à l'infini. Donc un rayon polarisé circulairement peut toujours se décomposer, en traversant un cristal biréfringent dont l'axe a une direction quelconque, en deux vibrations rectilignes, rectangulaires, égales en intensité, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et les différences de marche de $\frac{\lambda}{4}$.

COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES. — Avant d'étudier plus complétement les propriétés des vibrations elliptiques, nous allons montrer par un exemple comment on peut les réaliser, et comment les formules précédentes en représentent toutes les circonstances.

Polarisons un rayon de lumière par un prisme de Nicol et faisons-le passer à travers une lame cristallisée très-mince, à faces parallèles, par exemple à travers une feuille de mica ou de gypse obtenue par le clivage. Recevons la lumière sur un prisme biréfringent et de là dans l'œil : nous verrons deux

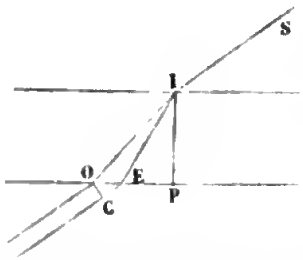
images ordinaire et extraordinaire. Analysons les phénomènes.

La vibration incidente dirigée suivant AM (*fig.* 819) se décompose parallèlement et perpendiculairement à l'axe Ox du cristal et donne

$$x = \cos\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad y = \sin\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En traversant extraordinairement et ordinairement, avec des vitesses différentes v' et v, la lame d'épaisseur e (*fig.* 820), ces deux vibrations prennent une différence de phase δ qu'il est toujours possible de calculer. En effet, le rayon ordinaire parcourt l'épaisseur $IO = \frac{e}{\cos r}$ avec la vitesse a dans un temps $\frac{e}{a\cos r}$. L'onde extraordinaire suit la route IE avec une vitesse c, après quoi elle se retrouve superposée à l'onde ordinaire. Les temps employés pour parcourir IE dans la lame et EC dans l'air sont

Fig. 820.



$$\frac{IE}{c} + EC$$

ou

$$\frac{e}{c\cos r'} + OE \sin i = \frac{e}{c\cos r'} + (OP - EP)\sin i$$

$$= \frac{e}{c\cos r'} + e(\tang r - \tang r')\sin i.$$

Donc la différence des temps que mettent les deux rayons pour arriver à la surface d'onde OC sera égale à

$$\frac{e}{c'\cos r'} - \frac{e}{a\cos r} + e(\tang r - \tang r')\sin i = he,$$

et la différence de phase sera

$$\delta = 2\pi \frac{he}{\lambda}.$$

k variera avec r et r', c'est-à-dire avec la nature de la lame, avec sa direction par rapport aux axes, avec l'inclinaison du rayon incident, avec l'azimut du plan d'incidence par rapport au plan de la section principale; mais dans chaque cas particulier donné on pourra calculer sa valeur d'après les lois connues de la double réfraction.

Dès lors, les deux rayons composants x et y, polarisés rectangulairement, ayant une différence de phase $\delta = 2\pi \frac{ke}{\lambda}$, produiront une vibration elliptique dans les conditions calculées précédemment. L'équation de l'ellipse sera

$$(2) \qquad \frac{y^2}{\sin^2\alpha} + \frac{x^2}{\cos^2\alpha} - \frac{2\cos\delta}{\sin\alpha\cos\alpha}\,xy = \sin^2\delta,$$

et si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent faisant un angle ω avec Ox, on le décomposera en deux rayons, ordinaire O et extraordinaire E, dont les intensités sont

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

Si la lumière employée est simple, O^2 et E^2 ne font que passer par des intensités variables quand on change la direction ω de l'analyseur; mais si elle est blanche, le phénomène se complique. En effet, ke est sensiblement constant quand on passe d'une couleur à une autre; mais λ variant beaucoup, $\frac{ke}{\lambda}$ est très-différent du rouge au violet. Il en résulte que le rayon total se compose d'une infinité de vibrations elliptiques dont les axes diffèrent en grandeur et en position, et que les intensités totales O^2 et E^2, variables de l'une à l'autre couleur, s'expriment par les formules

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sum \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \sum \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

VÉRIFICATION. — Le premier terme de ces valeurs est indépendant de λ, c'est de la lumière blanche. Le second repré-

sente une somme des couleurs simples en proportions inégales, c'est une teinte mixte. On pourrait la calculer par le cercle de Newton; il vaut mieux la comparer à d'autres qui nous sont déjà connues.

Or, dans l'expérience des deux miroirs, deux rayons interférents de lumière simple, dont les intensités sont égales entre elles et à $\frac{1}{2}$, et la différence de marche c, se superposent en un rayon unique d'intensité A^2,

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi \frac{c}{\lambda} = \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda},$$

et si la lumière incidente est blanche,

$$A^2 = \sum \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda},$$

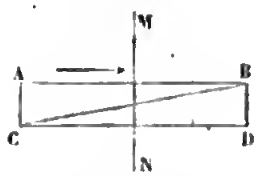
formule identique à la valeur de E^2, si

$$\omega = \alpha, \quad \alpha = 45^\circ \quad \text{et} \quad ke = c.$$

Il suit de là que la teinte de l'image extraordinaire, lorsque l'épaisseur du cristal augmente, devra passer successivement par toutes les colorations que nous avons observées dans l'expérience des deux miroirs, à partir de la frange centrale.

Pour vérifier cette première conséquence, on taille deux lames de même angle ABC, BCD dans un cristal de quartz (*fig.* 821), de telle sorte que l'axe soit contenu dans les faces d'entrée et de sortie, mais parallèle à AB dans la première et perpendiculaire à CD dans la seconde. Tout faisceau polarisé se décompose dans la première en deux rayons dont la différence de marche est $\frac{ke}{\lambda}$; ces deux rayons changent de rôle dans la deuxième lame et y prennent une différence de phase $\frac{ke'}{\lambda}$ qui se retranche de la précédente; ils sortent comme si l'épaisseur traversée était $e - e'$, avec une différence de phase $2\pi k \frac{e - e'}{\lambda}$, qui est nulle au milieu MN et qui croît po-

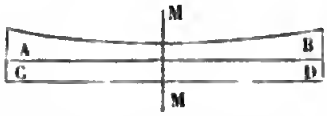
Fig. 821.



sitivement ou négativement de chaque côté et proportionnellement à la distance de MN. Placée entre deux prismes de Nicol parallèles cette double lame montre en effet des franges disposées symétriquement des deux côtés de MN et qui offrent les mêmes teintes que dans l'expérience de Fresnel.

M. Biot opérait autrement : il superposait deux lames de quartz CD et AB (*fig.* 822), toutes deux parallèles à l'axe, mais croisées. Il avait fait creuser une cuvette sphérique dans AB et diminuer l'épaisseur en M jusqu'à la rendre égale à celle de CD. L'ensemble des deux lames agissait comme une seule plaque, dont l'épaisseur, nulle au centre M aurait augmenté comme dans les anneaux de Newton. Aussi voyait-on dans l'image ordinaire les anneaux réfléchis, dans l'image extraordinaire les anneaux transmis, lorsque le polariseur et l'analyseur sont parallèles.

Fig. 822.



Supposons maintenant que la plaque ait une épaisseur constante et discutons les formules.

1° La teinte ne dépend que du facteur $\sum \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}$. Si donc on change ω et α, c'est-à-dire le polariseur et l'analyseur, on ne fait que changer les proportions dans lesquelles se mêlent la lumière blanche représentée par le premier terme et la lumière colorée exprimée par le second. Une lame d'épaisseur donnée produira donc des teintes invariables dans les deux images.

2° $O^2 + E^2 = 1$, c'est-à-dire que les deux images ont des teintes complémentaires. On le vérifie en prenant un faisceau lumineux assez large pour que les deux images se superposent en partie ; l'une est par exemple verte, l'autre est rouge, et à l'endroit où elles se confondent elles reproduisent le blanc.

3° La teinte disparaît pour $\sin 2\alpha = 0$ ou pour $\sin 2\omega = 0$. Dans le premier cas, $\alpha = 0$ ou $\alpha = 90$ degrés ; la vibration originelle n'éprouve point de modification en traversant la lame et conserve sa polarisation primitive jusqu'au moment où elle rencontre l'analyseur, où elle se décompose suivant la loi de Malus. Les formules donnent, en effet,

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha), \quad O^2 = \sin^2(\omega - \alpha).$$

Dans le deuxième cas, $\omega = 0$ ou $\omega = 90$ degrés; les deux vibrations x et y ne se décomposent point dans l'analyseur qui alors ne produit aucun effet.

4° Les teintes sont maxima quand, α étant constant, $\omega = 45$ degrés, et quand, ω étant constant, $\alpha = 45$ degrés; et si ω et α sont tous deux variables, ce maximum a lieu quand $\alpha = 45$ degrés et $\omega = 45$ degrés :

$$E^2 = 1 - \sin^2 \pi \frac{he}{\lambda}, \quad O^2 = \sin^2 \pi \frac{he}{\lambda}.$$

5° Examinons en particulier le cas où $\alpha = 45$ degrés et faisons croître progressivement ω.

$$E^2 = \cos^2(\omega - 45^\circ) - \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{he}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - 45^\circ) + \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{he}{\lambda}.$$

$\omega = 0$: pas de teinte dans les images.

ω croît de 0 à 45 degrés : les teintes prennent leur maximum de vivacité.

ω croît de 45 à 90 degrés : les teintes diminuent d'éclat et la lumière redevient blanche.

ω croît de 90 à 180 degrés : $\sin 2\omega$ change de signe, les images échangent leur coloration, et le rayon extraordinaire passe par les mêmes alternatives que précédemment l'image ordinaire quand ω croissait de 0 à 90 degrés.

APPAREIL DE PROJECTION. — On peut vérifier tous ces résultats en regardant le ciel ou une surface éclairée quelconque à travers un système composé de deux prismes de Nicol séparés par la lame cristallisée. Il vaut mieux projeter les images sur un tableau, comme nous allons l'indiquer (*fig.* 823).

On polarise la lumière solaire à travers un prisme de M. Foucault A, et on la reçoit sur un système de deux lentilles égales et très-convergentes LL, L'L' qui ont un foyer commun S. Il est clair que les rayons donneront une image du soleil en S et qu'ils se retrouveront, en sortant de L'L', dans les conditions où ils étaient avant d'entrer dans LL. On les reçoit sur L''L'' qui les concentre de nouveau en une deuxième

image étroite du soleil S′, après quoi ils divergent. C'est en S′, où le faisceau a une très-petite section, qu'on mettra le prisme analyseur dans un cercle azimutal PP.

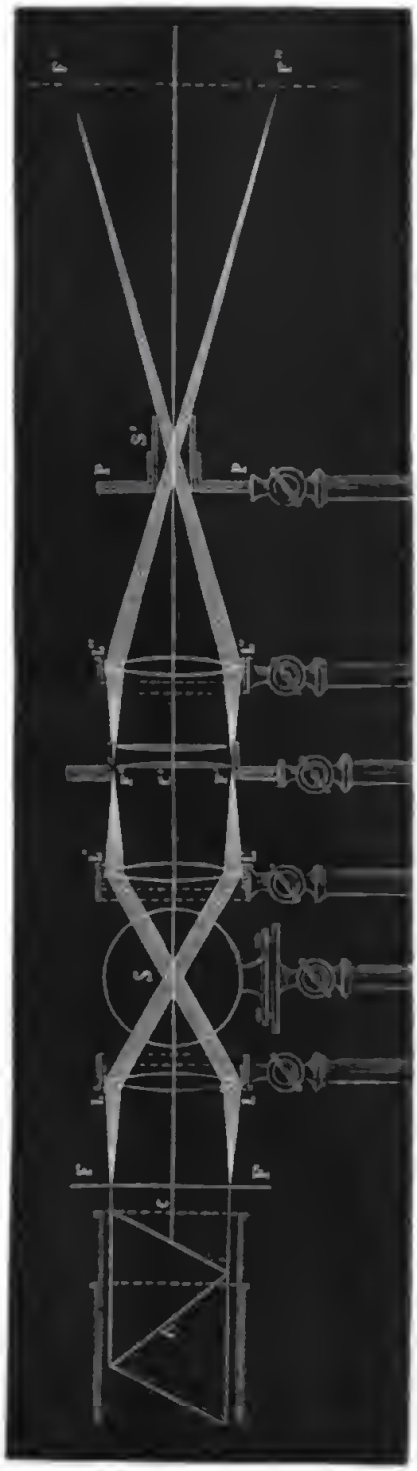


Fig. 823.

Plaçons en FF un diaphragme. Chaque point tel que F reçoit un cône de rayons de 16 minutes d'ouverture venus des divers points du soleil; il peut être considéré comme le lieu de départ de ce cône qui se réfracte de L à L′ en un faisceau de rayons parallèles, et se concentre ensuite en un foyer réel F′. F′, à son tour, est le lieu de départ de ces mêmes rayons, et il donne à travers L″L″ un foyer réel F″ qui se peint sur l'écran.

Supposons qu'on place en FF une lame mince cristallisée : elle recevra de A une lumière polarisée à $90° - \alpha$ de sa section principale. Elle décomposera cette lumière en deux rayons et leur imprimera une différence de marche; une première image se formera en F′F′. La lumière sera ensuite concentrée en S′ où l'analyseur est placé; là elle se réduira définitivement en deux faisceaux E et O, et l'image de ceux-ci se fera en F″F″ sur un écran. Il suffira de mettre L″L″ au point convenable pour que l'image de FF et par suite de F′F′ soit nette en F″F″. On

verra donc sur cet écran deux images réelles de l'ouverture : elles seront complémentaires. Si elles se superposent partiellement, elles donneront du blanc, et quand on fera varier la direction de l'axe de la lame en FF, c'est-à-dire α, et la section principale de l'analyseur en PP, c'est-à-dire ω, on verra changer la teinte des deux images comme l'a indiqué la discussion précédente. Il est clair qu'on pourra à volonté mettre la lame cristalline en FF ou en F'F', et que si on en place deux, l'une en FF, l'autre en F'F', elles agiront comme si on les superposait. On pourrait supprimer le système des lentilles LL, L'L' et mettre la lame en F'F', mais ces lentilles ne nuisent point à l'expérience, et on verra bientôt des cas où elles sont nécessaires.

CAS DE LA LUMIÈRE CONVERGENTE. — Si, une lame étant placée à l'un des foyers FF ou F'F', on l'incline sur la direction des rayons en la faisant tourner autour d'une ligne située dans son plan, on change la valeur de k et par suite la teinte des deux images. Ainsi, lorsque cette lame est un cristal à un axe taillé parallèlement à cet axe, k augmente ou diminue quand on incline le cristal autour d'une perpendiculaire ou d'une parallèle à l'axe. Supposons la lame placée en S, les conditions sont toutes différentes; car elle est traversée par des systèmes de faisceaux parallèles, tels que LL', inclinés très-diversement et dans tous les azimuts. L'effet est le même que si la lame avait été inclinée sur chacun d'eux de l'angle qu'ils font avec CC'. D'un autre côté, chacun de ces systèmes se concentre en un point de l'image F'F'; tous les points de cette image sont formés par la réunion de rayons qui ont traversé la lame parallèlement et qui y ont pris une polarisation elliptique identique; mais l'ellipse change d'un point à l'autre de F'F', puisque chaque système de rayons traverse la lame avec des inclinaisons croissantes à partir de CC' et fait des angles différents avec l'axe du cristal. Par la lentille L"L", l'image F'F' se reproduit en F"F", mais après que la lumière a été analysée par le prisme biréfringent PP, et l'on voit sur l'écran des franges d'interférence généralement curvilignes, dont la forme dépend de la direction suivant laquelle le cristal a été taillé. Dans chaque cas, le calcul prévoit et l'expérience confirme la

forme de ces franges; nous examinerons en détail ce qui arrive quand le cristal est à un axe et taillé perpendiculairement à cet axe.

LAME NORMALE A L'AXE. — Quand l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, on voit dans l'image ordinaire une croix noire rectangulaire dont les branches sont parallèles et perpendiculaires au plan de la polarisation primitive (*fig.* 824, *Pl. V*); entre ces branches, on distingue des anneaux qui présentent les teintes successives des franges d'interférence. Dans l'image extraordinaire, le phénomène est entièrement complémentaire (*fig.* 825, *Pl. V*).

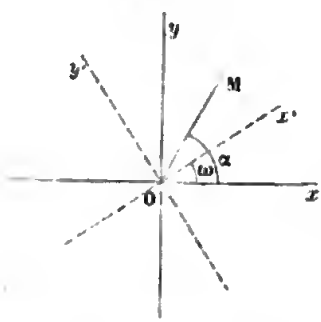
Soit yOx (*fig.* 826) le plan de la lame cristallisée; supposons que la vibration incidente soit OM. Comme l'axe du cristal se projette en O, tous les plans Ox menés par cet axe sont autant de sections principales; l'angle α de ces sections principales avec la direction des vibrations est quelconque et varie de zéro à 180 degrés. Si l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, Ox' est confondu avec OM, les angles α et ω égaux; $\omega - \alpha = 0$, et les formules deviennent

$$E^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

O^2 est nulle et E^2 maximum si α est égal à 45 degrés. Il y a donc suivant OM et perpendiculairement à OM une croix noire dans l'image ordinaire et une croix blanche dans l'image extraordinaire. Pour toutes les autres directions Ox il y aura des teintes colorées; elles ont leur intensité maxima pour $\alpha = 45$ degrés; elles sont complémentaires dans les deux images. Leur composition ne changera pas avec α; elles seront donc distribuées sur des cercles qui ont pour centre le point O; et comme k augmente à mesure que l'inclinaison des rayons qui traversent

Fig. 826.



la lame augmente, ces teintes offrent dans E^2 des anneaux identiques à ceux de Newton.

MICROSCOPE D'AMICI. — Au lieu de projeter les images agrandies sur un tableau éloigné, on peut, comme l'a fait Amici, les observer au microscope (*fig.* 827).

Fig. 827.

La lumière, polarisée par un appareil quelconque, part de l'ouverture FF, tombe sur un système de deux lentilles rapprochées L, L' qui fonctionnent comme une seule et concentrent la lumière en un foyer C où elle arrive en un cône très-convergent. En sortant de cet étroit passage, elle rencontre deux autres lentilles semblables L'', L''' qui ramènent le faisceau à être sensiblement parallèle et à former en F'F' une image réelle de l'ouverture FF. Le cristal qu'on veut étudier est en C. Toute cette partie de l'appareil est identique à celle de l'instrument précédent. Chaque groupe de rayons parallèles vient former un foyer en F'F', absolument comme si la lame était en F'F' et qu'elle fût traversée par ces rayons sous l'inclinaison qu'ils avaient en C. Par conséquent, on peut placer un microscope au-dessus de F'F', comme au-dessus d'un objet, et tous les rayons iront former en F'' des foyers réels qu'on regarde avec la loupe M''; tous vont passer par un anneau oculaire O qui est très-petit et entrent dans l'œil. L'appareil est disposé de façon que cet anneau soit loin de la loupe M'', et dans l'intervalle on place un spath d'Islande qui dédouble cet anneau en deux autres, l'un ordinaire O, l'autre extraordinaire E. Si l'œil est en O, il voit l'image ordinaire; s'il est en E, il voit l'extraordinaire; et au moyen d'un

petit œilleton qu'on déplace à volonté, on fait en sorte qu'il ne reçolve que l'un ou l'autre des deux systèmes de rayons.

Lorsque le cristal C est bien continu, les courbes isochromatiques sont régulières; s'il ne l'est pas, elles sont brusquement interrompues en certains points. Inversement, ces changements de forme suffisent pour révéler l'irrégularité de la cristallisation et les groupements qu'il peut y avoir dans la lame C. On peut placer le cristal en F'F', alors il est traversé par un faisceau de lumière parallèle et montre des teintes plates complémentaires dans les deux images.

CRISTAUX A DEUX AXES. — Dans les cristaux à deux axes, il y a deux directions que la lumière traverse sans se dédoubler et qui sont deux centres d'anneaux analogues à ceux qu'on voit en O (*fig.* 824 et 825, *Pl. V*); mais les croix noires ou blanches ont d'autres formes et les anneaux ne sont plus circulaires. Les *fig.* 828 et 829, *Pl. V*, montrent le phénomène offert par le carbonate de plomb quand les axes O, O' sont dans le plan de polarisation ou dans une direction quelconque. Nous nous contenterons de faire remarquer que ces différences dans les figures offrent un moyen infaillible de distinguer les cristaux à un axe et à deux axes.

VERRES TREMPÉS, COMPRIMÉS, CHAUFFÉS, ETC. — Toute action mécanique qui établit dans les corps homogènes non cristallisés des changements d'élasticité variables dans diverses directions établit nécessairement aussi des phénomènes de double réfraction qui se traduisent par des colorations dans la lumière polarisée. Ils sont plus complexes et ne sont point calculables. C'est ce qui arrive quand une lame de verre est comprimée, fléchie, tordue ou chauffée inégalement, et en général quand elle a éprouvé des actions mécaniques inégales. Ces effets deviennent permanents quand après avoir chauffé des verres de diverses formes, on les refroidit brusquement sur une lame de métal; ils présentent dans la lumière parallèle l'aspect des *fig.* 830, 831, *Pl. V*, suivant qu'ils ont la forme d'un rectangle ou d'un carré.

PROPRIÉTÉS DES VIBRATIONS ELLIPTIQUES. — Nous allons revenir sur la théorie des rayons polarisés elliptiquement, étudier

leurs propriétés et montrer comment on peut les analyser. Pour cela, il faut se rappeler les formules des pages 618 et 619. L'équation (7)

$$\frac{y'^2}{O^2} + \frac{x'^2}{E^2} - \frac{2x'y'\cos(\delta'' - \delta')}{OE} = \sin^2(\delta'' - \delta')$$

est celle de l'ellipse rapportée à un système d'axes faisant un angle ω, avec la section principale de la lame mince qui a donné la différence de marche, et un angle $(\alpha - \omega)$ avec la vibration primitive OM (*fig.* 826).

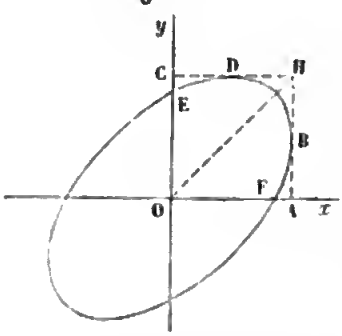
Les mêmes équations prouvent que cette vibration elliptique peut se décomposer en deux vibrations rectilignes situées suivant Ox' et Oy' qui sont

$$(3) \quad x' = E\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right) \quad \text{et} \quad y' = O\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right);$$

E, O, δ et δ' sont données par les équations (4) et (5) (p. 618).

I. Supposons que l'on ait $2\pi\frac{t}{T} + \delta' = 0$. A ce moment $x' = E$, c'est-à-dire que l'abscisse du point occupé sur la courbe est maxima; ce point est en B, sur la tangente menée à l'ellipse parallèlement à l'axe des y (*fig.* 832). Or, l'intensité du rayon extraordinaire est égale à E^2; elle est donc représentée par le carré de la distance OA du centre O à la tangente OA. Par la même raison, l'intensité du rayon ordinaire est égale à $\overline{OC}^2$, ou au carré de la distance du centre à une tangente parallèle à l'axe des x.

Fig. 832.



II. Si l'on remplace x' par sa valeur maximum E dans l'équation de l'ellipse, on a l'ordonnée du point de tangence D, qui est

$$y' = O\cos(\delta'' - \delta') = AB;$$

d'où l'on tire

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{AB}{O} = \frac{AB}{AH}.$$

On a de même

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{CD}{E} = \frac{CD}{CH}.$$

III. Si l'on fait successivement $y' = 0$ et $x' = 0$ dans l'équation de la courbe, les longueurs des deux diamètres OF et OE sont

$$OF = E \sin(\delta'' - \delta'),$$
$$OE = O \sin(\delta'' - \delta').$$

Donc le rapport des intensités O^2 et E^2 des deux rayons est égal au rapport des carrés des deux diamètres OE et OF. Enfin, puisque $OA = E$ et $OC = O$,

$$\frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC} = \sin(\delta'' - \delta').$$

IV. Il résulte de là que toute vibration elliptique peut être considérée comme produite par une vibration rectiligne unique OH d'amplitude égale à la diagonale du rectangle construit sur AO et OC, qui aurait été décomposée suivant deux axes, et dont les composantes OA et OC auraient reçu une différence de marche donnée par l'une des équations suivantes :

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{AB}{AH} = \frac{CD}{CH}, \quad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC}.$$

Ces équations permettront de calculer les coordonnées des points extrêmes B et D de la courbe et celles des points E et F où elle rencontre Ox et Oy, et réciproquement.

V. Lorsque les diamètres OA et OC seront confondus avec les axes principaux de l'ellipse, les points A et F d'une part, C et E de l'autre seront confondus ; par suite, $\sin(\delta'' - \delta') = 1$. Donc, dans cette direction, la différence de phase des deux rayons composants sera $\frac{\pi}{2}$. Réciproquement, si elle est égale à $\frac{\pi}{2}$, le terme en xy disparaîtra dans l'équation de l'ellipse qui alors sera rapportée à ses axes.

VI. D'où il suit qu'on peut toujours supposer qu'une vibration elliptique a été produite par deux vibrations rectilignes inégales différant de $\frac{\pi}{2}$, dirigées suivant les axes, dont les in-

tensités sont égales aux carrés de ces axes, puisqu'on peut toujours la réduire à ces composantes. Cela étant, supposons que les vibrations (1) qui ont donné la vibration elliptique soient dans ce cas. Le problème ne perdra rien de sa généralité, mais les formules vont se simplifier. Posons

$$\cos\alpha = a, \quad \sin\alpha = b, \quad \delta = -\frac{\pi}{2}.$$

Elles deviennent

$$(1) \quad \begin{cases} x = a\cos 2\pi\dfrac{t}{T}, \\ y = b\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T} - \dfrac{\pi}{2}\right) = b\sin 2\pi\dfrac{t}{T}. \end{cases}$$

L'équation (2) de l'ellipse rapportée à ses axes devient

$$(2) \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1,$$

et, si l'on décompose, comme précédemment, le rayon en deux autres vibrations suivant x' et y', on trouve

$$(3), \quad x' = \mathrm{E}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right), \quad y' = \mathrm{O}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right):$$

$$(4), \quad \begin{cases} \mathrm{E}^2 = a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega, \\ \mathrm{O}^2 = a^2\sin^2\omega + b^2\cos^2\omega; \end{cases}$$

$$(5), \quad \begin{cases} \operatorname{tang}\delta' = -\dfrac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \\ \operatorname{tang}\delta'' = +\dfrac{b}{a}\cot\omega; \end{cases}$$

$$(6), \quad \operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2}{\sin 2\omega}\,\frac{ab}{a^2 - b^2}.$$

VII. Lorsque $a = b$, l'ellipse est un cercle et $\delta'' - \delta'$ est égal à 90 degrés : celá veut dire qu'une vibration circulaire se décompose dans tous les azimuts en deux rayons ordinaire et extraordinaire égaux et dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. A mesure que b diminue $\delta'' - \delta'$ décroît et devient nul pour $b = 0$, c'est-à-dire quand l'ellipse s'allonge jusqu'à se con-

fondre avec une droite. Quand b n'est pas nul, $\delta'' - \delta' = \frac{\pi}{2}$ lorsque $\sin 2\omega = 0$, c'est-à-dire quand Ox' et Oy' sont confondus avec les axes de l'ellipse. Dans tous les cas $\delta'' - \delta'$ diminue quand ω augmente et atteint un minimum pour $\sin 2\omega = 1$, c'est-à-dire lorsque la section principale est à 45 degrés des axes. Alors on a

$$\operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

VIII. Les formules (5) montrent que

$$\operatorname{tang}\delta' \operatorname{tang}\delta'' = \frac{-b^2}{a^2}.$$

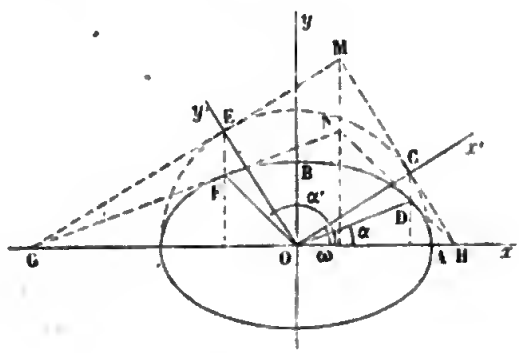
δ' et δ'' sont donc les angles que font avec l'axe des x deux diamètres conjugués que nous allons construire (*fig.* 833).

Décrivons un cercle sur le grand axe comme diamètre, menons à l'extrémité de l'axe Ox', en C, la tangente CH, et par le point H une tangente HDN à l'ellipse : les points C et D seront sur une parallèle à l'axe des y, et on aura

$$\operatorname{tang} DOG = -\frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega = \operatorname{tang}\delta';$$

donc l'angle DOG exprimera la phase de la composante x',

Fig. 833.



c'est-à-dire du rayon extraordinaire. Si on fait la même construction pour la composante y', on aura

$$\operatorname{tang} FOG = \frac{b}{a}\cot\omega = \operatorname{tang}\delta''.$$

La phase du rayon ordinaire sera mesurée par l'angle FOG, et $\delta'' - \delta'$ sera égal à l'angle FOD des deux diamètres conjugués OD et OF ou à son supplément.

IX. Si on calcule les longueurs de OD et de OF, on aura par des formules connues

$$OD^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha};$$

or,

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{b \sin \omega}{a \cos \omega},$$

donc

$$\sin^2 \alpha = \frac{b^2 \sin^2 \omega}{a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega},$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{a^2 \cos^2 \omega}{a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega};$$

par suite,

$$OD^2 = \frac{a^2 b^2 (a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega)}{a^2 b^2 \sin^2 \omega + a^2 b^2 \cos^2 \omega} = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega = E^2.$$

Ainsi OD^2 exprime l'intensité du rayon extraordinaire; on verra de même que OF^2 égale celle du rayon ordinaire.

X. On sait que le parallélogramme construit sur deux diamètres conjugués est égal au rectangle construit sur les axes, ou

$$OD . OF \sin(\alpha' - \alpha) = ab;$$

et puisque $\alpha' - \alpha = \delta'' - \delta'$ et que OD et OF sont égaux à O et à E,

$$\sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{O \times E}.$$

Pour construire les diamètres conjugués OF et OD il suffira d'abaisser sur l'axe des x les perpendiculaires EF et CD et de joindre au point O leurs points de rencontre F et D avec l'ellipse.

XI. Théoriquement, on peut encore supposer que la vibration elliptique est formée par deux vibrations obliques OD et OF, différant de $\frac{\pi}{2}$. En effet, remplaçons les deux vibrations

$y = \mathrm{OB}$ et $x = \mathrm{OA}$ par leurs projections x' et y' sur OD et OF, nous aurons

$$x' \sin(\alpha' - \alpha) = x \sin\alpha' - y \cos\alpha',$$
$$y' \sin(\alpha' - \alpha) = y \cos\alpha - x \sin\alpha;$$

et en remplaçant x par $a \cos 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}}$, y par $b \sin 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}}$,

$$x' = \frac{1}{\sin(\alpha' - \alpha)} \left(a \sin\alpha' \cos 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} - b \cos\alpha' \sin 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} \right),$$

$$x' = \mathrm{E}' \cos\left(2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} + \delta'\right),$$

$$\mathrm{E}'^2 = \frac{a^2 \sin^2\alpha'^2 + b^2 \cos^2\alpha'}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \quad \operatorname{tang}\delta' = \frac{b}{a \operatorname{tang}\alpha'}.$$

On trouve de même

$$y' = \mathrm{O}' \cos\left(2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} + \delta''\right),$$

$$\mathrm{O}'^2 = \frac{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \quad \operatorname{tang}\delta'' = \frac{b}{a \operatorname{tang}\alpha},$$

d'où l'on tire

$$\operatorname{tang}\delta' \operatorname{tang}\delta'' = \frac{b^2}{a^2 \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\alpha'},$$

et comme OD et OF sont deux diamètres conjugués,

$$\operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\alpha' = -\frac{b^2}{a^2};$$

donc

$$\operatorname{tang}\delta' \operatorname{tang}\delta'' = -1.$$

D'où il résulte que les phases sont complémentaires et que les deux vibrations OD et OF diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. D'un autre côté, les carrés des diamètres conjugués OD et OF sont

$$\mathrm{E}^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}, \quad \mathrm{O}^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\alpha' + b^2 \cos^2\alpha'},$$

et on a de plus la relation

$$\sin^2(\alpha' - \alpha) = \frac{a^2 b^2}{O^2 E^2};$$

donc

$$O'^2 E^2 = \frac{a^2 b^2}{\sin^2(\alpha' - \alpha)} = O^2 E^2, \quad O'^2 = O^2,$$

de même

$$O^2 E'^2 = O^2 E^2, \quad \text{et par suite} \quad E^2 = E'^2,$$

ce qui veut dire que les intensités des vibrations OD et OF sont égales aux longueurs des diamètres conjugués.

On sait de plus que

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \quad \operatorname{tang}\alpha' = -\frac{b}{a}\cot\omega,$$

donc

$$\operatorname{tang}\delta' = -\operatorname{tang}\omega, \quad \operatorname{tang}\delta'' = \cot\omega;$$

c'est-à-dire que les phases des rayons OD et OF sont : la première égale à l'angle GOx', la deuxième à l'angle GOy'.

RÉSUMÉ. — On peut considérer une vibration elliptique comme décomposable en deux vibrations rectilignes dirigées suivant deux diamètres conjugués OD, OF, égales en intensité au carré des longueurs de ces diamètres, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et sont égales en valeurs absolues aux angles que font avec Ox' les deux diamètres OC et OE.

Ou bien on peut la décomposer en deux vibrations rectangulaires quelconques OC et OE dont les phases sont données par les formules

$$(\alpha) \qquad \operatorname{tang}\delta' = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \quad \operatorname{tang}\delta'' = -\frac{b}{a}\cot\omega,$$

dont les intensités E^2 et O^2 sont égales aux carrés des deux diamètres conjugués OD et OF qui font avec l'axe des x des angles δ' et δ'',

$$(\beta) \quad E^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\delta' + b^2 \cos^2\delta'}, \quad O^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\delta'' + b^2 \cos^2\delta''},$$

et dont la différence des phases est égale à l'angle de ces mêmes diamètres conjugués, soit à leur angle obtus, soit à leurs angles aigus, suivant le sens du mouvement de la vibration et la valeur de ω. Cet angle est donné par la formule

$$(\gamma) \qquad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{EO}.$$

Il résulte de cette discussion que pour connaître complétement un rayon polarisé elliptiquement, il suffira de connaître la direction de ses axes et les rapports de leurs longueurs a et b; car si on le reçoit sur un cristal quelconque dont la section principale fait un angle ω avec les axes, on le décompose en deux vibrations rectangulaires dont on calculera aisément les intensités et les phases par les formules précédentes.

Nous allons montrer comment on peut déterminer par l'expérience cette direction et ce rapport des axes.

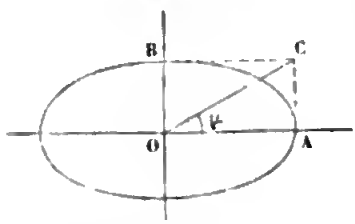
ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UN RAYON ELLIPTIQUE. — Il y a deux cas à distinguer : le premier est celui où la différence de marche des deux rayons primitifs qui ont constitué la polarisation elliptique ne dépasse pas $\frac{\lambda}{2}$. Dans ce cas, tous les rayons simples peuvent être considérés comme formant des ellipses égales et superposées; alors il n'y a pas de dispersion sensible et les phénomènes sont à peu près les mêmes que si la lumière était simple. Le deuxième cas, beaucoup plus complexe, est réalisé quand cette différence de marche originelle est très-grande; alors le rayon qu'il s'agit d'analyser est composé d'une infinité d'ellipses appartenant aux diverses couleurs, dont les axes varient d'une manière continue avec la réfrangibilité et se placent dans une infinité d'azimuts. Nous commencerons par le premier cas.

Nous le réaliserons comme exemple avec une lame mince cristallisée d'un quart d'onde placée en FF (*fig.* 823). La lumière partie de cette lame fera son foyer en F'F', et nous l'analyserons en S', soit en regardant à l'œil, soit en la projetant.

En tournant l'analyseur, on trouvera aisément une position où l'image extraordinaire est maxima et l'ordinaire minima; la section principale de l'analyseur est alors dans le grand axe de l'ellipse. Cette observation ne peut être précise; elle sert néanmoins à obtenir approximativement la direction du grand et du petit axe. Mais en tournant l'analyseur de 45 degrés, on détermine plus exactement la direction pour laquelle les deux images sont égales, et on en conclut celle des axes de l'ellipse.

Plaçons maintenant en F′F′ un mica d'un quart d'onde mobile sur un cercle divisé, et faisons-le tourner autour de la direction du rayon. Lorsque sa section principale sera dirigée suivant l'un des axes de l'ellipse, il décomposera le rayon en deux, l'un extraordinaire, l'autre ordinaire, et la différence de marche de ces rayons sera d'un quart d'onde augmenté ou diminué d'un autre quart produit par le mica. Leur différence totale sera donc ou nulle, ou $\frac{\lambda}{2}$, et dans tous les cas ils reconstitueront un rayon polarisé rectilignement. On reconnaîtra que les différences s'ajoutent si la dispersion est augmentée, et se retranchent si elle est annulée. Supposons qu'on réalise le deuxième cas, on n'aura fait rien autre chose que de rendre concordantes les vibrations dirigées suivant les axes OA et OB de l'ellipse sans changer leurs intensités; elles seront, l'une égale à a, l'autre égale à b, et elles reconstitueront une vibration suivant OC (*fig.* 834). En dirigeant la section principale de l'analyseur suivant OC, l'image ordinaire sera nulle, et la tangente de l'angle COA que fait cette section principale avec celle du mica mesure le rapport de b à a.

Fig. 834.



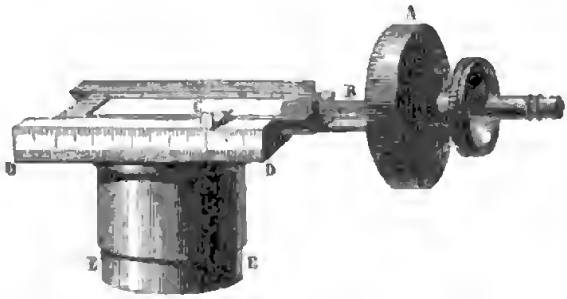
Ce procédé a été employé par M. de Senarmont. Il réussit fort bien quand la dispersion est la même dans l'ellipse et dans le mica; il laisse à désirer quand elle est différente. J'ai fait connaître une autre méthode qui jusqu'à présent paraît satisfaire à toutes les exigences

J'emploie deux prismes de quartz ABC, CDB dont les faces extérieures sont parallèles à l'axe, mais dont les sections

principales sont croisées (*fig.* 835). Cet appareil déjà décrit précédemment avait été imaginé par M. Babinet pour compenser l'un des prismes par l'autre. Entre un nicol et un analyseur parallèles, il montre des franges brillantes en AC, MM, BD dans l'image extraordinaire, et en N et P dans l'image ordinaire. Je le fais monter (*fig.* 836, et *fig.* 680, *Pl. III*) dans une bonnette EE sur laquelle un des quartz est fixé, tandis

Fig. 835.

Fig. 836.



que l'autre est mobile parallèlement à son axe au moyen d'une vis micrométrique BA qui mesure son déplacement. Un fil très-fin, placé dans la bonnette et parallèle aux franges, permet de fixer leur position.

On commence par étudier cet appareil avec de la lumière polarisée à 45 degrés de l'axe AB (*fig.* 835), qu'on reçoit sur un analyseur parallèle au nicol polarisant. L'image ordinaire est éteinte quand la différence de marche est zéro ou λ, au centre MM ou au point A et au point B; mais en faisant mouvoir le prisme ACB d'une quantité AM = L, on transporte peu à peu la frange A jusqu'à la faire coïncider avec le fil central M. Or, puisque, pour un déplacement du micromètre égal à L, la différence de marche des deux rayons devient égale à λ au point M, pour un autre déplacement p elle sera $p\frac{\lambda}{L}$. On saura donc toujours trouver cette différence de marche; elle est la même que si aux points situés vis-à-vis du fil M, le compensateur était remplacé par une lame mince d'épaisseur variable à volonté et produisant une différence de marche $p\frac{\lambda}{L}$.

Cela posé, mettons ce même compensateur dans le trajet d'un rayon elliptiquement polarisé. On peut opérer de plusieurs manières.

En plaçant suivant OH la section principale de l'analyseur, on voit apparaître dans l'image extraordinaire une frange noire qui occupe une position quelconque; elle indique qu'aux points correspondants du compensateur l'ellipse a été décomposée en deux rayons OA et OC parallèles aux plans principaux de ce compensateur, que leur différence de marche $\delta'' - \delta'$ a été détruite par celle du compensateur, que la polarisation plane a été rétablie, et que la vibration résultante est dirigée suivant OH. Donc la différence de marche du compensateur est égale et contraire à $\delta'' - \delta'$. On la mesure en déplaçant le micromètre d'une quantité p jusqu'à amener la frange noire sous le fil; elle est $p\frac{\lambda}{L}$. En même temps, la tangente de l'angle HOA est égale au rapport de OC à OA. Le compensateur mesure donc dans toutes les directions qu'on lui donne tout ce qu'il faut connaître des composantes de l'ellipse dans cette direction, c'est-à-dire leur différence de marche et le rapport de leurs amplitudes.

Mais si on le place dans la direction de l'un des deux axes de l'ellipse, $\delta'' - \delta'$ est égal à $\frac{\lambda}{4}$, le déplacement p du compensateur doit être égal à $\frac{L}{4}$. Réciproquement, pour trouver la direction des axes, on commencera par mettre le micromètre dans cette position, et on fera tourner la section principale du compensateur jusqu'à ce que la frange soit sur le fil. Alors cette section sera dans la direction des axes en OA ou en OB (*fig.* 834), et si on appelle μ l'angle que fait avec OA la section principale OC de l'analyseur quand la frange prend son obscurité maxima dans l'image extraordinaire, OC est la direction de la vibration plane résultante, tang μ est égal à $\frac{b}{a}$, et l'ellipse est déterminée en grandeur et en position.

Il nous reste à chercher comment on peut étudier la polarisation elliptique quand la différence de marche primitive est très-grande. On pourrait opérer séparément sur chaque

couleur simple et se servir du compensateur comme précédemment. On peut aussi employer la méthode générale de MM. Fizeau et Foucault.

Sans rien changer aux dispositions des appareils, remplaçons le fil du compensateur par une fente mince; plaçons le micromètre dans la position pour laquelle le compensateur produit une différence de marche égale à $\frac{\lambda}{4}$ et mettons un prisme devant l'œil, nous verrons dans le spectre les raies de Frauenhofer et en outre, du rouge au violet, une série de franges d'interférence également espacées; elles indiquent que pour chacune des couleurs où elles sont placées la polarisation est rétablie, que l'axe du compensateur est parallèle à ceux de l'ellipse, et que le rapport de ceux-ci est égal à la tangente de l'angle μ que font les sections principales du compensateur et de l'analyseur. En tournant un peu le système, on voit les franges marcher, soit vers le violet, soit vers le rouge, et l'on conçoit ainsi qu'on peut, pour chacune des raies principales, déterminer et la direction et le rapport des axes.

QUATRE-VINGT-HUITIÈME LEÇON.

POLARISATION ROTATOIRE.

Découverte d'Arago. — Lois du phénomène. — Cas des lumières simples; de la lumière blanche. — Méthode de Biot; de MM. Fizeau et Foucault. Teinte sensible. — Quartz à deux rotations. — Théorie de Fresnel. — Pouvoir rotatoire moléculaire; sa variation avec la température. — Effet des combinaisons chimiques. — Cas particulier de l'acide tartrique. — Saccharimétrie. — Pouvoir rotatoire dans les cristaux. — Relation entre la forme cristalline et le pouvoir rotatoire. — Travaux de M. Pasteur.

Une lame d'un cristal à un axe quelconque, taillée perpendiculairement à cet axe, ne dédouble point les rayons polarisés qui la traversent normalement. Ces rayons conservent leur plan de polarisation et toutes leurs propriétés primitives, comme si la lame n'était pas cristallisée.

Arago découvrit en 1811 que le quartz fait exception à cette loi. Il reconnut que si l'on reçoit sur un analyseur une onde plane polarisée qui a traversé ce quartz suivant son axe, elle donne deux images, ordinaire et extraordinaire, toutes deux colorées de teintes complémentaires très-vives. L'apparence du phénomène est la même qu'avec une lame mince cristallisée non perpendiculaire à l'axe. Elle en diffère par deux points : le premier, c'est qu'elle ne varie pas si l'on fait tourner le quartz autour de sa normale; le second, c'est que les couleurs changent progressivement en passant par une série de teintes mixtes, si l'on fait tourner la section principale de l'analyseur. Dans un second Mémoire qui n'a pas été publié, Arago a défini nettement l'action exercée sur la lumière, en disant que chacun des rayons simples qui composent le faisceau incident reste polarisé, mais que son plan de polarisation a éprouvé une rotation qui est différente pour chaque couleur : de là le nom de *polarisation rotatoire* qui a été donné et con-

servé à ce phénomène. Ce mot n'exprime point un nouveau mode de vibration que la lumière aurait pris, mais rappelle le fait du déplacement éprouvé par le plan primitif de polarisation.

Deux ans après cette découverte trop sommairement analysée, Biot commença sur le même sujet une étude féconde qu'il n'a pas cessé de poursuivre. Il reconnut bientôt que cette propriété n'appartient point exclusivement au quartz; il la retrouva dans la plupart des huiles essentielles, dans la vapeur de l'essence de térébenthine, dans les dissolutions de l'acide tartrique, des tartrates, du sucre, des gommes et de la dextrine. M. Bouchardat la constata dans les alcalis organiques, M. Des Cloizeaux dans le cinabre, et M. Marbach, de Breslau, dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude qui ont la forme cubique. Nous avons donc affaire ici à une propriété réalisée par une classe de corps nombreux, cristallisés ou non, solides, liquides et même gazeux. Nous allons l'étudier avec quelque détail, chercher ses lois, ses conditions déterminantes et enfin son explication.

LOIS DU PHÉNOMÈNE. — Toute action produite sur la lumière blanche étant la somme de celles qui s'exercent individuellement sur tous les rayons simples, nous devons étudier séparément chacun d'eux. Prenons d'abord la lumière qui traverse un verre rouge, polarisons-la par un prisme de M. Foucault en A (*fig.* 823), recevons-la sur un quartz placé en FF ou en F'F', puis sur un analyseur S' monté dans un cercle azimutal, après l'avoir concentrée au moyen d'une lentille L''L'', qui permet en outre de projeter l'image sur un écran F''F''. En faisant cette étude, M. Biot reconnut :

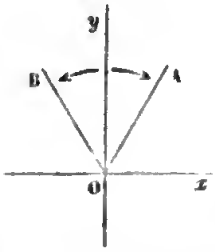
1° Que la lumière simple reste polarisée, mais que son plan de polarisation a tourné d'un angle A;

2° Que la rotation du plan de polarisation est proportionnelle à l'épaisseur du cristal;

3° Il y a des substances pour lesquelles le plan primitif de polarisation Oy se déplace vers OA (*fig.* 837). On dit alors qu'il a tourné vers la droite dans le sens indiqué par la flèche ↗, et que la substance est dextrogyre. D'autres corps

transportent le plan de polarisation en OB; ils sont lévogyres, et on représente par la flèche le sens de leur action.

Fig. 837.



Il existe en particulier deux variétés de quartz, l'une dextrogyre, l'autre lévogyre. A épaisseur égale, elles donnent des rotations égales : elles ne diffèrent que par leur signe.

4° Lorsqu'on superpose plusieurs milieux, l'action définitivement exercée sur la lumière est la somme algébrique des rotations du plan de polarisation occasionnées séparément par chaque corps.

Passons maintenant à l'étude comparée des diverses couleurs simples. Le procédé qui se présente le plus naturellement à l'esprit consiste à préparer un spectre très-pur avec de la lumière polarisée, à recevoir successivement chacune des couleurs sur le quartz, et à mesurer la rotation de son plan de polarisation. C'est ce procédé assez difficile à mettre en pratique que M. Biot adopta. Il reconnut que la rotation augmente avec la réfrangibilité, et qu'elle est sensiblement en raison inverse du carré de la longueur d'onde.

Le tableau suivant fait connaître la rotation de chaque couleur à travers une épaisseur de quartz égale à un millimètre.

	Valeur de λ.	Déviation R.	Excès des valeurs de R sur celle du jaune
		° ′ ″	° ′ ″
Rouge extrême.....	645	17.29.47	— 6.30.13
Verre rouge.....	628	18.25.00	— 5.35.00
Limite du rouge et de l'orangé.	596	20.28.47	— 3.31.13
Limite de l'orangé et du jaune.	571	22.18.49	— 1.41.11
Jaune moyen.....	550	24.00.00	— 0.00.00
Limite du jaune et du vert....	532	25.40.31	+ 1.40.31
Limite du vert et du bleu.....	492	30. 2.45	+ 6. 2.45
Limite du bleu et de l'indigo..	459	34.34.18	+10.34.18
Limite de l'indigo et du violet.	439	37.51.58	+13.51.58
Violet extrême.....	406	44. 4.58	+20. 4.58

M. Biot a représenté graphiquement ses résultats par des tableaux ingénieusement conçus. Soit d'abord une plaque

d'épaisseur égale à $0^{mm},4$ (*fig.* 838). Représentons par Oy le plan primitif de polarisation et menons des rayons OR, OO,..., OV faisant avec Oy des angles égaux aux rotations des diverses couleurs simples; le faisceau de lumière polarisée blanche qui aura traversé la lame se trouvera représenté par une infinité d'autres dont les plans de polarisation seront éparpillés sur l'arc RV. L'épaisseur augmentant, la déviation de chaque rayon augmente proportionnellement, et l'arc de dispersion s'agrandit. La *fig.* 839 représente le phénomène quand l'épaisseur est égale à $13^{mm},41$. Le rouge extrême est dévié de plus de 180 degrés en Rr, et le violet extrême Vv de plus d'une circonférence et demie, en OVv. De cette façon, l'arc de dispersion compris entre Rr et Vv occupe à peu près 360 degrés sur lesquels les plans de polarisation des couleurs intermédiaires sont répartis comme l'indique la figure.

Concevons maintenant que la section principale de l'analyseur soit placée dans une direction quelconque AA. Les images ordinaire et extraordinaire seront formées par la superposition des images ordinaire et extraordinaire de chaque lumière simple, et celles-ci étant inégales, celles-là seront colorées. L'image extraordinaire ne contiendra aucun des rayons de la couleur dont le plan de polarisation coïncide avec OA; c'est un vert pour la *fig.* 838; c'est le vert bleu et le violet dans la *fig.* 839.

Fig. 838.

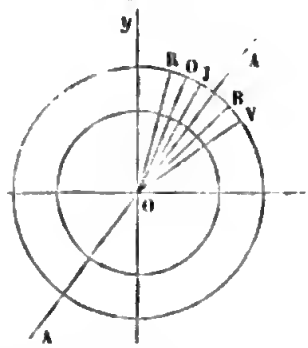
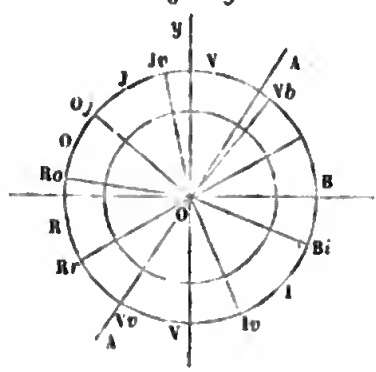


Fig. 839.



Nous pouvons déduire de ces explications un moyen bien plus simple pour mesurer les déviations des diverses couleurs. Il a été imaginé par MM. Fizeau et Foucault et appliqué ensuite par MM. Broch, Wiedemann et Arndtsen.

Que l'on fasse passer la lumière polarisée d'abord à travers

une fente mince, de là sur la substance à essayer, ensuite dans un analyseur, enfin sur un prisme : on verra à travers ce prisme deux spectres inégalement déviés, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire. Ne considérons que ce dernier, le seul qui se verra avec un prisme de Nicol : il contiendra les images extraordinaires de toutes les couleurs simples. Si l'analyseur est placé suivant OR (*fig.* 838), il n'y aura pas de rouge; si on le déplace pour le mettre successivement en OO, OJ,..., OV, il n'y aura pas d'orangé, de jaune,..., de violet. On verra donc dans le spectre une bande noire s'avancer depuis le rouge jusqu'au violet si on tourne l'analyseur de OR à OV.

S'il s'agit de la *fig.* 839, l'analyseur étant en OR*r*, il y aura deux couleurs éteintes, le rouge extrême R*r* et un bleu qui est polarisé suivant le prolongement de OR*r*. On verra donc deux bandes, l'une dans le rouge, l'autre dans le bleu, et toutes deux marcheront vers le violet, si l'on tourne l'analyseur à droite. En général, si l'arc de dispersion occupe *n* demi-circonférences, on verra *n* bandes obscures, qui se projetteront successivement sur chacune des raies.

Cela posé, revenons à la *fig.* 838. Plaçons l'analyseur en OR, la bande se verra sur le rouge et la rotation de cette couleur sera *y*OR. Si l'on met l'analyseur en OO, la bande sera sur l'orangé, et la déviation de cette couleur, ou, en général, d'une couleur quelconque, sera mesurée par l'angle que fait avec le plan primitif O*y* la section principale de l'analyseur quand on verra la bande sur la couleur considérée. On raisonnerait de même sur la *fig.* 839.

En opérant par cette méthode, M. Broch a trouvé pour le quartz les nombres suivants :

Raies	B	C	D	E	F	G
A....	15° 30′	17° 24′	21° 67′	27° 46′	32° 50′	42° 20′
Aλ^2..	723,802	742,950	751,104	759,674	762,219	784,152

M. Wiedemann a obtenu pour les essences de térébenthine et de citron :

A.....	10° 9′	14° 5′	18° 7′	23° 2′	32° 75′
Aλ^2.....	4690	4871	5184	5471	6044
A.....	37,9	485	633	77	106
Aλ^2.....	1631	1683	1751	1823	1926

Ces expériences très-précises s'accordent pour montrer que les déviations ne sont point rigoureusement en raison inverse du carré des longueurs d'onde, puisque $A\lambda^2$ va en croissant avec la réfrangibilité. La loi de Biot ne doit donc être considérée que comme approximative.

On peut se demander si toutes les substances dextro ou lévogyres ont une égale loi de dispersion. Cette question se résout par une épreuve différentielle très-précise : en faisant traverser par le même rayon lumineux deux substances de rotation inverse, sous des épaisseurs telles, qu'elles produisent sur le rayon rouge des déviations égales et de signe contraire. On trouve alors que deux quartz de même épaisseur, dextro et lévogyres, détruisent mutuellement toute déviation et toute dispersion des plans de polarisation quand on les superpose; qu'il en est de même avec une dissolution de sucre ↗ et un quartz équivalent ↖; mais qu'il n'est pas possible de détruire ainsi la dispersion des essences de citron et de térébenthine, ni de l'essence de térébenthine et du camphre. La loi de cette dispersion dans chaque substance est donc individuelle.

LUMIÈRE BLANCHE. — On va dire maintenant comment on peut obtenir la teinte des deux images, en se contentant d'un calcul approximatif.

Désignons par e l'épaisseur traversée. Soient eA_1, eA_2,..., eA_7 les déviations moyennes de chaque couleur simple, et α l'angle que font les deux sections principales du polariseur et de l'analyseur; $\alpha - eA_1$, $\alpha - eA_2$,..., $\alpha - eA_7$ seront les angles de l'analyseur avec chacun des plans de polarisation; les deux images auront les intensités suivantes O et E :

$$O = R\cos^2(\alpha - eA_1) + O\cos^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\cos^2(\alpha - eA_7),$$
$$E = R\sin^2(\alpha - eA_1) + O\sin^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\sin^2(\alpha - eA_7).$$

Chacun des termes représente la proportion de chaque lumière simple, et comme ils sont inégaux, la somme O ou E sera colorée. Au moyen du cercle de Newton, Biot a calculé pour treize lames d'épaisseurs croissantes les valeurs de E quand $\alpha = 0$. Ce calcul a présenté avec l'épreuve directe une coïncidence parfaite.

On voit :

1° Que la somme O + E est égale à la somme des rayons qui entrent dans la lumière blanche; donc les deux images sont complémentaires;

2° Que α changeant, les teintes varient continûment;

3° Que, si l'on augmente α de 90 degrés, les valeurs de O et de E, et par conséquent les teintes s'échangent dans les deux images.

Si l'on revient à l'expérience telle que l'ont exécutée MM. Broch, Wiedemann et Arndtsen, on voit que l'image extraordinaire contient toutes les lumières simples, excepté celles qui correspondent aux bandes qui sillonnent le spectre; or, si l'épaisseur est grande, et que le nombre de ces bandes soit considérable, on peut dire qu'il restera des proportions égales de toutes les couleurs simples et qu'elles reconstitueront du blanc. Les teintes doivent donc perdre de leur vivacité à mesure que l'épaisseur croît; c'est en effet ce qui arrive.

TEINTE SENSIBLE. — Quand on analyse avec un prisme biréfringent la lumière polarisée qui a traversé un quartz dont l'épaisseur varie de 0 à 5 millimètres, il n'y a qu'une lumière simple éteinte à la fois dans l'image extraordinaire. Quand c'est la lumière jaune qui est la plus intense, il ne reste que le rouge d'une part, le bleu et le violet de l'autre; ce sont les couleurs les moins vives, et l'image prend une intensité minimum. On arrive à la même conclusion en considérant la formule qui donne la valeur de E, et en y faisant $\alpha = eA_3$ elle devient

$$E = R \sin^2 e(A_3 - A_1) + \ldots + V \sin^2 e(A_3 - A_7).$$

On a calculé dans le tableau de la page 644 les valeurs des angles $A_3 - A_1, \ldots, A_3 - A_7$. On voit qu'elles sont très-faibles, que leurs sinus sont négligeables, excepté pour les couleurs extrêmes, et que E sera extrêmement petit.

L'expérience prouve, en effet, que pour la valeur de α, qui répond au jaune moyen, l'image extraordinaire est minimum ; elle montre quelque chose de plus, c'est qu'alors la teinte de cette image est un gris de lin, et que si l'on déplace très-peu l'analyseur, soit vers la droite, soit vers la gauche, elle se modifie très-rapidement, soit pour devenir rouge, soit pour

devenir bleue. Biot l'a nommée *teinte sensible*, à cause de la facilité avec laquelle elle passe à d'autres colorations par un petit déplacement de l'analyseur.

Il est évident que sa composition change avec l'épaisseur, puisque les angles qui entrent dans l'expression de E sont proportionnels à cette épaisseur e; mais, pourvu que e ne dépasse pas 5 millimètres, l'expérience prouve qu'on retrouve toujours une teinte minima comprise entre un rouge et un bleu, que la déviation correspondante de l'analyseur est proportionnelle à l'épaisseur et qu'elle est toujours égale à la rotation du jaune moyen; c'est ce que montre le tableau suivant :

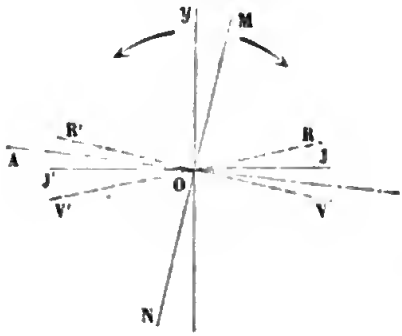
ÉPAISSEUR.	DÉVIATION α de la teinte sensible	DÉVIATION α du jaune moyen.
mm	° ′	° ′
0,400	9.45	9.25
0,488	11.30	11.30
1,032	25.00	24.17
1,184	28.30	27.52
2,094	50.00	49.17
2,997	70.00	70.32
3,478	80.00	81.51

Il en résulte que sans employer la lumière simple on pourra mesurer la rotation du plan de polarisation pour le jaune moyen : ce sera la rotation de la teinte sensible. En la multipliant par $\frac{23}{30}$, on aura celle du rouge, et par des facteurs en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde, celle des diverses couleurs. Si en tournant l'analyseur à droite la teinte passe au rouge, la substance est dextrogyre; elle est lévogyre si cette teinte vire au bleu.

QUARTZ A DEUX ROTATIONS (*fig.* 840). — Juxtaposons suivant une ligne quelconque MN deux quartz de rotation inverse et d'une épaisseur commune égale à $3^{mm},75$; ils feront tourner de 90 degrés le plan de polarisation du jaune moyen. S'il était primitivement en Oy il se placera en OJ pour l'un, en OJ′ pour l'autre des deux quartz. Le rouge sera polarisé suivant OR et OR′ et le violet suivant OV et OV′; la teinte sensible se présentera dans l'image extraordinaire pour les

deux quartz à la fois, si l'analyseur coïncide avec OJ, et les deux moitiés de l'image offriront une coloration identique, celle de la teinte de passage, comme s'il n'y avait qu'un seul cristal. Cela est indépendant de la direction que l'on donne à la ligne de jonction MN; mais si l'on tourne l'analyseur à droite suivant OA d'un angle très-petit, la proportion de rouge augmente dans le quartz à rotation droite et celle de violet dans le cristal à rotation gauche, et l'opposition des tons se manifeste aussitôt. Cette plaque à deux rotations inverses, imaginée par M. Soleil père, permet de déterminer avec précision le plan de polarisation Oy d'une lumière quelconque; on l'interpose dans le trajet et l'on fait tourner l'analyseur. Tant que sa section principale diffère de OJ, l'image extraordinaire offre des teintes inégales à travers les deux quartz. Aussitôt qu'elle est confondue avec OJ, c'est-à-dire qu'elle est perpendiculaire au plan de polarisation primitive, ces deux teintes deviennent identiques. Ce procédé réussit surtout quand la lumière n'est que partiellement polarisée.

Fig. 840.



THÉORIE DE FRESNEL. — Après cette étude générale des faits, il nous reste à expliquer théoriquement par quelles modifications la lumière arrive à éprouver cet effet. C'est à Fresnel que l'on doit cette explication, qui n'est pas son moindre titre de gloire.

Il faut d'abord se rappeler que deux rayons de lumière d'égale intensité dont la différence de phase est égale à 90 degrés et qui sont polarisés à angle droit, se composent pour produire une vibration circulaire. Soient x et y les deux vitesses composantes. En posant, pour abréger, $2\pi \frac{t}{T} = \xi$,

$$y = \sin(\xi + 45), \quad x = \sin(\xi - 45).$$

En intégrant, on aura les coordonnées de la molécule vi-

brante; elles seront, à un facteur constant près,

$$y_1 = -\cos(\xi + 45), \quad x_1 = -\cos(\xi - 45),$$

pour $\xi = 45$, $y_1 = 0$, $x_1 = -1$, la molécule est en A (*fig.* 841). Si ξ, c'est-à-dire si le temps croît, y_1 devient positif et augmente, x_1 reste négatif et décroît; la molécule lumineuse tourne dans le sens ↗, suivant la flèche A, c'est-à-dire vers la droite, le rayon circulaire est dit *rayon circulaire droit*. Si on a, au contraire, les vitesses vibratoires

$$y = \sin(\xi - 45), \quad x = \sin(\xi + 45),$$

les coordonnées de x_1 et y_1 deviennent

$$y_1 = -\cos(\xi - 45), \quad x_1 = -\cos(\xi + 45);$$

la molécule d'éther partant de A′ (*fig.* 842) pour $\xi = 45$ prend une valeur de y_1 négative et décroissante, une valeur de x_1 positive et croissante, le mouvement vibratoire se fait dans le sens ↖ et produit un *rayon circulaire gauche*.

Fig. 841.

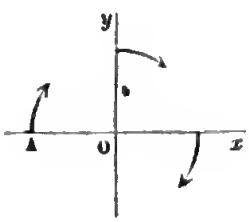


Fig. 842.

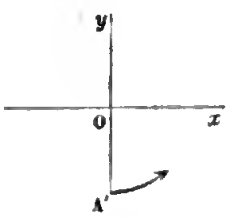
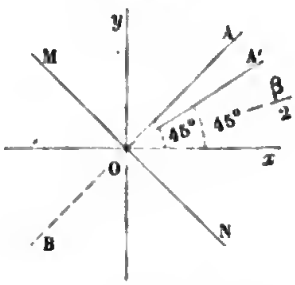


Fig. 843.



Cela posé, soit OA (*fig.* 843) une vibration dont la vitesse est représentée par la formule ordinaire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \xi.$$

On peut la décomposer en deux autres, suivant la même direction, qui seraient l'une en avance de 45 degrés ou de un huitième d'ondulation, l'autre en retard de la même quantité :

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi + 45) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi - 45).$$

Chacune de ces deux vibrations peut se décomposer en deux autres suivant des axes Ox et Oy placés à 45 degrés de OA. La première donnera deux composantes égales x et y

$$x = y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi + 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45^\circ);$$

la deuxième se décomposera de même en deux vibrations égales x' et y', qui sont

$$x' = y' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi - 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45^\circ).$$

Combinons maintenant y et x' d'une part, y' et x de l'autre, nous aurons deux rayons polarisés circulairement, le premier vibrant de gauche à droite dans le sens ↗, le dernier dans un sens contraire ↘,

1° ↗
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45). \\ x' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45). \end{cases}$$

2° ↘
$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45). \\ x = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45). \end{cases}$$

Supposons maintenant qu'il existe des milieux tellement constitués, que le premier de ces rayons circulaires s'y meuve plus rapidement que le second, il aura, après les avoir traversés, une avance de phase β, et si alors nous composons y et y' d'une part, x et x' de l'autre, nous obtiendrons

$$y + y' = Y = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45 + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\xi - 45),$$

$$x' + x = X = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45 + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\xi + 45);$$

et, en remplaçant ces sommes de sinus par les doubles produits des sinus de la demi-somme par les cosinus de la demi-

différence des arcs,

$$Y = \cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right) \sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right),$$

$$X = \cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right) \sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right).$$

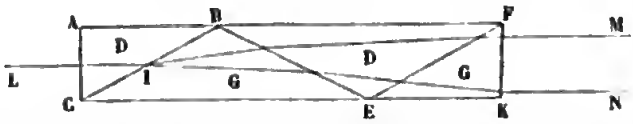
X et Y représentent deux composantes qui ont la même phase $\frac{\beta}{2}$; elles reconstitueront par conséquent un rayon polarisé comme le rayon incident; mais polarisé dans un azimut différent, qui fait avec l'axe des x un angle α, donné par la relation

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{Y}{X} = \frac{\cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{\sin\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \operatorname{tang}\left(45 - \frac{\beta}{2}\right),$$

et, puisque le rayon incident était polarisé à 45 degrés suivant OA, le rayon émergent le sera suivant OA'; il se sera rapproché de l'axe des x en tournant de AOA' égal à $\frac{\beta}{2}$. En résumé, lorsque le rayon circulaire droit ↗ est en avance sur le rayon circulaire gauche ↖, le plan de polarisation du rayon émergent a tourné vers la droite ↗; si le rayon circulaire gauche allait plus vite que le droit, la rotation du plan de polarisation se ferait vers la gauche.

On voit que cette théorie reproduit les phénomènes offerts par le quartz dans le sens de son axe et par toutes les substances actives. Il faut prouver qu'elle n'est pas un simple jeu de formules, et qu'en réalité le rayon polarisé se décompose pendant son trajet dans ces substances en deux rayons circulaires de sens opposés et de vitesses inégales. A cet effet, Fresnel a disposé plusieurs prismes en quartz de rotation alter-

Fig. 844.



nativement contraire, qui sont traversés dans la direction de l'axe ABF (*fig.* 844). Un rayon polarisé se dédouble dans le

premier ABC, qui est de rotation droite en deux rayons circulaires, l'un droit, l'autre gauche; le premier marche plus vite que le second; mais, en pénétrant dans CBE, il va moins vite; dès lors il se rapproche de la normale pendant que le circulaire gauche s'en éloigne; tous deux se séparent, et, l'action continuant à chaque surface traversée, on finit par obtenir une double réfraction très-sensible. Les deux images sont égales et blanches, il s'agit de voir si elles sont polarisées circulairement.

1° On les reçoit sur un prisme biréfringent; elles donnent deux images ordinaire et extraordinaire d'égale intensité. On a vu en effet que tout rayon elliptique reçu sur un analyseur dont la section principale est parallèle a ses axes, se décompose en deux rayons dont la phase diffère de $\frac{\pi}{2}$, ou dont la différence de marche est $\frac{\lambda}{4}$, et dont les intensités sont proportionnelles aux carrés des longueurs de ces axes. Quand l'ellipse dégénère en un cercle, toute direction est celle des axes qui sont égaux, et les deux images sont égales en intensité.

2° Interposons, entre le prisme de Fresnel et l'analyseur, une lame mince cristallisée de $\frac{1}{4}$ d'onde, dont l'axe est Oy (*fig.* 843), et supposons que la vibration extraordinaire Oy soit *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la vibration ordinaire Ox après avoir traversé cette lame. Celui des deux rayons circulaires qui est de rotation droite ↗ se décompose dans cette lame en deux vibrations Oy et Ox; la première est *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la seconde; cette avance sera doublée à l'émergence et deviendra $\frac{\lambda}{2}$; toutes deux se composeront suivant MN, et le rayon sera polarisé suivant OA à 45 degrés des axes de la lame mince, quelle que soit la direction qu'on leur aura donnée. Au contraire, le rayon circulaire gauche ↖ aura, en pénétrant dans la lame, une vibration Oy *en retard* de $\frac{\lambda}{4}$ sur Ox; ce retard se détruira en la traversant; la vibration résultante sera dirigée suivant OA, et le plan de polarisation se fera suivant MN; l'expérience

prouve en effet que les deux rayons sortis du prisme multiple de quartz et reçus sur une lame de $\frac{1}{4}$ d'onde, dont l'axe est placé dans une direction quelconque, se transforment en deux rayons polarisés rectangulairement, suivant des plans perpendiculaires entre eux, et à 45 degrés de la section principale de la lame mince.

3° Répétons, avec une lame mince de quartz normale à l'axe, l'expérience de la page 579. Un rayon polarisé sortant d'une fente mince L traverse deux quartz égaux, de rotation inverse, placés dans deux fentes A et A'. Les deux rayons circulaires droits interfèrent entre eux, et le centre des franges est en X. Il en est de même des deux rayons circulaires gauches. Si l'on prend le circulaire droit de A, qui est en avance sur le circulaire gauche de A', ils donnent un centre en EO'; de même le circulaire droit de A' et le gauche de A déterminent un autre centre en OE'. Ces franges ne sont visibles qu'avec un analyseur; elles varient de position avec la direction de ce cristal. L'expérience réussit avec les liquides actifs comme avec le quartz.

Pour compléter cette théorie, il resterait à imaginer une constitution des molécules actives et un arrangement qui déterminerait cette double réfraction. Fresnel l'a tenté; il n'avait pas fait connaître ses idées; c'est après sa mort seulement qu'elles ont été retrouvées et publiées. Tout porte à croire qu'il se proposait de les modifier; nous ne le suivrons pas jusque-là.

POUVOIR ROTATOIRE MOLÉCULAIRE. — Puisque la rotation est proportionnelle à l'épaisseur du milieu traversé, il est évident que l'action exercée se répète dans chaque couche infiniment mince et fait une somme totale qu'on mesure à la sortie. Quand le milieu est liquide, il faut qu'elle soit due à une propriété spéciale des molécules, indépendante de leur disposition qui est quelconque. Quand il est cristallisé, elle peut être produite ou par cette même propriété des molécules, ou par leur orientation, ou par les deux causes à la fois. Considérons d'abord le cas des liquides, qui est évidemment le plus simple.

On admet que chaque molécule possède en elle-même, et

par sa constitution même, un pouvoir rotatoire propre qui peut bien varier avec l'orientation de la molécule elle-même; mais comme dans une épaisseur suffisante du liquide il y a des molécules dans toutes les situations, on peut les considérer comme ayant chacune un pouvoir rotatoire moyen égal à la moyenne de l'action totale que leur ensemble exerce. Dès lors la rotation du plan de polarisation produite par un milieu liquide sera nécessairement proportionnelle au nombre des molécules traversées, c'est-à-dire à la densité de la substance active. Dissolvons un poids ε de cette substance dans un poids $1-\varepsilon$ d'un milieu inactif; si δ est la densité du mélange, le volume total sera $\frac{1}{\delta}$, et la densité du corps actif amené à ce volume sera

$$x = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{\delta}} = \varepsilon\delta.$$

On devra avoir pour la rotation A

$$A = K l \varepsilon \delta.$$

K serait la rotation de l'un des rayons simples, le rouge par exemple, si l'épaisseur l était égale à l'unité, la proportion de matière active ε égale à l'unité, et sa densité δ égale aussi à l'unité. K est ce que Biot a nommé le *pouvoir rotatoire moléculaire*.

Si les deux substances mêlées sont toutes deux actives, la deuxième a une densité $(1-\varepsilon)\delta$; sa rotation est

$$A' = K' l (1-\varepsilon)\delta,$$

et, suivant que les rotations sont de même sens ou de sens contraires, la somme ou la différence de A et de A' sera la rotation totale

$$A \pm A' = l\delta[K\varepsilon \pm K'(1-\varepsilon)].$$

Pour justifier ces formules, Biot a dissous dans de l'eau distillée des proportions ε de sucre égales à 0,3, 0,4, 0,5,...; il a mesuré la densité δ du mélange, puis déterminé la rotation A dans des tubes de longueur connue l. La formule précédente permettait de calculer K, et sa valeur était identique quel que fût ε. Bien plus, elle est restée la même quand on

étudia le sucre d'orge pur, pour lequel ε est sensiblement égal à l'unité. Il en est de même quand on dissout l'essence de térébenthine dans des liquides inactifs : pour le prouver, Biot mesura dans un tube de longueur l la rotation d'un certain poids d'essence, puis il le versa dans un autre tube de même diamètre, mais plus long, qu'il acheva de remplir avec de l'éther. Dans ce second cas, la lumière traversait le même nombre de molécules, seulement elles étaient écartées par le dissolvant; or, on trouva que la rotation était demeurée la même, ce qui exige que le pouvoir rotatoire moléculaire soit resté constant. Cette loi n'est point absolue; en général, le pouvoir rotatoire moléculaire augmente un peu avec la proportion du dissolvant; quelquefois c'est l'inverse, comme pour le camphre.

EFFET DE LA TEMPÉRATURE. — Le pouvoir rotatoire moléculaire change avec la température. M. Gernez a montré que pour les essences d'orange, de bigarade et de térébenthine, il diminue continûment et s'exprime par la formule

$$K = a - bt - ct^2.$$

Voici les valeurs des coefficients a, b, c pour la raie D :

Essence d'orange ..... $115{,}91 - 0{,}1237\,t - 0{,}000016\,t^2$,
» de bigarade .... $118{,}55 - 0{,}1175\,t - 0{,}000216\,t^2$,
» de térébenthine $36{,}61 - 0{,}004437\,t$.

Le rapport des déviations du plan de polarisation pour deux couleurs simples est sensiblement en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde pour l'essence de térébenthine. Avec celles d'orange et de bigarade, il suit une autre loi; mais pour une substance donnée, ce rapport demeure constant quelle que soit la température.

S'il est vrai que la propriété rotatoire des liquides tienne à la constitution de la molécule elle-même, elle ne doit pas changer quand la substance change d'état physique. Biot essaya de le démontrer en 1818. Il disposa à cet effet un long tube fermé par des glaces, dans lequel il fit passer un courant de vapeur d'essence de térébenthine. Il reconnut que le plan de polarisation tournait vers la droite; mais au moment où il se

préparait à mesurer la rotation, une fuite se fit à l'appareil, la vapeur s'enflamma et mit le feu au plafond de l'orangerie du Luxembourg où l'expérience avait été établie. Cette expérience demeurée incomplète a été reprise par M. Gernez. Le tube qu'il employait n'avait que 4 mètres de longueur, il était enveloppé d'un manchon rempli d'huile et chauffé par une rampe de gaz; les rotations déterminées par la vapeur étaient mesurées pour chaque raie par la méthode de MM. Fizeau et Foucault. M. Gernez trouva d'abord que la dispersion des vapeurs du camphre, des essences d'orange, de bigarade et de térébenthine étaient, à toute température, la même que celle de ces mêmes substances à l'état liquide, bien qu'elle fût inégale pour chacune d'elles. Il mesura ensuite le pouvoir rotatoire moléculaire de ces vapeurs, calcula par les formules précédentes celui qu'auraient, à la même température, les liquides formés par leur condensation, et il trouva que les deux valeurs étaient identiques. Le changement d'état physique qui ne fait qu'écarter les molécules sans les modifier intimement n'a donc aucune influence sur leur pouvoir rotatoire propre.

COMBINAISONS. — Toute substance active qui se combine communique son activité à la combinaison : ainsi les tartrates, les sels formés avec les alcalis organiques, les combinaisons des sucres, celles des essences font tourner le plan de polarisation; mais si la propriété persiste, le pouvoir rotatoire moléculaire ne reste pas le même, il change de valeur, quelquefois de sens. A fortiori voit-on se modifier la faculté rotatoire quand la molécule se modifie. Lorsqu'on traite l'amidon par les acides, il se transforme d'abord en une sorte de gomme qui est soluble dans l'eau et fait tourner le plan de polarisation vers la droite, ce qui lui a fait donner le nom de *dextrine;* l'acide continuant son effet change ensuite la dextrine en glucose qui possède la rotation gauche. De même, le sucre de canne traité par l'acide sulfurique passe à l'état de glucose, et de dextrogyre il devient lévogyre. Ce qu'il y a de remarquable dans ces exemples, c'est qu'en général les corps qui dérivent d'une molécule active conservent l'activité rotatoire malgré la transformation de cette molécule.

ACIDE TARTRIQUE. — L'acide tartrique, dissous dans e pour cent d'eau, d'esprit de bois ou d'alcool, présente des anomalies singulières. Pour chaque couleur simple le pouvoir rotatoire moléculaire K_1 varie, à la température ordinaire, suivant la formule

$$K_1 = P + Ne.$$

Voici pour chacune des raies du spectre les valeurs de P et de N. Le signe + correspond à la rotation droite :

	P	N
	°	°
C.....	+ 2,75	+ 9,45
D.....	+ 1,95	+ 13,03
E.....	+ 0,15	+ 17,51
b.....	— 0,83	+ 19,15
F.....	— 3,60	+ 23,98
G.....	— 9,61	+ 31,44

1° Si l'acide ne contient point d'eau, $K_1 = P$, la rotation se fait vers la droite pour les couleurs comprises entre les raies A et E, et vers la gauche, pour la deuxième partie du spectre de *b* à H; c'est ce que Biot a constaté en étudiant des plaques transparentes amorphes de cet acide, qui avaient été préparées par Laurent.

2° Quand la dissolution contient des poids égaux d'acide et d'eau, la rotation se fait vers la droite pour toutes les couleurs; elle augmente depuis le rouge jusqu'à la raie E, elle diminue depuis E jusqu'à H : il en résulte une dispersion entièrement anormale, des successions de couleurs tout à fait irrégulières, et il est impossible d'utiliser la teinte de passage.

3° Quand on compare deux solutions inégalement concentrées, leur dispersion est entièrement dissemblable.

4° Lorsque la quantité du dissolvant augmente, le deuxième terme Ne de l'équation précédente est prédominant, la rotation devient de plus en plus grande à mesure que la réfrangibilité diminue, et le phénomène semble rentrer dans le cas général.

Ces faits perdent leur singularité si l'on admet, comme je l'ai fait en 1842, que l'acide tartrique se sépare dans l'eau en deux composés chimiquement définis, mais dont les pro-

portions sont ε et ε' et les pouvoirs rotatoires K et K'. Alors la formule précédemment établie pour les rotations de deux milieux actifs mêlés donne

$$A + A' = l\delta(K\varepsilon + K'\varepsilon');$$

donc le pouvoir moléculaire K_1 du mélange serait

$$K_1 = K\varepsilon + K'\varepsilon'.$$

Si l'on suppose que ε croisse et ε' décroisse proportionnellement à la quantité d'eau e, et qu'on pose $\varepsilon = 1 + me$, $\varepsilon' = 1 - ne$, on aura

$$K_1 = K(1 + me) + K'(1 - ne) = K + K' + (Km - K'n)e;$$

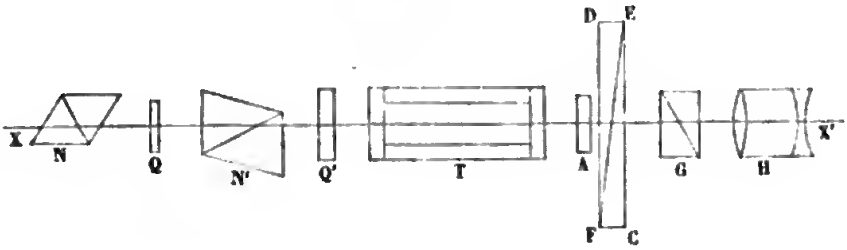
les irrégularités de la dispersion pourraient provenir de ce que $K + K'$ serait positif pour les couleurs peu réfrangibles et négatif pour les autres.

SACCHARIMÉTRIE. — Lorsqu'on connaîtra le pouvoir rotatoire moléculaire K d'une substance active, la densité δ de sa dissolution dans un liquide inactif et qu'on aura mesuré la rotation A du plan de polarisation pour une longueur l, on pourra, par la formule $A = Kl\delta\varepsilon$, calculer ε, c'est-à-dire la proportion de cette substance contenue dans l'unité de poids du mélange. La seule application qu'on ait faite de ce principe est l'analyse des sirops sucrés. Il suffit d'enfermer la solution dans un tube de longueur l fermé par des glaces, de placer ce tube entre un nicol polarisant et un analyseur porté par un cercle divisé, et de mesurer la rotation de la teinte de passage. Au lieu de ce procédé simple, on emploie généralement le saccharimètre, appareil compliqué imaginé par M. Soleil père (*fig.* 845). N' est un nicol qui polarise la lumière, Q' une plaque à deux rotations, T le tube qui contient d'abord de l'eau, A un quartz de rotation droite, CDEF un double prisme formé de deux quartz à rotation gauche, G un analyseur biréfringent, et enfin H une lunette de Galilée visant en Q'.

Les deux prismes CEF, DEF, sont mobiles au moyen d'une crémaillère. Quand on fait avancer leurs bases DE, FC vers l'axe de l'appareil, leur épaisseur totale augmente; elle diminue quand ils reculent. Pour une position convenable, ils annulent

la rotation contraire du quartz A. Une division adaptée à la crémaillère marque alors zéro, et lorsqu'ils s'éloignent de cette situation la division fait connaître l'épaisseur de quartz excédante, soit du double prisme, soit de la lame A, ou l'équivalent de cette épaisseur en sucre de canne cristallisé. Plaçons

Fig. 845.



l'appareil à zéro, et fixons l'analyseur G dans le plan primitif de polarisation. Nous verrons à travers la plaque à deux rotations Q deux moitiés d'images colorées de la teinte sensible. Emplissons maintenant le tube T avec le sirop sucré que nous voulons examiner: s'il tourne à droite, il agira comme si la plaque A était augmentée; alors on augmentera l'épaisseur des doubles prismes, et la division fera connaître l'épaisseur réelle de sucre anhydre interposée dans le trajet.

Souvent le sirop est coloré. Il y a en N un premier nicol et en Q un quartz. En faisant tourner le système de ces deux pièces autour de l'axe de l'instrument, il se produit à travers N' une teinte déterminée qui altère la coloration de la lame sensible Q'; mais si l'on choisit cette teinte complémentaire de la couleur du sirop, c'est comme si celui-ci était incolore.

Enfin, la plupart des sirops qu'on a à étudier dans les fabriques contiennent à la fois du sucre cristallisable et d'autres substances actives. C'est le premier seulement qu'il faut doser. Pour cela on traite la liqueur par un centième de son poids d'acide chlorhydrique fumant et on la porte à l'ébullition, ce qui transforme le sucre en glucose qui fait tourner le plan de polarisation à gauche. C'est comme si l'on avait supprimé de la liqueur le sucre cristallisable et qu'on y eût ajouté son équivalent en glucose. On calcule aisément son poids quand on a observé la valeur de la rotation avant et après cette inversion. Soient en effet K et K' les pouvoirs moléculaires du

sucre de canne et du glucose, $\pm R$ la rotation totale produite par les substances étrangères actives mêlées à la solution, on a avant et après l'inversion

$$A = K l\delta\varepsilon \pm R, \quad A' = -K' l\delta\varepsilon \pm R,$$

donc

$$A - A' = (K + K') l\delta\varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{A - A'}{l\delta(K + K')}.$$

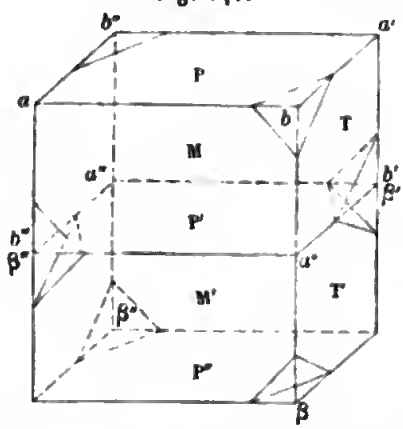
POUVOIR ROTATOIRE DANS LES CRISTAUX. — Nous avons déjà dit que le quartz n'est pas le seul cristal jouissant de la propriété rotatoire, qu'elle a été constatée par M. Des Cloizeaux, suivant la direction de l'axe dans le cinabre, qui cristallise en prismes droits à base carrée, et trouvée par M. Marbach suivant toutes les directions dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude et dans ceux d'acétate d'urane et de soude, qui ont la forme cubique. Dans ces divers cas, suivant les échantillons, la rotation se fait quelquefois à droite et quelquefois à gauche. Or, ni la silice en gelée, ni les opales, ni les agates, ni les globules de quartz fondus au chalumeau ne possèdent cette propriété; on ne la trouve pas davantage dans les solutions des sels que nous venons de nommer; elle n'appartient donc pas aux molécules mêmes, et on ne peut l'attribuer qu'à un arrangement régulier et spécial de ces molécules. Nous allons montrer : 1° que dans tous les cas où une substance moléculairement active vient à cristalliser, il y a dans sa forme extérieure des caractères liés à la propriété des molécules; 2° que dans les cristaux actifs formés par des substances inactives l'arrangement spécial des molécules est révélé par des modifications spéciales de la forme.

RELATION ENTRE LE POUVOIR ROTATOIRE ET LA FORME CRISTALLINE. — En dissolution, tous les tartrates sont actifs et dextrogyres. Prenons, en particulier, le tartrate de soude et d'ammoniaque. Sa forme primitive est celle d'un prisme droit P'MT à base rectangulaire (*fig.* 846). Il a toujours sur ses sommets b, b', b'', b''', quatre facettes qui, si elles étaient prolongées, formeraient un tétraèdre irrégulier. La loi de symétrie d'Haüy exigerait que les autres sommets a, a', a'', a''' eussent aussi

des facettes disposées de la même manière ; cependant elles ne se présentent jamais. Alors le cristal est dit *hémièdre*.

Je suppose que l'observateur se place sur la base P′, en avant du cristal, et qu'il regarde la face M, il verra la facette *b* vers sa droite et en haut de son corps. M. Pasteur convient d'exprimer ceci en disant que l'hémiédrie est à droite.

Fig. 846.



On peut figurer maintenant le cristal P′M′P″T′ qui serait égal au précédent et juxtaposé, et l'on peut imaginer qu'il ait des facettes sur les sommets qui n'en avaient point au premier cristal, c'est-à-dire en β, β′, β″, β‴ et qu'il n'en ait pas à ceux où précédemment on en voyait. Alors l'observateur placé sur la base P″, en avant du cristal, et tourné vers lui verrait une facette β‴ à sa gauche : ce serait l'hémiédrie gauche. Les deux cristaux seraient symétriques par rapport à la face P′. L'un serait l'image de l'autre dans le miroir P′, et il est aisé de voir que, de quelque manière qu'on les tourne, les deux cristaux ne seraient pas superposables.

Cela posé, M. Pasteur remarque que tous les tartrates ont des formes voisines des précédentes (*fig.* 847 et *fig.* 848), qu'ils ont tous l'hémiédrie droite qu'on voit en T, jamais l'hémiédrie gauche qui est dessinée en T′, qu'ils sont tous dextrogyres et jamais lévogyres. Voilà un premier rapprochement.

M. Gartner, de Thann, en extrayant les tartrates de potasse des vins, reconnut qu'en 1819 ces sels avaient exceptionnellement des propriétés nouvelles, qu'ils donnaient, par exemple, un sel de chaux insoluble au lieu du tartrate de chaux qui est soluble. Il isola l'acide, trouva qu'il était isomère avec l'acide tartrique, que cependant il en différait par ses propriétés, et il le nomma acide *racémique*. Cette particularité ne s'est pas reproduite depuis cette époque et la source d'acide racémique semble être tarie.

M. Mitscherlich découvrit ensuite que les racémates ne font point tourner le plan de polarisation.

Longtemps après M. Pasteur reconnut que les racémates ont la même forme que les tartrates correspondants; mais qu'ils n'ont point d'hémiédrie. Ainsi, pas de pouvoir rotatoire, pas d'hémiédrie : second rapprochement qui s'ajoute au précédent.

Mais un de ces racémates, par une exception que M. Pasteur eut le bonheur de reconnaître, le racémate double d'ammoniaque et de soude, se sépare par la cristallisation en deux sortes de cristaux qui offrent la même forme primitive, mais qui sont inversement hémièdres : les uns ont l'hémiédrie droite, comme PMP′, les autres l'hémiédrie gauche, comme M′P′P″ (*fig.* 846). En général la forme des cristaux est plus complexe, comme dans les *fig.* 847 et 848; mais il y a tou-

Fig. 847.

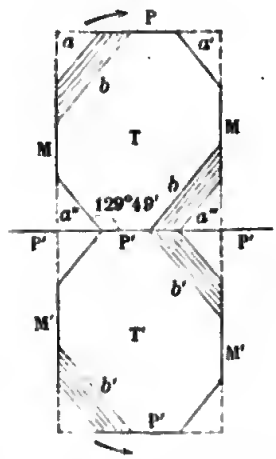
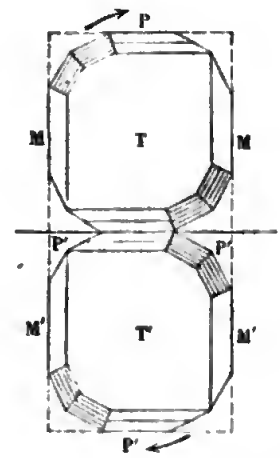


Fig. 848.



jours deux sortes de formes hémièdres et symétriques, les unes T hémièdres à droite, les autres T′ hémièdres à gauche.

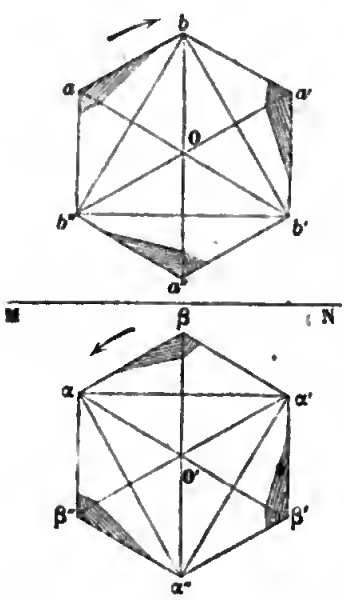
M. Pasteur sépara les deux espèces de cristaux, les fit redissoudre, et trouva que les premiers, qui avaient l'hémiédrie droite, étaient dextrogyres, et les seconds, qui étaient hémièdres à gauche, étaient lévogyres. Il en conclut que l'hémiédrie non superposable est le signe du pouvoir rotatoire, et que le sens de cette hémiédrie indique le sens de la rotation.

Il alla plus loin : il isola l'acide des dextroracémates, c'est-à-dire des cristaux qui avaient l'hémiédrie droite; c'était de l'acide tartrique. Les cristaux des lévoracémates lui donnèrent un acide nouveau, l'acide lévoracémique, isomère avec l'acide tartrique, mais lévogyre; le premier forme des sels qui font

toujours tourner le plan de polarisation à droite et sont hémièdres à droite, le second des sels qui possèdent également le pouvoir rotatoire, mais à gauche, et qui sont hémièdres à gauche. Quand on mêle en quantités égales les deux acides ou les sels qu'ils forment avec une même base, ils se combinent avec dégagement de chaleur, forment de l'acide racémique ou des racémates, mais ils n'ont aucun pouvoir rotatoire, et leurs cristaux n'ont aucune hémiédrie. Deux seulement se séparent par la cristallisation : celui que nous avons cité, et le racémate double de soude et de potasse.

Si l'hémiédrie non superposable est le caractère extérieur auquel on reconnaît les substances moléculairement actives, il est naturel de penser que les substances inactives qui acquièrent le pouvoir rotatoire en cristallisant prennent aussi une forme hémiédrique. Il y avait longtemps que Herschel avait en effet remarqué que le quartz est hémièdre. Cette substance cristallise en prismes hexaèdres droits terminés par des pyramides (*fig.* 849). Or, on trouve dans certains échantillons, sur trois sommets alternes a, a', a'', trois facettes plagiédrales inclinées et penchant vers la droite ou vers la gauche de l'observateur qui les regarde. Sur la pyramide opposée se trouvent trois autres facettes, mais elles aboutissent aux arêtes b, b', b'' et sont tellement disposées, qu'en retournant le cristal de manière que l'observateur voie la deuxième pyramide, les trois facettes sont penchées comme les premières a, a', a''. Ce cristal est hémièdre, puisque la moitié seulement des sommets $a, b, a', b', \ldots$ sont tronqués, et comme les facettes sont plus inclinées vers la droite que vers la gauche, nous dirons que c'est l'hémiédrie droite. Si maintenant nous prenons dans un miroir MN l'image du cristal O, nous aurons une deuxième forme hémièdre en O', de sens opposé et non superposable à la première. Elle se rencontre dans la nature aussi fréquem-

Fig. 849.



ment que la première. Or Herschel avait remarqué que l'hémiédrie droite entraîne le pouvoir rotatoire à droite, et l'hémiédrie gauche la rotation à gauche. Il y a même des cristaux mixtes qui semblent formés de deux cristaux soudés et qui offrent des hémiédries inverses : aussi trouve-t-on, quand on les examine optiquement, qu'ils sont composés de deux parties, l'une dextrogyre, l'autre lévogyre.

Ce caractère de l'hémiédrie entraînant le pouvoir rotatoire avait donc été depuis longtemps signalé; M. Delafosse avait souvent annoncé qu'on retrouverait le même fait dans d'autres hémièdres; mais M. Pasteur a précisé cette condition en faisant remarquer qu'il y a deux sortes d'hémiédrie : l'une qui donne des cristaux superposables, l'autre des solides qui ne le sont pas; la seconde seule entraîne le pouvoir rotatoire.

Par exemple, si on suppose sur le prisme hexaèdre des facettes bab'', $ba'b'$, $b'a''b''$, et sur le sommet inférieur trois autres facettes semblables à l'extrémité des arêtes b, b', b'', on aura une hémiédrie, mais elle ne sera ni droite ni gauche, elle donnera un rhomboèdre superposable à celui qu'on formerait par des facettes placées en β, β', β'',... C'est ce qui se voit dans le spath qui dérive par hémiédrie du prisme hexagonal, et qui cependant n'a pas de pouvoir rotatoire.

C'est en suivant ces idées que M. Marbach a découvert la rotation des bromate et chlorate de soude, et de l'acétate d'urane et de soude. Ces cristaux sont cubiques, mais ils ont des facettes hémièdres qui répondent à des solides symétriques non superposables; ils offrent donc le caractère reconnu par M. Pasteur, et ils devaient faire tourner, comme ils font en effet tourner, le plan de polarisation, les uns à droite, les autres à gauche, suivant le sens de leurs facettes; mais si on fait redissoudre des cristaux de la même variété pour les laisser cristalliser de nouveau, ils reproduisent des cristaux tournant à droite avec une hémiédrie dans un sens et d'autres qui tournent à gauche avec l'hémiédrie contraire; c'est donc un caractère qu'ils prennent en cristallisant sans qu'on sache pourquoi, et qu'ils perdent quand on les dissout.

QUATRE-VINGT-NEUVIÈME LEÇON.

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION.

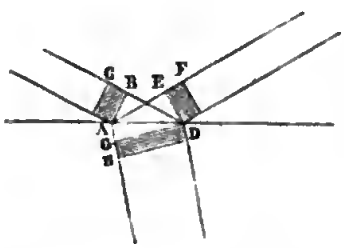
Théorie de Fresnel. — Cas de la lumière polarisée : 1° dans le plan d'incidence; 2° dans le plan perpendiculaire; 3° dans un azimut quelconque. — Angle de polarisation. — Mouvement du plan de polarisation. — Cas de la lumière naturelle. — Expériences de vérification. — Lois de la réfraction; divers cas. — Loi d'Arago. — Théorème de M. Cornu. — Appareil de Norremberg. — Réflexion totale. — Théorie de Fresnel. — Vérifications.

Réflexion sur les métaux. — Mesure des intensités; des différences de phases. — Réflexions multiples. — Formules de Cauchy. — Couleurs des métaux.

Anneaux colorés. — Lois expérimentales. — Théorie. — Cas de la lumière polarisée dans le plan d'incidence; perpendiculairement. — Anneaux à centre blanc. — Théorie mécanique complète. — Polarisation des anneaux.

Soit AD (*fig.* 850) la surface qui sépare l'air d'un milieu AGD dont l'indice est n. Une portion d'onde plane AB, qui rencontre cette surface, donne naissance à deux autres ondes planes, l'une réfléchie DE, l'autre réfractée DG. Nous avons déterminé déjà leurs directions, nous voulons maintenant calculer leurs intensités et leurs phases. Ce problème a été résolu par Fresnel au moyen d'hypothèses simples et heureuses que nous allons reproduire.

Fig. 850.



A son arrivée en A, la vitesse vibratoire de toutes les molécules situées sur le front AB de l'onde peut s'écrire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

En ce point A et au même moment, les vibrations des ondes réfléchie et réfractée pourront se représenter généralement par

$$u = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi\right), \quad w = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi'\right);$$

le problème consiste à déterminer a, b, φ et φ'.

Fresnel commence par admettre que φ et φ' sont nulles, c'est-à-dire qu'au même moment et en un même point A les ondes incidentes réfléchie et réfractée sont dans la même phase de vibration. Cette hypothèse, que l'expérience ne justifie que dans des cas particuliers, réduit le problème à une extrême simplicité. Les trois vibrations deviennent :

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$u = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$w = b \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

et il n'y a plus qu'à trouver les paramètres a et b. Construisons les trois cylindres ABC, DEF, DGH, dont les hauteurs CB et EF d'une part, et GH de l'autre, soient égales aux longueurs d'onde λ et λ' dans les deux milieux; désignons par M la masse d'éther contenue dans les deux premiers et par M' celle du second : il est évident qu'ils seront parcourus par la lumière pendant le même temps T, qu'on pourra les décomposer en tranches élémentaires qui seront animées au même moment de toutes les valeurs que prennent les vitesses v, u, w, quand la phase varie de $2\pi\lambda$, et que la somme des forces vives qui pendant un temps T anime ABC se répartit ensuite dans DEF et DGH. On aura, par conséquent,

$$\sum M v^2 = \sum M u^2 + \sum M' w^2,$$

$$M \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T} = M a^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T} + M' b^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\frac{1 - a^2}{b^2} = \frac{M'}{M}.$$

Or, en désignant par d et d' les densités de l'éther dans les deux milieux,

$$M' = GD.\lambda'.d' \quad \text{et} \quad M = AB.\lambda.d;$$

par conséquent,

$$\frac{M'}{M} = \frac{GD}{AB}\frac{\lambda'}{\lambda}\frac{d'}{d} = \frac{\cos r}{\cos i}\frac{\sin r}{\sin i}\frac{d'}{d}.$$

En désignant par e et e' les élasticités de l'éther, les vitesses v et v' de propagation de la lumière dans les deux milieux sont égales respectivement à $\sqrt{\frac{e}{d}}$ et à $\sqrt{\frac{e'}{d'}}$. On ne sait pas suivant quelles lois varient e et e'; Fresnel en est réduit à faire une hypothèse que rien ne justifiera si ce n'est le succès du résultat; il admet que $e = e'$, c'est-à-dire que l'élasticité de l'éther reste constante quand on passe d'un milieu à l'autre. Cela fait, on a

$$\frac{d'}{d} = \frac{v^2}{v'^2} = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r};$$

par suite,

$$\frac{M}{M'} = \frac{\cos r}{\cos i}\frac{\sin r}{\sin i}\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

et enfin

$$(1) \qquad 1 - a^2 = b^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}.$$

Pour trouver une seconde relation entre a et b, Fresnel fait remarquer que, pendant la propagation d'une onde dans un milieu homogène, deux molécules infiniment voisines ont au même moment des vitesses parallèles dont les amplitudes et les phases ne diffèrent que par des infiniment petits; il admet, pour satisfaire aux lois de la continuité, qu'il y a encore égalité entre les vitesses parallèles à AD dont sont animées deux molécules séparées par cette surface AD.

Supposons que l'onde primitive AB soit polarisée dans le plan d'incidence, qui est celui de la figure; alors les vibrations sont normales à ce plan; elles se projettent en A et D; elles sont parallèles à la surface AD, et il est évident qu'elles conserveront la même direction dans les ondes réfléchie et réfractée.

Mais la tranche AD du milieu supérieur est animée des deux vitesses v et u incidente et réfléchie, tandis que la tranche en contact du second milieu n'a que la vitesse w. D'après l'hypothèse précédente, Fresnel admet que w est égale à $v + u$, d'où il tire

$$(2) \qquad 1 + a = b.$$

Quand l'onde est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, les vibrations sont dans ce plan et dirigées suivant AB, DE et DG; leurs composantes parallèles à AD sont $v \cos i$, $u \cos i$, $w \cos r$; et puisqu'elles doivent être égales de part et d'autre de la surface, on pose

$$(3) \qquad (1 + a) \cos i = b \cos r.$$

On remarquera que Fresnel ne s'occupe pas des composantes perpendiculaires à la surface : c'est un point que nous examinerons bientôt.

LUMIÈRE POLARISÉE DANS LE PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, les valeurs de a et b se trouveront en résolvant les équations (1) et (2),

$$(1) \qquad 1 - a^2 = b^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(2) \qquad 1 + a = b.$$

On divise la première par le carré de la seconde, et l'on trouve

$$\frac{1 - a}{1 + a} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(4) \qquad a = -\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} = \frac{\cos i - \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{n^2 - \sin^2 i}},$$

$$(5) \qquad b = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i + r)}.$$

Les quantités totales de lumière dans les ondes incidente, réfléchie et réfractée sont représentées par leurs forces vives Mv^2, Mu^2, $M'w^2$, c'est-à-dire par M, Ma^2, $M'b^2$, ou enfin par

$$1, \ a^2, \ 1 - a^2.$$

On voit que l'onde réfractée est complémentaire de l'onde incidente.

Lorsque l'incidence croît de $i=0$ à $i=90$, a augmente depuis $\frac{n-1}{n+1}$ jusqu'à 1, et l'intensité de la lumière réfléchie depuis $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ jusqu'à l'unité. Celle de la lumière réfractée décroît continuellement depuis $\frac{4n}{(n+1)^2}$ jusqu'à zéro.

On peut vérifier la formule au moyen des mesures photométriques. C'est la marche qu'a suivie Arago. Mais puisque la lumière et la chaleur ne sont que des manifestations d'un même mouvement, on peut tout aussi bien contrôler la théorie par la mesure, au moyen de la pile de Melloni, des quantités de chaleur réfléchie par le verre; c'est ce qu'ont fait MM. de la Provostaye et Desains, et leurs mesures sont conformes aux formules précédentes.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Pour distinguer ce cas du précédent, désignons par a' et b' les coefficients de réflexion et de réfraction : il faut résoudre les équations

$$(1) \qquad 1-a'^2 = b'^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(3) \qquad (1+a')\cos i = b' \cos r.$$

En divisant la première par le carré de la seconde,

$$\frac{1-a'}{1+a'} = \frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r},$$

$$a' = -\frac{\sin i \cos i - \sin r \cos r}{\sin i \cos i + \sin r \cos r} = \frac{\sqrt{n^2-\sin^2 i} - n^2 \cos i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i} + n^2 \cos i},$$

$$(6) \qquad a' = -\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)},$$

$$(7) \qquad b' = \frac{2 \sin r \cos r}{\sin i \cos i}.$$

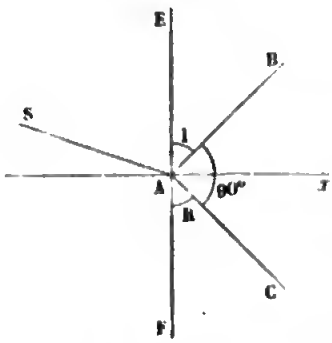
La quantité de lumière réfléchie est exprimée par a'^2. Pour

$i = 0°$, elle est $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, égale à celle qui se réfléchit normalement quand elle est polarisée dans le plan d'incidence. A mesure que i augmente, a'^2 diminue. Quand $i + r = 90°$, elle devient nulle. Elle augmente ensuite jusqu'à l'unité pour $i = 90$. La quantité de lumière réfractée est complémentaire.

ANGLE DE POLARISATION. — Il y a donc une incidence remarquable I pour laquelle la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence ne se réfléchit pas et se transmet totalement ; c'est l'incidence de polarisation. Pour le verre, elle est sensiblement égale à 54° 35′. En général, elle est déterminée par la condition

$$I + R = 90°.$$

Fig. 851.



Soient SA (*fig.* 851) le rayon incident, AB et AC les rayons réfléchi et réfracté. Les angles I et R sont égaux à EAB et à CAF, et puisque leur somme est égale à 90 degrés, il faut que BAC soit un angle droit. Donc « l'incidence de polarisation est celle pour laquelle le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté. »

I et R étant complémentaires, sin R est égal à cos I. Donc

$$\frac{\sin I}{\sin R} = \frac{\sin I}{\cos I} = \operatorname{tang} I,$$

$$\operatorname{tang} I = n.$$

L'angle de polarisation est donc celui « dont la tangente est égale à l'indice de réfraction. » Avant les travaux de Fresnel, cette loi avait été découverte expérimentalement par le docteur Brewster, et elle porte son nom.

LUMIÈRE POLARISÉE DANS UN AZIMUT A. — Supposons que la surface réfléchissante soit verticale (*fig.* 852), que le plan d'incidence soit représenté par la ligne horizontale Ox, que le rayon incident se projette en O et que son plan de polarisation OM fasse un angle A avec Ox. La vibration incidente sera

dirigée suivant OP; elle pourra se décomposer en deux autres

$$OD = x = \sin A, \quad OC = y = \cos A.$$

En se réfléchissant elles deviendront

$$OD' = x' = a' \sin A, \quad OC' = y' = a \cos A;$$

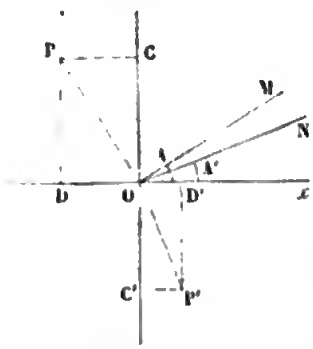
elles auront la même phase et seront les composantes d'une vibration unique OP′ faisant avec l'axe des y un angle A′; la tangente de A′ sera égale au rapport de x' à y':

$$\operatorname{tang} A' = \frac{a' \sin A}{a \cos A} = \operatorname{tang} A \frac{\dfrac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}}{\dfrac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}},$$

$$(8) \qquad \operatorname{tang} A' = \operatorname{tang} A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

$\dfrac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$ est une quantité égale à l'unité pour $i = 0$, décroissante quand i augmente, nulle si $i + r = 90°$, négative et croissante ensuite jusqu'à l'unité pour des valeurs de i qui augmentent jusqu'à 90 degrés. Il en résulte que le plan de polarisation de la lumière réfléchie doit être confondu avec celui du rayon incident pour la réflexion normale, se rapprocher ensuite du plan d'incidence et se confondre avec lui sous l'angle de polarisation, s'en écarter de l'autre côté jusqu'à prendre une valeur égale et contraire à A pour $i = 90°$.

Fig. 852.



Or, Brewster avait découvert par l'expérience, antérieurement aux travaux de Fresnel, la loi des valeurs de A′ et l'avait exprimée par la formule

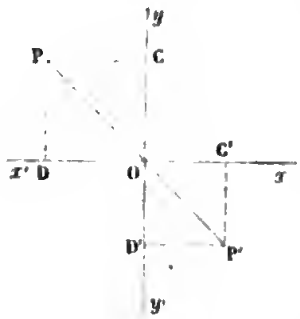
$$\operatorname{tang} A' = -\operatorname{tang} A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},$$

qui est numériquement égale à celle de Fresnel, mais qui en diffère par le signe.

Cette contradiction vient de ce que nous n'avons pas tenu compte du changement de direction du rayon réfléchi.

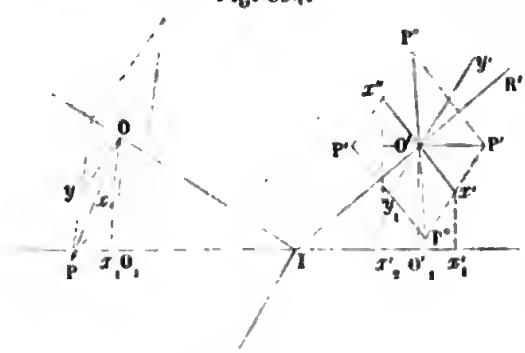
Considérons d'abord le cas de l'incidence normale; supposons que le rayon incident vienne en O (*fig.* 853) vers l'observateur placé en avant de la figure et la regardant, la vibration se fera suivant le plan OP dans le quadrant yOx' vers la gauche de Oy. Par la réflexion, les deux vibrations OC, OD s'affaiblissent dans un même rapport, changent de signe, et deviennent OC′, OD′. La vibration résultante OP′ est sur le prolongement de OP, et les deux plans de polarisation doivent être en réalité confondus comme le veut la formule. Mais le rayon change de direction par la réflexion. Il en résulte que pour le recevoir dans l'œil, l'observateur est obligé de se placer derrière le tableau en se retournant. Alors la vibration OP lui paraît être à la droite de Oy au lieu d'être à la gauche de cet axe; A se change en — A, mais c'est le changement de position de l'observateur qui cause ce changement de signe.

Fig. 853.



En général, soient OI un rayon incident quelconque (*fig.* 854), OP la vibration qu'on décompose en Oy parallèle à la surface réfléchissante et perpendiculaire au plan d'incidence, et en Ox située dans ce plan. Pour l'observateur placé en I, OP est à gauche de Oy; O_1x_1 est la projection de Ox sur la surface réfléchissante.

Fig. 854.



Le rayon se réfléchit en IO′, et l'observateur est placé en R′; la vibration y change de signe, et devient y'. Quant à la composante x il peut arriver trois cas.

1° Si l'incidence est plus petite que celle de polarisation, la projection O_1x_1 parallèle à la surface change de signe par la réflexion et devient $O'_1x'_1$. $O'x'$ est la vibration dans le plan

d'incidence, et la résultante de y' et de x', OP', est à droite de Oy' ; l'azimut de polarisation A' a donc un signe contraire à A.

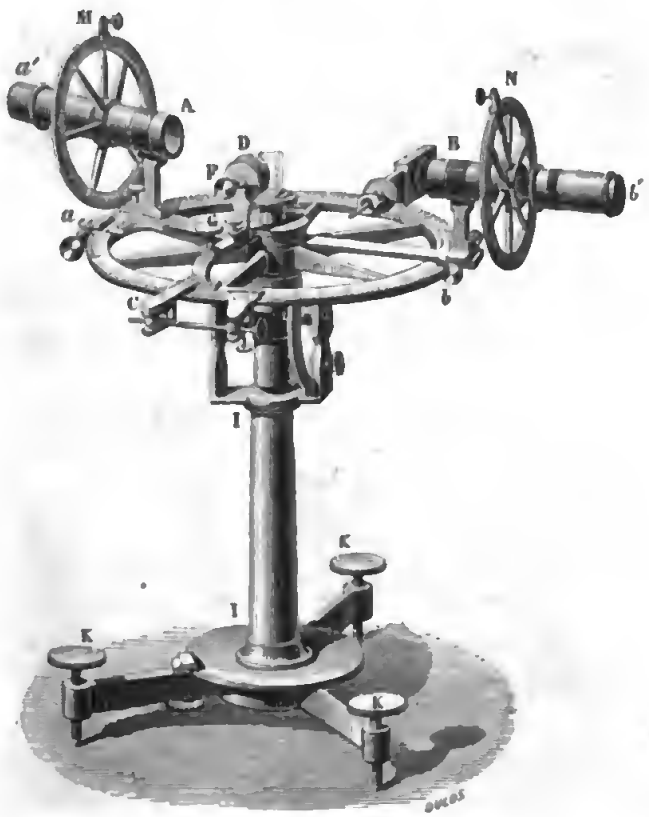
2° Sous l'angle de polarisation, $O'_1 x'_1$ est nulle ainsi que $O'x'$, $O'y'$ est la vibration réfléchie, le plan de polarisation est confondu avec le plan d'incidence.

3° Pour une incidence supérieure à I, la projection $O'_1 x'_2$ est de même signe que $O_1 x_1$; la vibration $O'x'$ s'est changée en $O'x''$, et la résultante O'P'' de $O'x''$ et de $O'y'$ est à droite de Oy' ; A' a le même signe que A.

On voit que les changements de position de l'observateur expliquent la contradiction de signe entre la formule qui résume l'expérience et celle de Fresnel.

Pour observer l'azimut A' du plan de polarisation du rayon

Fig. 855.



réfléchi, et en général pour toutes les expériences de ré-

flexion et de réfraction, j'ai fait construire le cercle représenté *fig.* 677, *Pl. III*, et qui a été décrit p. 349; seulement on place en a'' le tube M (*fig.* 678) qui porte un cercle azimutal sur lequel tourne un prisme de Nicol. La lumière partant de a', rendue parallèle par la lentille qui est en a'', se polarise ensuite dans un azimut A qu'on fait varier à volonté. Après avoir été réfléchie, elle est reçue dans l'appareil N (*fig.* 678) qui contient d'abord un second nicol mobile autour de l'axe pour mesurer l'azimut A' du plan de polarisation après la réflexion, et ensuite une lunette qui vise à l'infini et donne l'image nette de l'ouverture a'. La substance réfléchissante est en D; on la fait affleurer au centre en élevant son support dans la coulisse H, et on règle son plan par les vis *ee*, de telle sorte qu'en la faisant tourner autour d'un axe F parallèle au cercle, on ne déplace pas l'image réfléchie.

La *fig.* 855 montre l'appareil complet.

RAYON RÉFRACTÉ. — La réfraction produit des phénomènes analogues. Soient toujours (*fig.* 852) $x = \sin A$, $y = \cos A$, les deux composantes de la vibration incidente. En se réfractant elles deviennent

$$x' = b' \sin A, \quad y' = b \cos A,$$

et sont les deux composantes horizontales et verticales d'une vibration unique polarisée dans un azimut A''; on a

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{x'}{y'} = \frac{b'}{b} \operatorname{tang} A.$$

$$\frac{\operatorname{tang}^2 A''}{\operatorname{tang}^2 A} = \frac{1 - a'^2}{1 - a^2} = \frac{1 - \dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}}{1 - \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}}$$

$$= \frac{\sin^2(i+r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} \left[\frac{\operatorname{tang}^2(i+r) - \operatorname{tang}^2(i-r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)}\right]$$

$$= \frac{1}{\cos^2(i-r)} \frac{\sin^2(i+r)\cos^2(i-r) - \sin^2(i-r)\cos^2(i+r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)},$$

et enfin

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{\operatorname{tang} A}{\cos(i-r)}.$$

Si la plaque est à faces parallèles, le rayon polarisé dans l'azimut A″ rencontre la deuxième surface et sort de la plaque dans un azimut A_1 donné par la relation

$$\tang A_1 = \frac{\tang A''}{\cos(r-i)},$$

ou

$$\tang A_1 = \frac{\tang A}{\cos^2(i-r)}. \tag{9}$$

Comme les précédentes, cette formule a été découverte expérimentalement par le docteur Brewster. Elle se vérifie au moyen du même appareil.

RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE NATURELLE. — Un rayon de lumière naturelle peut se décomposer en deux autres qui sont indépendants, dont l'intensité est égale à $\frac{1}{2}$ et qui sont polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence. Chacun d'eux se réfléchit suivant les formules précédentes, et leurs intensités s'ajoutent; on a donc, pour la quantité totale de lumière réfléchie,

$$L = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}\right]. \tag{10}$$

Les deux termes du deuxième membre représentent l'intensité des faisceaux polarisés dans le plan d'incidence ou perpendiculairement. Si tous deux étaient égaux, ils reproduiraient de la lumière naturelle; mais le second étant plus faible, excepté sous les incidences rasante et normale, il y a un excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence.

Quand $i + r$ sera égal à 90 degrés, le terme $\frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}$ sera nul et le faisceau réfléchi entièrement polarisé dans le plan d'incidence. C'est pour cette raison qu'on a nommé *angle de polarisation* l'incidence I qui satisfait à la relation

$$I + R = 90^\circ.$$

Au moyen du cercle divisé que nous avons décrit, on pourra mesurer l'angle de polarisation en cherchant l'incidence qui satisfait à l'une des trois conditions suivantes : 1° de polariser complétement la lumière naturelle incidente; 2° d'éteindre totalement un rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; 3° de faire coïncider avec ce plan d'incidence celui de la polarisation du rayon réfléchi, quel que soit l'azimut A de la lumière incidente.

On peut vérifier toutes les formules au moyen de l'appareil représenté au n° 7 du banc d'optique (*Pl. II*). δ est une simple glace de verre. Un faisceau $\varepsilon\delta$ se réfléchit dans l'axe mn; on peut l'analyser avec un nicol placé en n, et on trouve qu'il est polarisé pour une incidence $i = 54°, 35$. On peut faire tomber un faisceau $\alpha\beta$ sur une première glace métallique β qui ne le polarise pas, puis sur une seconde γ parallèle à β, qui est en verre noirci, et qui fait un angle de 54°,35 avec l'axe XX. Elle réfléchit et polarise la lumière qui est ensuite reçue sur la glace δ où elle est réfléchie une seconde fois en quantité donnée par la formule suivante, où A est l'angle des deux plans :

$$R = \frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}\sin^2 A + \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos A,$$

et si l'incidence est telle que $i + r = 90°$,

$$R = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos A,$$

quantité qui est maximum lorsque $A = 0$, et nulle si $A = 90$.

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE NATURELLE. — Si le faisceau incident est égal à l'unité, on pourra le décomposer comme précédemment en deux autres égaux à $\frac{1}{2}$, polarisés dans les azimuts zéro et 90 degrés qui donneront, par la réfraction, un faisceau total

$$(11) \quad T = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right] + \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}\right].$$

Le premier terme exprime la lumière polarisée dans le plan d'incidence; il est plus petit que le second qui exprime la lumière polarisée perpendiculairement. Donc, par une seule réfraction, la lumière est partiellement polarisée dans ce plan perpendiculaire au plan d'incidence.

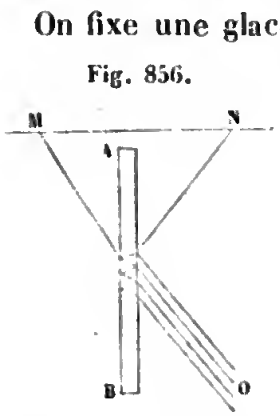
La formule précédente s'écrit

$$T = 1 - \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}\right] = 1 - R.$$

Les rayons réfléchi et réfracté sont donc complémentaires, et l'excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence par réflexion est égal à l'excès de lumière polarisée perpendiculairement par réfraction. Cette loi a été découverte par Arago; elle s'étend à un nombre quelconque de réflexions et de réfractions. On la vérifie de la manière suivante.

On fixe une glace AB (*fig.* 856) devant une feuille de papier MN, uniformément éclairée, de manière que l'œil placé en O reçoive à la fois la lumière réfléchie venant de N et la lumière réfractée venant de M. Toutes deux sont polarisées partiellement quand elles sont séparées; elles reproduisent de la lumière naturelle en se superposant.

Fig. 856.



Aucune des deux parenthèses qui composent la valeur de T dans l'équation (11) ne peut devenir nulle; il n'y a donc pas d'incidence de polarisation totale par réfraction. Mais la différence de ces quantités est maxima pour $I + R = 90°$; l'incidence I est donc celle de polarisation maxima. Si on prend une glace à faces parallèles, la proportion de lumière polarisée est doublée, et si on a n glaces, elle est $2n$ fois plus grande. En traversant sous l'incidence de 54 degrés une pile formée de dix plaques de verre mince, un faisceau de lumière naturelle est sensiblement polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; la *fig.* 675 *bis*, *Pl. II*, montre un appareil de ce genre.

Nous résumons tous ces résultats dans le tableau suivant :

1° *Lumière polarisée dans le plan d'incidence.*

$$\text{Amplitudes du rayon}\begin{cases}\text{réfléchi....} & -\dfrac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},\\[2ex] \text{réfracté....} & +\dfrac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)}.\end{cases}$$

$$\text{Quantités de lumière}\begin{cases}\text{réfléchie.....} & \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},\\[2ex] \text{réfractée....} & 1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}.\end{cases}$$

2° *Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence.*

$$\text{Amplitudes du rayon}\begin{cases}\text{réfléchi....} & -\dfrac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)},\\[2ex] \text{réfracté....} & +\dfrac{2\sin r\cos r}{\sin i\cos i-\sin r\cos r}.\end{cases}$$

$$\text{Quantités de lumière}\begin{cases}\text{réfléchie....} & \dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)},\\[2ex] \text{réfractée....} & 1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}.\end{cases}$$

3° *Lumière polarisée dans l'azimut* A.

$$\text{Quantité de lumière}\begin{cases}\text{réfléchie..} & R=\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos^2 A+\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\sin^2 A,\\[2ex] \text{réfractée..} & T=\left[1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right]\cos^2 A+\left[1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right]\sin^2 A.\end{cases}$$

$$\text{Nouvel azimut de polarisation du rayon}\begin{cases}\text{réfléchi....} & \operatorname{tang}A'=\operatorname{tang}A\,\dfrac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},\\[2ex] \text{réfracté....} & \cot A''=\cot A\cos(i-r).\end{cases}$$

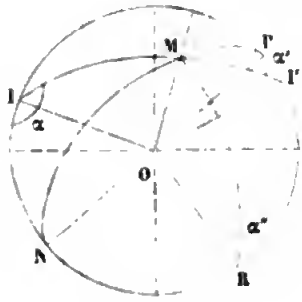
4° *Lumiere naturelle.*

$$\text{Quantité de lumière}\begin{cases}\text{réfléchie.} & \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}+\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right],\\[2ex] \text{réfractée.} & \dfrac{1}{2}\left[1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right]+\dfrac{1}{2}\left[1-\dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right].\end{cases}$$

$$\text{Lumière polarisée par}\begin{cases}\text{réflexion....} & \dfrac{1}{2}\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\dfrac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right],\\[2ex] \text{réfraction...} & \dfrac{1}{2}\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\dfrac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right].\end{cases}$$

Soient IO, OI′ et OR (*fig.* 857) les rayons incident, réfléchi et réfracté; décrivons une sphère du point O comme centre. Menons suivant IO le plan IOM qui contient les vibrations incidentes, et un autre plan NMP normal au rayon réfracté OR. M. Cornu a démontré que OMI′ et OMR contiennent les vibrations des rayons réfléchi et réfracté.

Fig. 857.



Soient α, α', α'' les angles que les trois plans OMI, OMI′, OMR font avec le plan d'incidence; on a

$$\operatorname{tang} MOP = \operatorname{tang}\alpha \sin IOP = \operatorname{tang}\alpha' \sin I'OP = \operatorname{tang}\alpha'' \sin ROP;$$

on a, d'autre part,

$$ROP = 90^\circ, \quad IOP = 360 - IOR - ROP = 90 - i - r,$$
$$I'OP = 90 - ROI' = i + r - 90;$$

et, en remplaçant, on trouve

$$\operatorname{tang} MOP = \operatorname{tang}\alpha \cos(i - r) = \operatorname{tang}\alpha' \cos(i + r) = \operatorname{tang}\alpha'',$$

ou

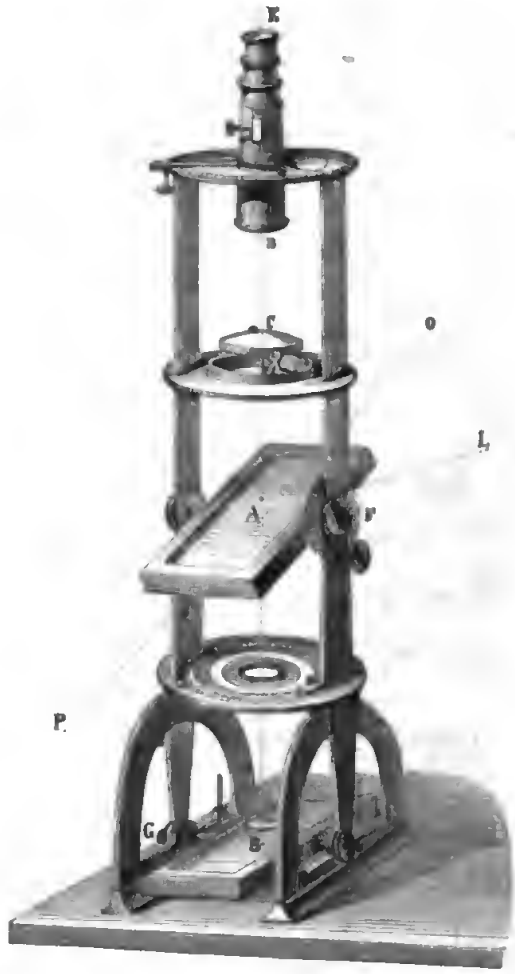
$$\operatorname{tang}\alpha'' = \operatorname{tang}\alpha \cos(i - r),$$
$$\operatorname{tang}\alpha' = \operatorname{tang}\alpha \frac{\cos(i - r)}{\cos(i + r)}:$$

donc α, α' et α'' sont complémentaires des angles que font avec le plan d'incidence les plans de polarisation des trois rayons; par conséquent les trois plans IOM, I′OM, ROM sont les plans qui contiennent les vibrations; ils se coupent suivant une même droite OM.

APPAREIL DE NORREMBERG. — L'appareil suivant (*fig.* 858) peut servir à répéter presque toutes les expériences de polarisation. Un rayon de lumière LA tombe sur une glace A qui fait avec la verticale un angle de 54°,35; il se réfléchit suivant AB′, rencontre une glace métallique B′, revient suivant B′A, traverse la lame A, et continue son chemin jusqu'en E. En E est un analyseur. Sur le trajet de la lumière polarisée en C, on

peut mettre des lames minces cristallisées ou des quartz. Si on les dispose entre A et B', ils sont traversés deux fois par

Fig. 858.



la lumière polarisée; la différence de marche des rayons interférents est doublée pour les lames cristallisées; la rotation des plans de polarisation est détruite pour les quartz. Si l'on met des lentilles dans le trajet, on peut faire les expériences qui exigent l'emploi de la lumière divergente.

RÉFLEXION TOTALE.

Les formules de Fresnel sont générales; on vient de les vérifier pour le cas où l'indice du second milieu est plus grand

que l'unité; elles s'appliquent également aux réflexions intérieures, tant que l'incidence ne dépasse pas l'angle limite; mais au delà elles deviennent imaginaires. Considérons d'abord le cas où la lumière est polarisée dans le plan d'incidence; on a

$$u = -\frac{\sin(1-r)}{\sin(1+r)} = \frac{-\sin i\cos r + \sin r\cos i}{\sin i\cos r + \sin r\cos i}$$

$$= \frac{n\sin i\cos i - \sin i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n\sin i\cos i + \sin i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}$$

$$= \frac{n^2\sin^2 i\cos^2 i + \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i) - 2n\sin^2 i\cos i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n^2\sin^2 i\cos^2 i - \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i)}$$

$$= \frac{n^2+1-2n^2\sin^2 i}{n^2-1} - \frac{2n\cos i}{n^2-1}\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}\sqrt{-1}$$

$$= P + Q\sqrt{-1}.$$

En présence de ce résultat, Fresnel fait le raisonnement suivant auquel nous ne changerons rien.

Puisque cette vitesse u est imaginaire, il faut que l'une des deux équations (1) et (2) qui ont servi à la calculer soit inexacte. Ce ne peut être l'équation des forces vives; il faut que ce soit la seconde $1 + a = b$. Or, celle-ci a été établie en supposant que la phase des rayons incident et réfléchi est la même à la surface de séparation; c'est probablement cette hypothèse qui est fausse, et l'analyse ne pouvant abandonner dans ses réponses les conditions qui lui ont servi de fondement nous avertit qu'il faut les changer. Reprenons donc le problème en admettant qu'il y ait entre v et u une différence de phase φ et qu'on ait

$$v = \sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad u = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \varphi\right),$$

$$u = a\cos 2\pi\varphi\sin 2\pi\frac{t}{T} + a\sin 2\pi\varphi\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

u pourra être considéré comme étant la somme de deux vibrations différant de $\frac{\pi}{2}$; son intensité A^2 devra être égale à la somme des intensités de ces deux vibrations,

$$A^2 = a^2\cos^2 2\pi\varphi + a^2\sin^2 2\pi\varphi.$$

D'un autre côté, dans la solution précédente, la valeur trouvée pour u était de la forme $P + Q\sqrt{-1}$. Or, on sait qu'en mathématiques on interprète de la manière suivante cette forme imaginaire : on construit un triangle rectangle dont les deux côtés sont P et Q, et l'hypoténuse, qui est $\sqrt{P^2 + Q^2}$, représente la valeur qu'on aurait obtenue si on avait corrigé dans le problème la condition erronée qui a amené la forme imaginaire.

Faisant l'application de cette théorie au cas qui nous occupe, Fresnel admet que $\sqrt{P^2 + Q^2}$ serait l'amplitude de la vitesse v et $P^2 + Q^2$ son intensité. Comme, d'autre part, nous venons de la représenter par

$$a^2 \cos^2 2\pi\varphi + a^2 \sin^2 2\pi\varphi$$

et que $a \cos 2\pi\varphi$ et $a \sin 2\pi\varphi$ sont les côtés d'un triangle rectangle, on est amené à poser

$$a \cos 2\pi\varphi = P = \frac{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 i}{n^2 - 1},$$

$$a \sin 2\pi\varphi = Q = -\frac{2n \cos i}{n^2 - 1}\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}.$$

En faisant la somme des carrés on aura l'intensité de la lumière réfléchie,

$$A^2 = \frac{(n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 i)^2 + 4n^2 \cos^2 i (n^2 \sin^2 i - 1)}{(n^2 - 1)^2}$$
$$= \frac{(n^2 + 1)^2 - 4n^2}{(n^2 - 1)^2} = 1 :$$

par conséquent la réflexion est totale.

On obtient, en second lieu, pour le changement de phase,

$$\tang 2\pi\varphi = \frac{Q}{P} = -\frac{2n \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 i}.$$

Dans le cas où la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, on répète absolument les mêmes raisonnements; il n'y a qu'à remplacer la vitesse v par w et l'on obtient, toutes réductions faites, 1° une intensité encore égale à

l'unité, 2° un changement de phase φ' donné par la formule

$$\operatorname{tang} 2\pi\varphi' = -\frac{2n\cos i\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - (n^4 + 1)\sin^2 i}.$$

Quand la lumière sera polarisée dans un azimut quelconque A, on la décomposera en deux faisceaux $\cos^2 A$ et $\sin^2 A$, polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire. Ils se réfléchiront totalement et prendront une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$ qu'on calcule aisément puisqu'on connaît $2\pi\varphi$ et $2\pi\varphi'$. On trouve

$$\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{1 - (n^2 + 1)\sin^2 i + 2n^2\sin^4 i}{(n^2 + 1)\sin^2 i - 1}.$$

En résumé, Fresnel a cherché à interpréter les formules dans un cas où elles n'étaient point applicables; il y est parvenu d'une manière très-conjecturale. Il est arrivé à cette conclusion que la lumière est réfléchie totalement quel que soit son plan de polarisation; qu'elle est polarisée elliptiquement, et que ses deux composantes ont une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$. C'est ce qu'il faut chercher à vérifier.

VÉRIFICATIONS. — Sous l'incidence limite $i = \frac{1}{n}$, $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$ est égal à l'unité, et la différence de marche $2\pi(\varphi - \varphi')$ est nulle. Elle augmente ensuite avec i, atteint un maximum, puis décroît de nouveau jusqu'à l'incidence 90 degrés, pour laquelle $\sin i = 1$ et $\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = 1$. Pour trouver ce maximum il faut chercher le minimum de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, c'est-à-dire égaler à zéro la dérivée de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, ce qui conduit à l'expression

$$(n^2 + 1)\sin^2 i - 2 = 0, \quad \sin^2 i = \frac{2}{n^2 + 1}.$$

Si l'on emploie du verre de Saint-Gobain pour lequel $n = \frac{3}{2}$,

$$\sin^2 i = \frac{8}{13}, \quad i = 55°, \quad \text{et} \quad \cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{119}{16}.$$

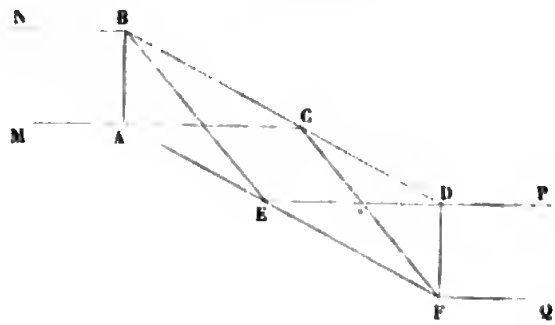
Cette valeur est un peu plus petite que $\sqrt{\frac{1}{2}}$; c'est-à-dire que

la différence de phase maximun atteint à peu près 45 degrés et la différence de marche $\frac{\lambda}{8}$ est un peu supérieure à un huitième de longueur d'onde sous une incidence de 55 degrés.

Si donc on fait réfléchir deux fois le rayon incident sous cet angle, la différence de phase des deux vibrations composantes sera sensiblement égale à 90 degrés ou la différence de marche à un quart d'onde. La lumière sera polarisée elliptiquement, et l'un des axes de l'ellipse sera dans le plan d'incidence. Si, de plus, le rayon incident est polarisé dans un azimut de 45 degrés, les axes de l'ellipse seront égaux et le rayon réfléchi polarisé circulairement. Telle est la conséquence qu'on va vérifier.

Fresnel a construit des parallélipipèdes de verre ABDF (*fig.* 859) dont les dimensions sont telles, qu'un faisceau de

Fig. 859.



rayons parallèles MNAB, polarisé à 45 degrés, qui tombe normalement sur AB, se réfléchit une première fois intérieurement en BC, sous l'angle de 55 degrés, puis une seconde fois en EF, et sort normalement en DF, après avoir repris sa direction primitive. L'expérience montre : 1° qu'il est dépolarisé et donne deux images égales dans un analyseur dirigé d'une manière quelconque ; 2° si on interpose en DPFQ un mica d'un quart d'onde dans une direction quelconque, le faisceau redevient polarisé à 45 degrés de la section principale de ce mica ; 3° enfin, si à la suite du parallélipipède ABFD on en place un second qui double le nombre des réflexions (*fig.* 860), la différence de marche est doublée ; elle est égale à $\frac{\lambda}{2}$, le rayon est

ramené à la polarisation plane, et le plan de polarisation a

Fig. 860.

tourné de 180 degrés. Ces vérifications ne laissent rien à désirer. Depuis cette époque j'ai mesuré moi-même la différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$ pour toutes les incidences et justifié complétement la formule de Fresnel.

RÉFLEXION SUR LES MÉTAUX. — Malus avait reconnu que la réflexion sur les métaux se fait suivant d'autres lois qu'à la surface des corps transparents.

Brewster, Biot, Neumann, de Senarmont et moi-même avons expérimentalement étudié cette question; elle a été traitée théoriquement par Mac Cullagh et Cauchy. Je m'occuperai surtout des résultats de l'expérience.

Tout rayon polarisé dans le plan d'incidence ou perpendiculairement reste, après la réflexion, polarisé dans le même plan. Dans le premier cas, la proportion de lumière réfléchie croît depuis la réflexion normale jusqu'à l'incidence rasante où elle devient égale à un; dans le second, elle diminue d'abord et atteint un minimum sous une incidence déterminée I, après quoi elle augmente jusqu'à la réflexion rasante où elle est encore égale à l'unité. Ce minimum est peu prononcé pour l'argent, il est beaucoup plus accentué pour l'acier; pour certains oxydes métalliques il est voisin de zéro.

Il résulte de là que la lumière naturelle qui peut être décomposée en deux faisceaux égaux, polarisés dans les plans principaux, restera composée, après la réflexion, de deux rayons polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire, le premier plus intense que le second, et leur superposition donnera une lumière partiellement polarisée dans le plan d'incidence, surtout sous l'angle I. A cause de cela I se nomme l'angle de polarisation maximum ou simplement de polarisation.

Pour mesurer les proportions A^2 et A'^2 de lumière réfléchie,

quand elle est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire, j'ai formé un miroir plan, mi-parti de verre et du métal que je voulais étudier; je l'ai placé au centre de mon appareil de réflexion; j'ai polarisé la lumière incidente à 45 degrés et j'ai reçu sur un analyseur biréfringent la double image donnée par le métal et le verre. Si α est l'azimut de l'analyseur, les images ordinaires et extraordinaires données par le verre et par le métal sont

$$\mathrm{O}\begin{cases} a^2\cos^2\alpha, \\ \mathrm{A}^2\cos^2\alpha; \end{cases} \qquad \mathrm{E}\begin{cases} a'^2\sin^2\alpha, \\ \mathrm{A}'^2\sin^2\alpha. \end{cases}$$

Il y a deux valeurs α_1 et α_2 de α, pour lesquelles les images de nom contraire réfléchies par les deux substances sont égales : on mesure ces valeurs et on obtient

$$a^2\cos^2\alpha_1 = \mathrm{A}'^2\sin^2\alpha_1, \quad \mathrm{A}'^2 = \frac{a^2}{\tang^2\alpha_1} = \frac{\sin^2(i-r)}{\tang^2\alpha_1\sin^2(i+r)},$$

$$\mathrm{A}^2\cos^2\alpha_2 = a'^2\sin^2\alpha_2, \quad \mathrm{A}^2 = a'^2\tang^2\alpha_2 = \frac{\tang^2\alpha_2\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}.$$

Je citerai les nombres obtenus pour l'acier : le minimum de A'^2 se trouve pour l'incidence $\mathrm{I} = 76^\circ$.

ACIER.

INCIDENCES.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS DE LA LUMIÈRE RÉFLÉCHIE			
	polarisée dans le plan d'incidence : A		polarisée perpendiculairement au plan d'incidence : A'	
	observée.	calculée.	observée.	calculée.
85	0,951	0,977	0,719	0,709
80	0,945	0,954	0,547	0,583
75	0,946	0,932	0,566	0,563
70	0,915	0,910	0,545	0,569
60	0,897	0,874	0,630	0,630
50	0,828	0,842	0,666	0,681
40	0,780	0,815	0,688	0,717
30	0,790	0,795	0,760	0,742
20	0,780	0,781	0,770	0,758

DIFFÉRENCE DE MARCHE. — On vient de voir que les métaux polarisent la lumière incomplétement. Ils diffèrent des miroirs transparents par un caractère encore plus remarquable. Ils décomposent une vibration plane en deux rayons polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, inégaux en intensité et différents dans leur phase, de sorte que la lumière réfléchie est polarisée elliptiquement.

Polarisons la lumière incidente dans un azimut α, plaçons le compensateur décrit p. 639 dans le trajet du rayon incident, dirigeons son axe parallèlement au plan d'incidence, mettons le micromètre au zéro et tournons la section principale de l'analyseur dans le plan de polarisation du rayon incident. Nous verrons dans le rayon extraordinaire une frange centrale noire, entre les deux fils qui servent à faire la visée. Dans cet espace les deux prismes du compensateur détruisent exactement leur effet, la lumière y a conservé sa polarisation plane; partout ailleurs elle est devenue elliptique. Cela fait, recevons le rayon incident sur une surface métallique.

Sous l'incidence normale, le rayon réfléchi sera polarisé rectilignement dans un azimut $-\alpha$. Ce changement de signe vient, comme nous l'avons expliqué, de ce que le rayon revient sur ses pas, de ce que l'observateur s'est retourné et de ce que sa droite s'est placée du côté où était primitivement sa gauche. La frange centrale noire se voit donc au zéro de l'appareil dans l'image extraordinaire, lorsque l'azimut de l'analyseur est $-\alpha$.

Quand l'incidence augmente, la frange centrale se déplace peu à peu. Cela veut dire que les deux rayons principaux prennent une différence de marche; qu'elle est détruite par une certaine épaisseur de quartz; qu'aux points où cette épaisseur existe, la polarisation plane est rétablie, et la lumière est éteinte dans l'image extraordinaire quand la section principale de l'analyseur est dans le plan de cette polarisation rétablie. Or, comme les amplitudes $A\cos\alpha$ et $A'\sin\alpha$ des rayons réfléchis ne sont point changées par le compensateur, l'azimut β de la polarisation rétablie est donné par la formule

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{A'}{A}\operatorname{tang}\alpha.$$

Le sens du déplacement de la frange indique que le rayon

polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement. Cette avance est nulle sous l'incidence normale; elle croît avec l'inclinaison, devient égale à $\frac{\lambda}{4}$ sous l'angle de polarisation I et à $\frac{\lambda}{2}$ pour la réflexion rasante. Le compensateur permet de mesurer cette différence de marche Δ : il suffit, comme on l'a expliqué p. 639, de faire jouer le micromètre d'une quantité p jusqu'à ramener la frange sous le fil central. Si L est le déplacement quand la différence de marche est λ, Δ est égale à $\frac{p\lambda}{L}$. Voici le tableau des différences de marche que j'ai trouvées pour l'acier poli :

ACIER.

$$I = 76, \quad \varepsilon = 57^\circ 53'.$$

INCIDENCES.	DIFFÉRENCES DE MARCHE EN FONCTION DE $\frac{\lambda}{2}$	
	observées.	calculées.
84°,00′	0,800	0,796
83,20	0,750	0,753
80,46	0,666	0,641
79,00	0,600	0,596
76,00	0,500	0,500
73,00	0,400	0,392
68,16	0,333	0,320
61,39	0,222	0,226
51,00	0,143	0,133
45,27	0,100	0,100
38,59	0,071	0,071

Puisque la différence de marche est égale à un quart d'onde sous l'incidence I, la lumière réfléchie sera polarisée circulairement, si les deux rayons composants sont égaux. Ils le seront si on a polarisé la lumière incidente dans un azimut α tel que l'on ait

$$A \cos\alpha = A' \sin\alpha.$$

On y arrive par tâtonnement. Alors on reconnaît, en analysant la lumière réfléchie, qu'elle donne deux images égales;

qu'elle repasse à la polarisation rectiligne en traversant un quart d'onde, et, par le sens de la polarisation rétablie, que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance.

RÉFLEXIONS MULTIPLES. — Brewster a fait le premier une expérience très-curieuse qui consiste à faire réfléchir plusieurs fois la lumière polarisée entre deux miroirs métalliques parallèles. En général, le rayon est dépolarisé; mais pour certaines incidences, la polarisation est rétablie dans des azimuts déterminés qui sont alternativement positifs et négatifs. Après 2, 3, 4,..., n réflexions, il y a 1, 2, 3,..., $n-1$ incidences de polarisation rétablie. Neumann a expliqué ce fait comme il suit. Après une réflexion sous des incidences progressivement croissantes i_1, i_2,..., la différence de marche prend les $n-1$, valeurs croissantes

$$\frac{\lambda}{2n},\quad \frac{2\lambda}{2n},\quad \frac{3\lambda}{2n},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

Après n réflexions cette différence de marche est multipliée par n; elle devient, sous les mêmes incidences, égale à des multiples entiers de demi-longueur d'onde qui sont

$$\frac{\lambda}{2},\quad \frac{2\lambda}{2},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2};$$

par conséquent, la polarisation est rétablie.

Réciproquement, si on détermine les diverses incidences de polarisation rétablie, i_1, i_2,..., la différence de marche, après une seule réflexion, sera, pour chacune d'elles, égale à

$$\frac{\lambda}{2n},\quad \frac{2\lambda}{2n},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

C'est ainsi qu'ont été trouvées les différences de marche du tableau précédent. D'un autre côté, on pourra mesurer l'azimut β_n de la polarisation et en déduire le rapport des intensités. En effet, pour une réflexion, les amplitudes réfléchies sont $A'\sin\alpha$, $A\cos\alpha$; pour deux, elles deviennent $A'^2\sin\alpha$, $A^2\cos\alpha$, et ainsi de suite jusqu'à n réflexions; l'azimut de polarisation rétablie serait alors

$$\operatorname{tang}\beta_n = \pm\left(\frac{A'}{A}\right)^n \operatorname{tang}\alpha.$$

Si on a mesuré β_n, on calculera $\frac{A'}{A}$. Le signe $\pm$ correspond aux cas où la différence de marche totale est égale à un multiple pair ou impair de $\frac{\lambda}{2}$.

FORMULES DE CAUCHY. — Ce que nous venons de dire suffit pour faire connaître le sens et l'explication générale des phénomènes de la réflexion métallique. Pour les calculer numériquement il faut admettre certaines hypothèses sur la constitution de l'éther dans les milieux. Nous n'aborderons pas ce point compliqué, et nous nous contenterons de résumer les formules de Cauchy. A et A' sont données par les relations suivantes :

$$A = \tang(\varphi - 45), \quad A' = \tang(\chi - 45).$$

φ et χ se calculent par les équations

$$(1) \quad \begin{cases} \cot\varphi = \cos(2\varepsilon - u)\sin\left(2\arctang\dfrac{U}{\theta^2\cos i}\right), \\ \cot\chi = \cos u \sin\left(2\arctang\dfrac{\cos i}{U}\right). \end{cases}$$

θ et ε sont deux constantes, U et u deux variables qu'on trouve par les relations

$$(2) \quad \begin{cases} \cot(2u - \varepsilon) = \cot\varepsilon\cos\left(2\arctang\dfrac{\sin i}{\theta}\right), \\ \theta^2\sin^2\varepsilon = U^2\sin 2u. \end{cases}$$

Enfin, les constantes θ et ε se déterminent comme il suit. Sous l'angle I de polarisation, les variables u, U prennent les valeurs particulières

$$u = 2\beta, \quad U = \sin I \tang I.$$

β étant l'azimut de polarisation rétablie, quand on a détruit la différence de marche et que le rayon incident est polarisé à 45 degrés. On remplace dans les formules (2) u et U par ces valeurs, et on tire θ et ε. Une fois ces constantes connues, les valeurs de u et U se calculent pour chaque incidence, ainsi que φ et χ, puis enfin A et A'.

COULEUR DES MÉTAUX. — On voit que pour calculer les conditions de la réflexion sur les métaux, il faut deux constantes: l'angle I et l'angle β dont la tangente est égale à $\frac{A'}{A}$ sous l'incidence I.

En cherchant les valeurs de ces deux angles I et β pour les diverses raies du spectre depuis le rouge jusqu'au violet, j'ai trouvé qu'elles sont notablement différentes. Voici quelques exemples :

	ARGENT.		MÉTAL des cloches.		ACIER.		ZINC.		MÉTAL des miroirs.	
	I	β	I	β	I	β	I	β	I	β
Rouge.	75°.00′	40°.59′	74°,15′	28°.46′	77°. 4′	16°.29′	75°.11′	17°. 9′	76°.14′	28°.37′
D	72.30	40. 9	73.28	28.24	76.40	16.48	74.27	18.45	74. 7	27.21
E	71.30	40.19	72.20	25.31	75.47	17.30	73.28	21.13	73.35	25.52
F	69.34	39.46	71.21	23.55	75. 8	18.29	72.32	22.44	73. 4	26.15
H	66.12	39.50	70. 2	23.21	74.32	20. 7	71.18	25.18	71.56	28.00

Il faut d'abord remarquer que les valeurs de I vont en diminuant pour tous les métaux depuis le rouge jusqu'au violet. Cela constitue une notable différence avec les corps transparents chez lesquels l'inverse se présente. Pour ceux-ci

$$\text{tang}\, I = n.$$

Si cette relation s'appliquait aux métaux, il faudrait en conclure que l'indice de réfraction de ces corps diminue depuis le rouge jusqu'au violet.

En examinant les valeurs de β, on peut diviser les métaux en trois classes : 1° l'argent et le métal des cloches, auxquels il faudrait ajouter l'or, le cuivre et le laiton, ont des valeurs de β qui décroissent du rouge au violet; 2° pour l'acier et le zinc la loi est inverse; 3° le métal des miroirs participe de ces deux classes : β décroît du rouge au vert et croît du vert au violet.

Connaissant ces valeurs, on peut calculer, au moyen des

formules de Cauchy, la proportion réfléchie des divers rayons simples du spectre. En faisant ce calcul pour l'incidence normale, j'ai trouvé que la première classe réfléchit plus abondamment les rayons peu réfrangibles tels que le rouge; que le contraire a lieu pour la deuxième, et que pour la troisième la proportion réfléchie diminue du rouge au vert pour augmenter du vert au violet.

Au moyen du cercle chromatique de Newton, j'ai pu calculer la teinte du faisceau réfléchi, c'est-à-dire la couleur des métaux; elle a été entièrement conforme à l'expérience. B. Prévost avait remarqué autrefois que ces divers métaux offrent des teintes fort vives quand on fait réfléchir plusieurs fois la lumière entre deux lames parallèles; que le cuivre est pourpre ainsi que l'or; que l'argent est jaune d'or, l'acier et le zinc bleus et le métal des miroirs un peu rouge. Le calcul des teintes reproduit rigoureusement ces résultats. En résumé, les couleurs des métaux s'expliquent par les lois mêmes des rayons réfléchis.

POLARISATION ELLIPTIQUE PAR LES SUBSTANCES TRANSPARENTES. — Il semblerait, d'après ce que nous avons dit, qu'il y a deux modes distincts de réflexion, l'un offert par les métaux qui polarisent incomplétement la lumière naturelle, l'autre par les matières analogues au verre qui offrent un angle de polarisation complète, ne produisent aucune différence de phase entre les rayons principaux et suivent les formules de Fresnel. En y réfléchissant bien, il est naturel de penser qu'on passe insensiblement du premier cas au second. Depuis longtemps, en effet, on savait que sur le soufre et le diamant la polarisation n'est jamais complète. En opérant avec la lumière solaire, j'ai pu m'assurer qu'elle ne l'est pas même avec le verre, ni avec aucune substance dont l'indice dépasse 1,40. Pour celles qui ont un indice voisin de ce nombre, elle devient totale; mais elle cesse de nouveau de l'être avec les liquides tels que l'eau et avec les solides les moins réfringents comme l'hyalite ou la fluorine. En général, le rapport des amplitudes des rayons polarisés dans les plans perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence prend une valeur minima sous un angle de polarisation I; cette valeur diminue depuis l'ar-

gent jusqu'au verre; elle est nulle pour l'alun; mais elle cesse de l'être pour les corps moins réfringents que l'alun et elle augmente à mesure que l'indice diminue.

En suivant de tout point la méthode qui vient d'être appliquée aux métaux, j'ai constaté que non-seulement les substances transparentes polarisent incomplétement la lumière, mais qu'en outre elles impriment une différence de marche aux vibrations dirigées dans les plans principaux; que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement; que la différence de marche croît d'abord très-lentement depuis $i = 0$ jusqu'à des angles voisins de I; qu'ensuite elle augmente rapidement jusqu'à la valeur $\frac{\lambda}{4}$ qu'elle atteint pour l'incidence I; puis jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$ à mesure que l'on approche de la réflexion rasante. Ce qui se passait pour les métaux se reproduit donc même pour le verre. Voici les résultats que cette substance a offerts : l'angle β est celui dont la tangente exprime le rapport des amplitudes, la différence de marche est calculée en fraction de $\frac{\lambda}{2}$.

VERRE.

$n = 1,487, \quad \varepsilon = 0,00752.$

INCIDENCE.	DIFFÉRENCE DE MARCHE		β.	
	observée.	calculée.	observé.	calculé.
° ′	°	°	° ′	° ′
0	0,000	0,000	1	
54	0,036	0,037	3. 9	3.17
55	0,058	0,061	1.43	1.44
55.30	0,141	0,127	0.54	0.59
55.45	0,223	0,159	0.33	0.39
56	0,420	0,396	0.21	0.22
56.15	0,686	0,681	0.29	0.28
56 30	0,846	0,837	0.51	0.47
57	0,913	0,917	1.36	1 12
58	0,958	0,970	3. 2	3.50
61	0,981	0,985	7. 8	7.41
90	1,000	1,000	45	45

On peut remarquer qu'avec l'argent la différence de marche se fait sentir depuis l'incidence de zéro jusqu'à l'incidence de 90 degrés; avec le verre elle n'est appréciable qu'entre 54 et 61 degrés. A mesure que l'indice décroît, ces limites se rapprochent; elles se confondent quand on opère avec l'alun, et alors il y a un angle de polarisation complète.

Pour la fluorine, la différence de marche reparaît entre des limites très-rapprochées de I; elle croît encore depuis o jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$ entre les incidences normale et rasante; mais elle a éprouvé un changement caractéristique; elle a changé de signe, et c'est le rayon polarisé dans le plan d'incidence qui est en retard sur celui qui est polarisé perpendiculairement. D'après ce caractère, on peut diviser les substances en deux catégories : les unes dont l'indice dépasse 1,40 qui ont une différence de marche *positive* et les autres dont la réfringence est très-faible où cette différence de marche est *négative*.

Il est évident que les formules de Fresnel ne s'appliquent rigoureusement qu'à l'alun et au petit nombre de corps qui se comportent comme lui; dans l'immense majorité des cas, elles ne sont qu'une approximation, acceptable seulement pour les incidences éloignées de I, mais au voisinage de cet angle elles laissent passer inaperçu le phénomène capital de la réflexion elliptique.

Longtemps avant que j'eusse découvert ces faits, Cauchy en avait prévu la théorie; mais il avait restreint ses formules pour les faire coïncider avec celles de Fresnel, ne supposant pas que celles-ci fussent inexactes. Voici quelles sont ces formules. Soit β l'angle dont la tangente exprime le rapport des amplitudes, on a, en représentant par ε un coefficient très-petit,

$$\tang^2\beta = \frac{A'^2}{A^2} = \frac{\cos^2(i+r) + \varepsilon^2\sin^2 i\sin^2(i+r)}{\cos^2(i-r) + \varepsilon^2\sin^2 i\sin^2(i-r)};$$

la différence de marche entre les deux rayons principaux est

$$\tang\Delta = \frac{\varepsilon\sin i[\tang(i+r) + \tang(i-r)]}{1 - \varepsilon^2\sin^2 i\tang(i+r)\tang(i-r)}.$$

La théorie de Cauchy ne pouvait déterminer la valeur de ε;

c'est l'expérience qui a montré que ce coefficient, toujours très-petit, est positif pour les substances à différence de marche positive, et négatif pour les autres. Les formules se réduisent à celles de Fresnel si $\varepsilon = 0$, puisqu'on a

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \quad \text{et} \quad \operatorname{tang}\Delta = 0.$$

Voici quelles sont les valeurs de ε et de n pour diverses substances.

	n	ε
Sélénium	2,605	0,1200
Houille	1,701	0,1158
Réalgar	2,454	0,0791
Strass	1,597	0,0492
Blende	2,371	0,0296
Diamant	2,434	0,0180
Flint	1,714	0,0170
Quartz	1,530	0,0112
Alun	1,428	0,0000
Ménilite	1,482	0,0000
Fluorine	1,439	— 0,0084
Hyalite	1,421	— 0,0064

ANNEAUX COLORÉS.

LOIS EXPÉRIMENTALES. — Toutes les substances sont transparentes quand elles sont très-minces, et toutes offrent alors des couleurs fort vives. Les bulles de savon en sont l'exemple le plus remarquable. Ce que nous allons chercher, c'est la loi de cette coloration pour toutes les épaisseurs, dans toutes les substances, et sous toutes les incidences.

Cette étude exigeait des lames très-minces dont l'épaisseur pût être exactement mesurée et variât régulièrement. Newton a imaginé de poser une lentille convexe de grand rayon sur un plan de verre. Elle le touche en un seul point à partir duquel elle en est séparée par une lame d'air d'autant plus épaisse qu'elle est plus éloignée du contact. Voici quel est l'aspect du phénomène.

1° En recevant sur le double verre un faisceau de lumière homogène fourni par la combustion de l'alcool salé ou qui a

traversé un verre rouge, on voit par réflexion une tache noire au point de contact, entourée d'anneaux concentriques alternativement brillants et obscurs qui se serrent de plus en plus à mesure que leur numéro d'ordre augmente.

2° Si on emploie successivement diverses lumières simples, les diamètres de ces anneaux augmentent ou diminuent en même temps que la longueur d'ondulation; d'où il suit qu'avec la lumière blanche les anneaux des diverses couleurs ne se superposent point, qu'ils sont colorés, et que pour les ordres les plus élevés, le mélange des teintes reproduit une lumière sensiblement blanche.

3° Newton a décrit exactement leurs teintes successives. Après la tache noire centrale et en s'écartant du centre, on voit un premier ordre d'anneaux comprenant le bleu, le blanc, le jaune et le rouge; le premier peu apparent, les deux autres plus abondants et occupant quatre ou cinq fois l'étendue du bleu.

Le second ordre comprend le violet, le bleu, le vert, le jaune et le rouge; toutes ces couleurs sont abondantes et vives, excepté le vert.

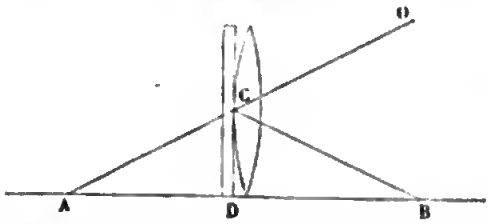
Dans le troisième ordre, le plus remarquable par l'éclat et l'abondance des teintes, on distingue le pourpre, le bleu, le vert, le jaune et le rouge.

La quatrième série ne contient plus que le vert et le rouge, et les suivantes deviennent de plus en plus indécises. L'ensemble de ces anneaux reproduit exactement les successions de couleurs que nous avons déjà trouvées dans l'image ordinaire des lames minces cristallisées pour $\alpha = 45$ et $\omega = 45$; elles sont complémentaires de celles qu'on voit dans les bandes d'interférence.

4° Par réfraction l'appareil montre un autre système d'anneaux, les anneaux transmis, beaucoup plus pâles, parce qu'ils sont noyés dans de la lumière blanche. Leur centre est blanc, et, en général, ils sont inverses des anneaux réfléchis, c'est-à-dire que les noirs prennent la place des blancs et réciproquement. On peut s'en assurer en plaçant verticalement les deux verres sur une feuille de papier AB uniformément éclairée (*fig.* 861), et en regardant du point O. Si on couvre l'espace AD d'un drap noir, on ne voit que les anneaux réfléchis

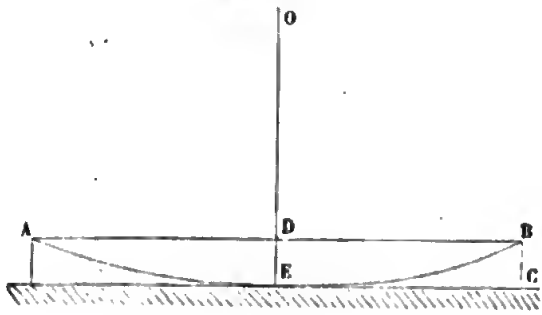
suivant BCO. Quand on met ce drap en DB, on distingue les anneaux transmis suivant ACO. Enfin quand on l'enlève, les deux systèmes se superposent, mais alors ils disparaissent; ce qui prouve : 1° que les anneaux obscurs vus par réflexion occupent la place des anneaux brillants vus par réfraction; 2° que la diminution d'éclat dans les premiers est égale à l'augmentation dans les seconds; 3° que la distribution des couleurs est complémentaire. Cela étant, il nous suffira d'observer les anneaux réfléchis.

Fig. 861.



Pour trouver les lois du phénomène, il faut commencer par mesurer l'épaisseur BC ou e de la lame d'air sur le contour de chaque anneau AB (*fig.* 862). Soit d le diamètre de cet anneau;

Fig. 862.



$\frac{d}{2}$ ou DB est moyenne proportionnelle entre les deux sections e et $2R - e$ du diamètre de la sphère à laquelle appartient la lentille :

$$\frac{d^2}{4} = (2R - e)e,$$

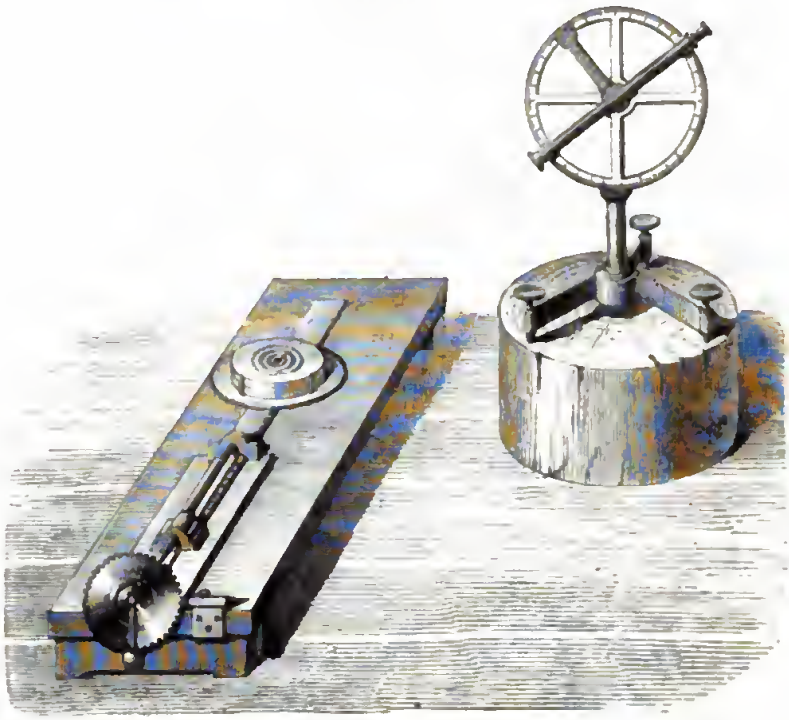
d'où approximativement

$$e = \frac{d^2}{8R}.$$

Le rayon R se trouvera au moyen du sphéromètre, ou se déduira du foyer de la lentille. Pour mesurer d, Newton plaçait l'œil sur la verticale EO, et appliquait en A et en B les deux

pointes d'un compas dont il mesurait ensuite l'écartement sur une règle divisée : méthode bien imparfaite et qui a néanmoins donné des résultats exacts. Le meilleur de tous les procédés est celui de MM. de la Provostaye et Desains (*fig.* 863). Il

Fig. 863.



consiste à placer horizontalement le système des deux verres sur une machine à diviser, à recevoir les rayons réfléchis dans la lunette d'un théodolite, et à faire mouvoir la vis pour amener successivement les bords extrêmes de chaque anneau en coïncidence avec le fil vertical du réticule. La course de la machine donne le diamètre de l'anneau sous l'inclinaison i qu'on a donnée à la lunette. Voici les lois du phénomène.

1° Sous l'incidence normale, les épaisseurs des anneaux obscurs successifs sont égales aux multiples pairs successifs de $\frac{\lambda}{4}$ ou à $2m\frac{\lambda}{4}$, celles des anneaux brillants aux multiples impairs de la même quantité, ou en général à $(2m+1)\frac{\lambda}{4}$.

2° En passant de l'air à une autre substance, la loi persiste,

à la condition de remplacer λ par la valeur λ' de la longueur d'onde dans cette substance, valeur qui est $\frac{\lambda}{n}$. Les épaisseurs correspondantes aux mêmes anneaux sont donc en raison inverse des indices de réfraction.

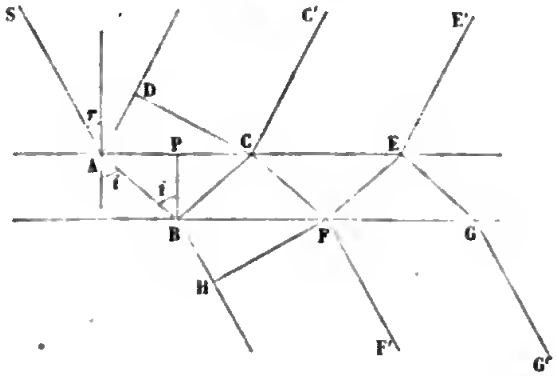
3° Toutes choses égales d'ailleurs, les épaisseurs varient en raison inverse du cosinus de l'angle de réfraction i dans la lame mince. Ces lois sont résumées par les formules suivantes :

Anneaux obscurs..... $e = 2m \frac{\lambda}{4n} \frac{1}{\cos i}$,

Anneaux brillants..... $e = (2m+1) \frac{\lambda}{4n} \frac{1}{\cos i}$.

THÉORIE. — Considérons (*fig.* 864) un rayon incident SA arrivant sur une lame mince AEBG. Il se réfléchira en partie

Fig. 864.



en A, suivant AD, pénétrera en partie dans la lame et y éprouvera des réflexions successives en B, C, F, E, G. Il y aura des réfractions partielles en C, E,..., qui ramèneront de la lumière dans le milieu supérieur; il y en aura d'autres en B, F, G,..., qui en enverront dans l'inférieur. Nous pourrons calculer les intensités des rayons émergents en A, C, E,..., d'une part, et en B, F, G,..., de l'autre; leur somme sera l'intensité totale des rayons réfléchis ou réfractés. En cherchant pour quelle épaisseur elle devient maxima ou minima, nous aurons la condition pour qu'il y ait des anneaux brillants ou obscurs. Nous nous contenterons d'abord, comme première approximation,

de superposer les rayons AD et CC′ d'une part, BH et FF′ de l'autre. Ce sont ces rayons qui, étant le plus intenses, détermineront au moins le sens des phénomènes.

Le point A peut être considéré comme l'origine des vibrations. Là elles se séparent en deux ondes, l'une réfléchie, l'autre réfractée.

Quand l'onde réfléchie arrive en CD, son retard à partir de A est AD. Or,

$$AD = AC \sin r = 2\,AP \sin r = 2e \operatorname{tang} i \sin r.$$

Mais l'espace AD a été parcouru dans le verre avec une vitesse v', pendant un temps $\frac{2e \operatorname{tang} i \sin r}{v'}$.

D'un autre côté, l'onde réfractée dans l'air avec une vitesse v parcourt l'espace ABC ou 2AB ou $\frac{2e}{\cos i}$. Le temps employé à faire ce trajet est $\frac{2e}{v \cos i}$, d'où il résulte que la différence des temps mis par les deux rayons pour arriver sur la même surface d'onde CD est

$$t = \frac{2e}{\cos i}\left(\frac{1}{v} - \frac{\sin i \sin r}{v'}\right),$$

ce qui équivaut à une différence de chemin parcouru dans l'air égale à vt ou à

$$vt = \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r \frac{v}{v'}\right),$$
$$= \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r \frac{\sin i}{\sin r}\right) = 2e \cos i.$$

LUMIÈRE POLARISÉE DANS LE PLAN D'INCIDENCE. — Quand une vibration $V = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ se réfléchit ou se réfracte, son amplitude diminue dans le rapport de 1 à a ou à b. Le coefficient de réfraction b est toujours positif; quant à a, il est égal, suivant que la lumière est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire, aux quantités suivantes :

$$a = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad a' = -\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}.$$

Étudions d'abord le premier cas. a est positif si i est plus petit que r, quand la lumière se réfléchit d'un milieu plus réfringent sur un autre qui l'est moins : c'est ce qui arrive en A; mais il est négatif quand la lumière se réfléchit intérieurement en B, sur un milieu plus réfringent, car alors i est plus grand que r. Cela étant, la vibration réfléchie en B est

$$v = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\sin 2\pi\frac{t}{T}.$$

Or, on peut écrire

$$v = \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{2}\right).$$

Le changement de signe de l'amplitude équivaut donc à une différence de chemin parcouru égale à $\frac{\lambda}{2}$. Le rayon BCC′ qui a éprouvé ce changement de signe en B est donc dans les mêmes conditions que si au retard provenant du chemin qu'il a parcouru s'en ajoutait un autre égal à $\frac{\lambda}{2}$ provenant de la réflexion qu'il a éprouvée. La différence de marche totale entre les rayons AD et CC′ sera donc $2e\cos i + \frac{\lambda}{2}$, et il y aura un anneau obscur ou brillant quand elle sera égale à un multiple impair ou pair de $\frac{\lambda}{2}$. Écrivons ces conditions.

$$\text{Anneaux obscurs....}\begin{cases} 2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}; \\ e = 2m\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}. \end{cases}$$

$$\text{Anneaux brillants....}\begin{cases} 2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2}; \\ e = (2m-1)\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}. \end{cases}$$

Si le milieu changeait et avait un indice n, il faudrait remplacer λ par $\frac{\lambda}{n}$. Ces formules sont donc identiques à celles qui résultent de l'expérience.

Si on considère les anneaux transmis, la différence de marche se compose de celle qui est produite par l'inégalité des chemins parcourus à laquelle il faut ajouter λ, puisqu'il y a deux réflexions sur le verre en B et en C; mais comme on peut toujours retrancher un nombre exact de longueurs d'onde, on a simplement :

$$\text{Anneaux obscurs....} \begin{cases} 2e\cos i = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}; \\ e = (2m+1)\dfrac{\lambda}{4}\dfrac{1}{\cos i}. \end{cases}$$

$$\text{Anneaux brillants....} \begin{cases} 2e\cos i = 2m\dfrac{\lambda}{2}; \\ e = 2m\dfrac{\lambda}{4}\dfrac{1}{\cos i}. \end{cases}$$

Ils sont inverses des anneaux réfléchis.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, le coefficient de réflexion est

$$a' = -\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Quand l'incidence est moindre que celle de polarisation, a' est négatif ou positif si la réflexion se fait sur le verre ou sur l'air. Ces conditions sont les mêmes que dans le cas précédent, et les anneaux suivent les mêmes lois. Lorsque $i+r=90$, il n'y a plus de réflexions en A, B, C,..., et il n'y a d'anneaux ni par réflexion ni par réfraction. $i+r$ étant plus grand que $\frac{\pi}{2}$, a' change de signe. Il n'y a plus de retard produit par la réflexion en B, C, F,...; mais il y en a un égal à $\frac{\lambda}{2}$ en A. Il est clair que ce retard n'ayant fait que changer de place, les anneaux se reproduisent dans les mêmes conditions.

Si la lentille était placée sur un plan BFG de substance très-réfringente, l'incidence de polarisation en B, F, G,... serait très-grande. Voici ce qui arriverait. En inclinant le rayon SA jusqu'à l'angle de polarisation en A, AD s'annulerait, mais

non BC; les anneaux disparaîtraient. En augmentant l'incidence, ils se reproduiraient; AD renaîtrait, mais AD aurait éprouvé par la réflexion le changement de signe et la perte de $\frac{\lambda}{2}$, BC l'éprouverait également, les anneaux réfléchis auraient été intervertis et seraient à centre blanc. En continuant d'augmenter l'inclinaison jusqu'à celle de la polarisation sur BF, le rayon BC s'éteindrait et les anneaux disparaîtraient une deuxième fois; puis ils se reformeraient, mais avec leur caractère primitif. Tous ces faits se vérifient en prenant pour milieu inférieur la blende ou le réalgar.

ANNEAUX A CENTRE BLANC. — Quand on observe une lame très-mince de verre ou de mica dans l'air, le retard de $\frac{\lambda}{2}$ se produit par la réflexion à la première surface, en A, sans se faire à la seconde, en B; mais quand l'indice de la lame mince est intermédiaire entre ceux des milieux supérieur et inférieur, les conditions sont changées. Supposons que ces indices aillent en croissant du premier au dernier milieu et soient 1, n et n', le retard de la réflexion se fait à la fois en A et en B, la différence totale de marche est

$$n.\mathrm{ABC} + \frac{\lambda}{2} - \left(\mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2}\right) = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} = 2en\cos i;$$

les anneaux réfléchis sont intervertis, les blancs ont pris la place des noirs, la tache centrale est blanche. Au contraire, la différence de marche des rayons transmis sera devenue

$$n.\mathrm{BCF} + \frac{\lambda}{2} - n'\mathrm{BH} = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2} = 2en\cos i + \frac{\lambda}{2};$$

les anneaux transmis auront pris les places qu'occupaient primitivement les anneaux réfléchis. Il est facile de démontrer que les conditions resteront les mêmes si les indices de réfraction diminuent du premier au dernier milieu.

On obtient les anneaux à centre blanc en posant une lentille de verre sur un plan de flint et en introduisant entre les deux une goutte de baume de Canada dont l'indice est inter-

médiaire. On peut encore remplacer le flint par un plan mi-parti de flint et de verre, et mettre le point de contact de la lentille sur la ligne de jonction. Il y a deux systèmes d'anneaux, l'un sur le verre, à centre noir, l'autre sur le flint, à centre blanc; ils se rejoignent sur la ligne de séparation des deux plans où on voit les blancs opposés aux noirs.

Dans ce que nous venons de dire, nous n'avons tenu compte que des deux premiers rayons réfractés ou réfléchis. Pour que la théorie soit complète, il faut calculer les intensités et les phases des ondes formées par la superposition de tous les rayons qui émergent de A, C, E,..., d'une part, et de B, F, G,..., de l'autre.

THÉORIE COMPLÈTE. — La vibration incidente SA est, en représentant $2\pi\frac{t}{T}$ par ξ,

$$v = \sin\xi.$$

L'amplitude du premier rayon réfléchi en A est $-a$, celle du second CC' qui a été réfracté une fois en A, une autre fois en C, et réfléchi en B, est $b^2 a$ ou $a(1-a^2)$. Chaque réflexion en C, F, E,..., multiplie ensuite l'amplitude par a; les phases se retardent, de chaque rayon au suivant, d'une quantité égale à $2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}$ que nous exprimerons par φ; on aura donc

$$\text{AD}: \quad v_1 = -a\sin\xi,$$

$$\text{CC}': \quad v_2 = a(1-a^2)\sin(\xi-\varphi) = a(1-a^2)(\sin\xi\cos\varphi - \sin\varphi\cos\xi),$$

$$\text{LE}': \quad v_3 = a^3(1-a^2)\sin(\xi-2\varphi) = a^3(1-a^2)(\sin\xi\cos 2\varphi - \sin 2\varphi\cos\xi);$$

et, en faisant la somme,

$$V = -a\sin\xi + a(1-a^2)\left[\begin{array}{l}\sin\xi(\cos\varphi + a^2\cos 2\varphi + \ldots)\\ -\cos\xi(\sin\varphi + a^2\sin 2\varphi + \ldots)\end{array}\right].$$

Prenons, en particulier, le coefficient de $\sin\xi$, nous pourrons remplacer chaque cosinus par sa valeur en exponentielles ima-

ginaires, ce qui donnera

$$\frac{1}{2}\left(e^{\varphi\sqrt{-1}}+a^2e^{2\varphi\sqrt{-1}}+\ldots+e^{-\varphi\sqrt{-1}}+a^2e^{-2\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left[e^{\varphi\sqrt{-1}}\left(1+a^2e^{\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)+e^{-\varphi\sqrt{-1}}\left(1+a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)\right].$$

En faisant la somme limite des deux progressions géométriques comprises entre les parenthèses, on a

$$\frac{1}{2}\left(\frac{e^{\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{\varphi\sqrt{-1}}}+\frac{e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}}}\right)=\frac{\cos\varphi-a^2}{1+a^4-2a^2\cos\varphi}.$$

On trouvera, par une série analogue de calculs, la valeur du coefficient de $\cos\xi$; elle sera

$$\frac{\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

et, en remplaçant dans la valeur de V,

$$V=\sin\xi\left[-a+\frac{a(1-a^2)(\cos\varphi-a^2)}{1+a^4-2a^2\cos\varphi}\right]-\cos\xi\,\frac{a(1-a^2)\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

$$(1)\qquad V=\frac{-2a\sin\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}\left[\begin{array}{c}(1+a^2)\sin\frac{\varphi}{2}\sin\xi\\ +(1-a^2)\cos\frac{\varphi}{2}\cos\xi\end{array}\right].$$

L'intensité I sera la somme des carrés des coefficients de $\sin\xi$ et de $\cos\xi$:

$$(2)\qquad I=\frac{4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

La tangente de la phase φ' du rayon total réfléchi sera le rapport des coefficients de $\cos\xi$ et de $\sin\xi$,

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\varphi'=\frac{1-a^2}{1+a^2}\cot\frac{\varphi}{2}.$$

DISCUSSION. — 1° L'intensité I sera nulle et les anneaux com-

plétement noirs lorsque $\sin\frac{\varphi}{2}$ sera égal à zéro, c'est-à-dire pour $\frac{\varphi}{2} = m\pi$, ou pour $\varphi = 2m\pi$; et, en remplaçant φ par sa valeur $2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}$, lorsque

$$2m\pi = 2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}, \quad e = 2m\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

2° I sera maximum et on aura un anneau brillant quand $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, ou $\frac{\varphi}{2} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$, ou quand

$$(2m+1)\pi = 2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}, \quad e = (2m+1)\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

3° Sous l'angle de polarisation, quand la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, le coefficient a est nul; par conséquent $I = 0$, il n'y a pas de lumière réfléchie et pas d'anneaux.

Ces résultats sont conformes à l'expérience; les suivants ne nous étaient pas encore connus.

POLARISATION DES ANNEAUX. — Supposons la lumière polarisée dans un azimut quelconque A; elle se décompose, comme dans tous les cas analogues, en deux vibrations dirigées dans les azimuts principaux. En se réfléchissant, ces vibrations prennent des intensités I et des phases φ' différentes; pour celle qui est polarisée dans le plan d'incidence, il faut remplacer a par $-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$, et la formule (3) donne

$$\tang\varphi' = \frac{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r) + \sin^2(i-r)}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\sin i\cos i\sin r\cos r}{\sin^2 i\cos^2 r + \sin^2 r\cos^2 i}\cot\frac{\varphi}{2} = \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos r}{\cos i} + \frac{\cos i}{n\cos r}}.$$

Quand la vibration est dirigée dans le plan d'incidence, il faut

remplacer a par $-\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}$,

$$\tang\varphi'_1 = \frac{\tang^2(i+r)-\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)+\tang^2(i-r)}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{(\sin i\cos i+\sin r\cos r)^2-(\sin i\cos i-\sin r\cos r)^2}{(\sin i\cos i-\sin r\cos r)^2+(\sin i\cos i+\sin r\cos r)^2}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos i}{\cos r}+\frac{\cos r}{n\cos i}}.$$

La différence de marche entre ces deux vibrations sera donc

$$\tang(\varphi'_1-\varphi') = \tang\psi = \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\left(n-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\cos i}{\cos r}\right)}{4\cos^2\frac{\varphi}{2}+\left(n+\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\cos i}{\cos r}\right)^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Donc, en général, la lumière polarisée primitivement dans un azimut A sera transformée en une vibration elliptique. La différence de marche $\varphi'_1-\varphi'$ entre les rayons principaux sera nulle pour

$$\sin\frac{\varphi}{2}=0 \quad \text{ou} \quad \cos\frac{\varphi}{2}=0,$$

c'est-à-dire pour le milieu des anneaux obscurs et brillants; elle sera maximum pour

$$\sin\frac{\varphi}{2}=\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Si donc on suppose l'intervalle compris entre deux anneaux obscurs consécutifs divisé en quatre parties égales, l'anomalie croît dans le premier quart de zéro à un maximum et diminue jusqu'à zéro dans le second. Dans les deux autres quarts elle reprend les mêmes valeurs avec des signes contraires. La valeur maximum de $\varphi'_1-\varphi'$ ne peut jamais être égale à $\frac{\pi}{2}$, puisque le dénominateur $\tang(\varphi'_1-\varphi')$ ne peut être nul; la vibration ne deviendra donc jamais circulaire.

Pour calculer tous les phénomènes il faut non-seulement connaître l'anomalie $\varphi'_1 - \varphi'$, mais encore le rapport des intensités des rayons composants. Soit $\tang^2 A'$ ce rapport. Les intensités sont données par la formule (2), et en remplaçant a par les valeurs a et a' correspondant aux deux plans principaux, on aura

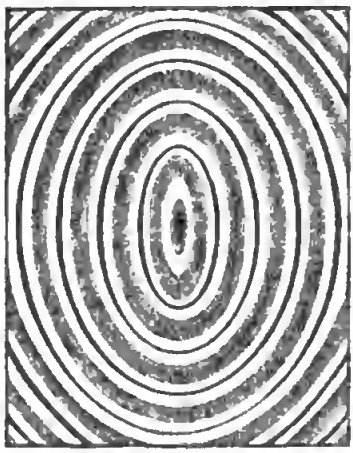
$$\tang^2 A' = \tang^2 A \frac{a'^2\left[(1-a^2)^2 + 4a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}{a^2\left[(1-a'^2)^2 + 4a'^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}.$$

Lorsque $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, on a les anneaux obscurs, et comme ils ne contiennent aucune lumière, ils seront toujours vus dans les deux images sous toutes les incidences. Pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, les anneaux sont brillants; ils sont polarisés dans l'azimut A'_1 :

$$\tang A'_1 = \tang A \frac{a'(1+a^2)}{a(1+a'^2)}.$$

Et si on met dans cette direction la section principale de l'analyseur, ils disparaîtront dans l'image extraordinaire, ils occuperont la place des anneaux obscurs transmis. L'aspect de la figure est représenté ci-dessous (*fig.* 865).

Fig. 865.



ANNEAUX TRANSMIS. — La théorie des anneaux transmis s'établit de la même manière; en voici les résultats. Quand la

lumière est polarisée dans les plans principaux, l'intensité des rayons transmis est

$$J = \frac{(1-a^2)^2}{(1-a^2)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}},$$

dans laquelle il faudra remplacer a^2 par $\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i-r)}$ ou par $\frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}$, suivant que le plan de polarisation sera parallèle ou perpendiculaire à celui d'incidence. Cette intensité ne sera jamais nulle; elle devient maximum pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$ et minimum pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, ce qui reproduit les conditions connues de l'expérience.

La différence de marche entre les deux rayons principaux est complémentaire de celle des rayons réfléchis; elle est nulle pour les points qui correspondent aux lieux occupés par les anneaux obscurs et brillants. L'azimut de polarisation rétablie est calculé par la formule

$$\tang^2 A' = \tang^2 A \frac{(1-a'^2)^2}{(1-a^2)^2} \frac{\left[(1-a^2)^2 + 4a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}{\left[(1-a'^2)^2 + 4a'^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}.$$

A′ sera l'azimut de la polarisation des anneaux réfractés obscurs, quand on fera $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$:

$$\tang A' = \tang A \frac{(1-a'^2)(1+a^2)}{(1-a^2)(1+a'^2)} = \tang A \frac{\frac{n\cos r}{\cos i} + \frac{\cos i}{n\cos r}}{\frac{n\cos i}{\cos r} + \frac{\cos r}{n\cos i}}.$$

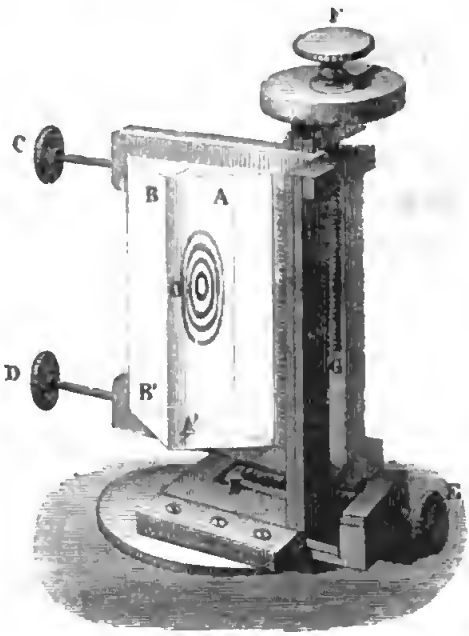
Si au contraire $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, A′ exprimera le plan de polarisation des anneaux réfractés brillants :

$$\tang A' = \tang A \frac{(1-a'^2)(1-a^2)}{(1-a^2)(1-a'^2)} = \tang A.$$

Le plan de polarisation n'aura pas changé, et si on dirige alternativement la section principale de l'analyseur dans cet azimut A et dans A', on verra successivement apparaître dans un noir complet deux systèmes d'anneaux sombres correspondants à ceux qu'on voit par réflexion et par réfraction.

Ces expériences ont un grand éclat. Pour les reproduire je place sur le cercle divisé un appareil composé de deux prismes de flint AA' et BB' en contact au point O par deux faces, l'autre plane, l'autre convexe (*fig.* 866). Tous deux sont

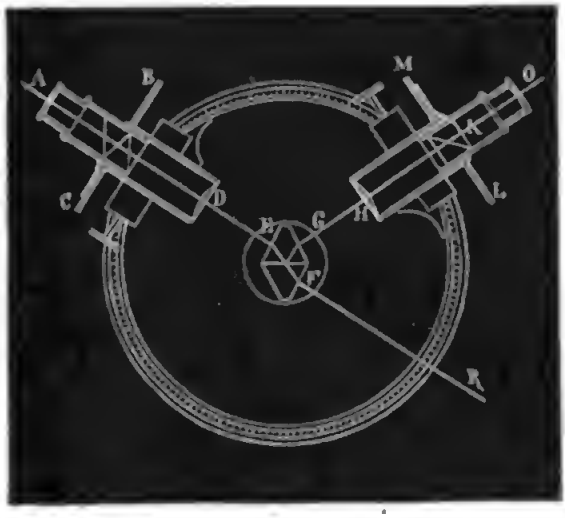
Fig. 866.



pressés par des vis convenables C et D. On peut les soulever ou les abaisser par une vis micrométrique FG de manière à amener successivement les bords des anneaux sous le fil du réticule de la lunette avec laquelle on les observe. La disposition des appareils est représentée *fig.* 867. La lumière incidente AD est polarisée par un nicol mobile autour d'un premier cercle azimutal CB. Elle est rendue parallèle au moyen d'une lentille D; elle rencontre d'abord le premier prisme E, et entre celui-ci et le deuxième prisme F elle donne naissance à des anneaux réfléchis suivant GH et réfractés en FR. On les

analyse avec la deuxième lunette HO braquée au centre du cercle et qui porte un prisme biréfringent K tournant autour du deuxième cercle divisé ML.

Fig. 867.



TACHE CENTRALE. — Je renvoie au Mémoire que j'ai publié sur ce sujet pour divers phénomènes peu expliqués qui apparaissent au voisinage de la réflexion totale. On remarquera qu'au centre des anneaux, quand l'épaisseur de la lame mince est très-petite, cette réflexion totale ne se fait pas et que la lumière continue de passer comme à travers un trou. Les lois de la réflexion sont donc profondément modifiées quand l'épaisseur des milieux diminue suffisamment. M. Stokes a publié un travail important sur ce sujet dans les *Transactions philosophiques de Cambridge.*

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES

DE L'OPTIQUE.

QUATRE-VINGT-DIXIÈME LEÇON.

DES MIROIRS ET DES LENTILLES.

Miroirs courbes. — Miroir concave. — Caustique. — Son équation. — Cas où le point lumineux est à l'infini. — Cas où elle se réduit à son sommet. — Formule des foyers. — Aberration. — Images des objets. — Discussion. — Miroir convexe, mêmes questions. — Miroirs cylindriques et coniques.

Lentilles. — Réfraction dans un milieu indéfini. — Concordance des phases au foyer. — Lentilles convergentes et divergentes. — Centre optique. — Axes secondaires. — Foyer des points situés hors de l'axe. — Images. — Discussion des formules : pour les lentilles convergentes; pour les lentilles divergentes. — Mesure des distances focales.

MIROIRS COURBES.

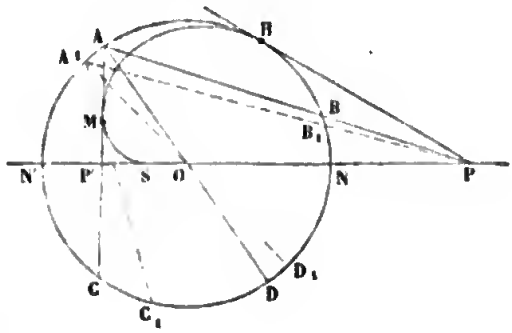
MIROIR CONCAVE. — J'ai étudié (p. 395) les conditions théoriques de la réflexion sur un miroir concave et démontré que l'onde envoyée par un point lumineux L (*fig.* 722, *Pl. IV*) se transforme en une surface qui est d'abord concave $a'f'h'$.... Les normales $a'a'_1$, $d'd'_1$,..., $k'k'_1$ représentent les rayons lumineux, c'est-à-dire les directions du mouvement. En se propageant la surface se resserre, prend la forme $a'_1 d'_1 h'_1$...; puis les rayons se croisent; elle devient convexe en A″B″D″... K″, et s'étend ensuite indéfiniment.

Ces rayons sont tangents à une surface KFEBB″, que l'on nomme *caustique*, et qui est la développée de toutes les ondes

réfléchies. Dans le cas présent, c'est une surface de révolution autour de l'axe XX. Si on connaissait sa génératrice, qu'on lui menât une tangente, et qu'on fît rouler celle-ci sur la courbe, chacun de ses points tels que a', a'_1, A'',..., décrirait la génératrice de la surface d'onde dans chacune des positions qu'elle occupe successivement.

CAUSTIQUE. — Soient P le point lumineux (*fig.* 868), PA un rayon incident, AC le rayon réfléchi; nous voulons déterminer

Fig. 868.



le point M de la caustique, c'est-à-dire le point où AC rencontre un autre rayon réfléchi infiniment voisin A_1C_1. Soient i et $i + di$ les angles d'incidence, r et $r + dr$ les angles de réflexion, on a

$$2i = BD, \quad 2(i + di) = B_1D_1, \quad 2di = BB_1 + DD_1,$$
$$2r = CD, \quad 2(r + dr) = C_1D_1, \quad 2dr = CC_1 - DD_1;$$

et comme $di = dr$,

$$CC_1 - BB_1 = 2DD_1 = 2AA_1.$$

Posons

$$AB = AC = 4a, \quad AP = p, \quad AM = p',$$

nous aurons dans les triangles semblables PBB_1, PAA_1 d'une part, et CMC_1, AMA_1 de l'autre :

$$\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{PB}{PA_1} = \frac{p - 4a}{p} = 1 - \frac{4a}{p},$$
$$\frac{CC_1}{AA_1} = \frac{MC}{MA_1} = \frac{4a - p'}{p'} = \frac{4a}{p'} - 1.$$

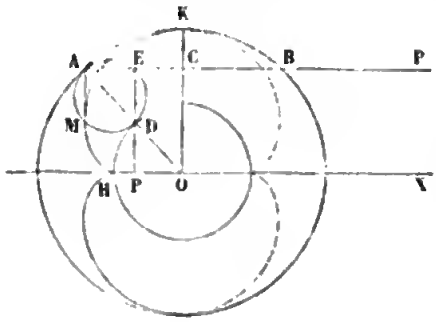
On remplace CC_1 et BB_1

$$\frac{4a}{p'} - 1 - 1 + \frac{4a}{p} = 2,$$

$$(1) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{a}.$$

Cette équation fera connaître le point M, et on construira la caustique par points. Considérons en particulier le cas où le point P est à l'infini (*fig.* 869). L'équation (1) donne $p' = a$.

Fig. 869.



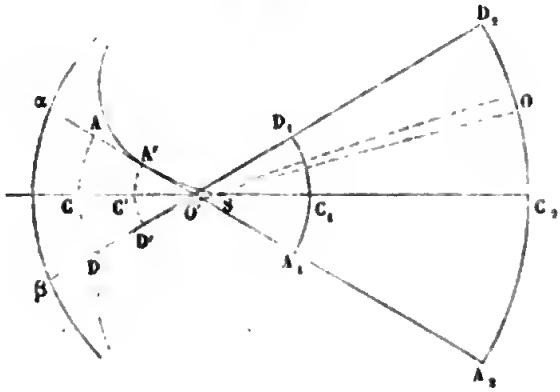
Soient PA l'un des rayons incidents, AM le rayon réfléchi. Décrivons deux circonférences, l'une du point O comme centre avec un rayon OD moitié de celui de la sphère, l'autre AED tangente en A et en D aux deux cercles extérieur et intérieur. L'angle AED est droit comme contenu dans une demi-circonférence, et AE étant parallèle à l'axe OX, EDP lui est perpendiculaire. Les triangles rectangles AED, DPO sont égaux comme ayant l'hypoténuse égale; $AE = PO = EC = \frac{AB}{4}$; AE est donc égal à a. Menons le rayon réfléchi AM jusqu'à la rencontre de la circonférence AMD, $AM = AE = a$, donc M est un point de la caustique.

D'un autre côté, l'angle MAD est égal à DOP; le premier a pour mesure $\frac{MD}{2}$ et le second DH; MD contient donc deux fois plus de degrés que DH, et comme le rayon de la circonférence AED est la moitié de OD, il faut que l'arc MD soit égal à HD. Le point M est donc engendré par le roulement de la circonférence AED sur la circonférence centrale HD; la caustique est une épicycloïde; son sommet est en H; elle est tangente au miroir en K. Elle a une autre branche ponctuée qui ne répond pas à la question.

Quelle que soit la distance du point lumineux, la caustique affecte toujours une forme analogue et offre un point de re-

broussement sur l'axe, en S (*fig.* 870). Si le miroir est limité aux points α, β, elle se réduit à A'SD'; l'onde réfléchie dont elle est la développée est successivement ACD, A'C'D'; puis, en continuant de se propager, elle devient convexe $A_1C_1D_1$,

Fig. 870.



$A_2C_2D_2$, et si l'œil est placé en O, les rayons qu'il reçoit sont dans les mêmes conditions que si l'onde était sphérique et que son centre fût en O', au point d'intersection sur la caustique des rayons qui lui arrivent. Or, si l'ouverture $\alpha\beta$ du miroir est très-petite, ce point d'intersection est sensiblement invariable et confondu avec le sommet S. S est ce qu'on nomme alors le *foyer* du point P; tous les rayons réfléchis s'y rencontrent; la caustique est réduite à un point; les surfaces d'ondes antérieures sont des sphères concaves, les postérieures des sphères convexes, et les conditions de la vision sont les mêmes que s'il y avait en S un vrai point lumineux.

La position du point S est donnée par la formule (1). Il suffit de considérer (*fig.* 868), au lieu d'un rayon quelconque PBA, celui qui est dirigé suivant PNN', alors $4a = NN' = 2r$, et la distance N'S ou p' est donnée par la formule

$$(2) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}.$$

ABERRATION. — On arrive au même résultat par une autre méthode (*fig.* 871). P est le point lumineux, O le centre du cercle, PA et AP' un rayon incident et le rayon réfléchi correspondant, et AO la bissectrice de leur angle. Les segments

PO $= d$ et OP′ $= d'$ de la base PP′ sont proportionnels à AP et à AP′ :

$$\frac{d}{d'} = \frac{AP}{AP'} = \frac{\sin(\alpha + i)}{\sin(\alpha - i)} = \frac{\sin\alpha\cos i + \sin i\cos\alpha}{\sin\alpha\cos i - \sin i\cos\alpha},$$

$$\frac{d - d'}{d'} = \frac{2\sin i\cos\alpha}{\sin(\alpha - i)}.$$

Dans le triangle PAO,

$$\frac{d}{r} = \frac{\sin i}{\sin(\alpha - i)}.$$

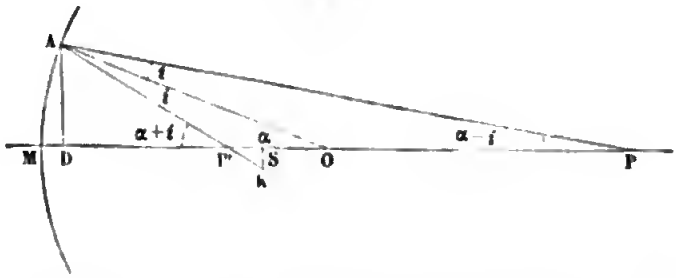
On divise ces deux équations l'une par l'autre :

$$\frac{d - d'}{d'} = \frac{2d\cos\alpha}{r},$$

$$(3) \qquad \frac{1}{d'} - \frac{1}{d} = \frac{2\cos\alpha}{r}.$$

1° Cette équation montre que d' varie avec la position du point A ; par conséquent tous les rayons réfléchis ne se confondront pas sur l'axe en un foyer unique.

Fig. 871.



2° A mesure que A s'approche de l'axe, $\cos\alpha$ augmente jusqu'à l'unité, et d' diminue jusqu'à OS dont la valeur est donnée par l'équation

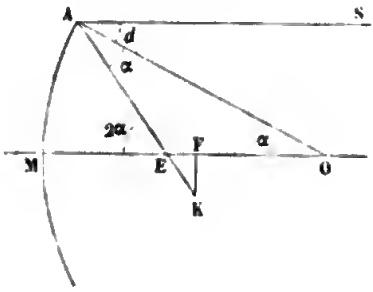
$$(4) \qquad \frac{1}{d'} - \frac{1}{d} = \frac{2}{r}.$$

Les rayons qui se réfléchiront aux points voisins de M arriveront sensiblement au même point S; ceux qui tomberont aux bords du miroir, en A, viendront en P′. SP′ est ce qu'on nomme l'*aberration longitudinale* du miroir. Élevons en S une

perpendiculaire SK jusqu'à la rencontre de AP′ prolongée; ce sera le rayon d'un cercle sur lequel sera concentrée toute la lumière venue de P, et réfléchie par le miroir. SK est l'*aberration latitudinale*.

On peut aisément calculer ces deux aberrations pour le cas où le point P est à l'infini (*fig.* 872). Les formules (3) et (4) donnent

Fig. 872.



$$d'_1 = \frac{r}{2\cos\alpha} = \mathrm{OE},$$

$$d' = \frac{r}{2} = \mathrm{OF},$$

$$d'_1 - d' = \mathrm{FE} = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right).$$

L'aberration latitudinale FK est

$$\mathrm{FK} = \mathrm{FE}\,\mathrm{tang}\,2\alpha = (d'_1 - d')\,\mathrm{tang}\,2\alpha.$$

FOYERS ET IMAGES. — Remplaçons d par PM $- r$ ou $p - r$ et d' par $r - p'$ (*fig.* 871); la formule (4) se confond alors avec l'équation (2) : elle devient

$$\frac{1}{r-p'} - \frac{1}{p-r} = \frac{2}{r}, \quad pr + p'r = 2pp',$$

$$(2) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}.$$

Cette formule n'est rigoureusement applicable qu'aux points infiniment voisins de M (*fig.* 871); on l'admet pour toute l'étendue du miroir. Cela est en effet sensiblement réalisé si l'angle d'ouverture α ne dépasse pas 4 à 5 degrés. Mais il ne suffit pas d'avoir prouvé que tous les rayons passent en P′ pour que P′ soit un foyer, il faut qu'ils y arrivent concordants. Cherchons à quelle condition P et P′ doivent satisfaire pour que la somme des chemins parcourus par tous les rayons soit la même et que l'on ait

$$\mathrm{PA} + \mathrm{AP'} = \mathrm{PM} + \mathrm{MP'} :$$

$$\mathrm{PA} = \sqrt{\overline{\mathrm{DP}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2} = \mathrm{DP} + \frac{\overline{\mathrm{DA}}^2}{2\,\mathrm{DP}},$$

et

$$AP' = \sqrt{\overline{DP'}^2 + \overline{DA}^2} = DP' + \frac{\overline{DA}^2}{2\,DP'},$$

en remplaçant AP et AP′ dans l'équation de condition,

$$PA + AP' = DP + DP' + \frac{\overline{DA}^2}{2}\left(\frac{1}{DP} + \frac{1}{DP'}\right) = DP + DP' + 2\,MD,$$

$$\frac{\overline{DA}^2}{2}\left(\frac{1}{DP} + \frac{1}{DP'}\right) = \frac{2\,\overline{DA}^2}{2\,r},$$

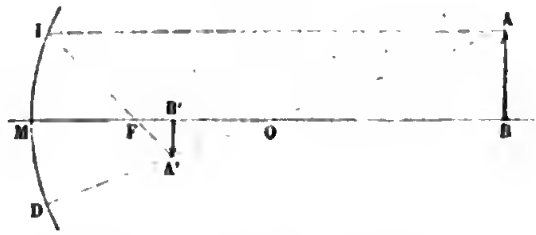
ou approximativement

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r},$$

condition identique à la formule (2); les vitesses vibratoires des rayons s'ajouteront donc au foyer.

Soit un objet lumineux AB (*fig.* 873) dont la dimension est

Fig. 873.



assez petite pour qu'on puisse considérer AO comme égal à OB; joignez AO. Le rayon qui suit cette direction se réfléchit sur lui-même; le foyer de A sera donc sur cette ligne AO qui est un *axe secondaire*. Menez un rayon AI parallèle à l'axe, il donnera un rayon réfléchi IF passant par le foyer principal F. Le foyer de A est à la rencontre de IF avec AO.

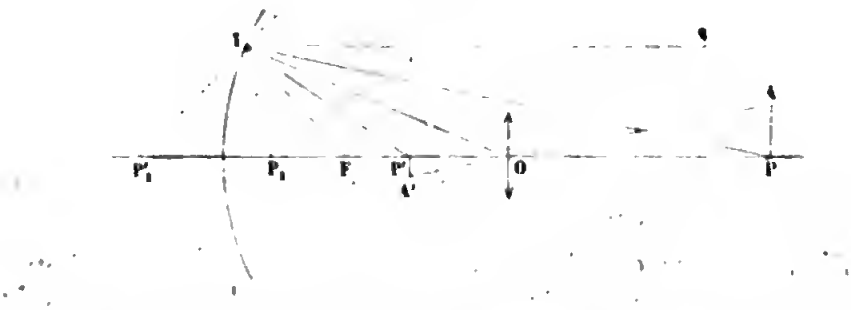
Puisque par hypothèse AO = OB, B fera son foyer dans le plan focal A′B′, sur son axe BOB′; tous les points intermédiaires à A et à B feront les leurs entre A′ et B′, tous les rayons qu'ils envoient, après s'être réfléchis et croisés en ces points, continueront leur route en divergeant, comme si chaque foyer était un point lumineux, comme si A′B′ était un objet réel semblable à AB et retourné. A′B′ est l'*image réelle* de AB.

Désignons par i et o les dimensions de l'image et de l'objet. On a, en tenant compte du retournement de l'image,

$$(4) \qquad \frac{i}{o} = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{r-p'}{p-r} = -\frac{p'}{p}.$$

DISCUSSION. — On remarquera d'abord que la formule (2) reste la même si on change p en p' et p' en p. Les points P et P' (*fig.* 874) sont donc les foyers conjugués l'un de l'autre.

Fig. 874.



Les positions du foyer et la grandeur de l'image sont données par les formules (2) et (4) qu'on peut écrire

$$p' = \frac{r}{2 - \frac{r}{p}}, \quad \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}.$$

1° Si $p = \infty$, $p' = \frac{r}{2}$ et $i = o$. L'image est au foyer principal F, renversée et infiniment petite.

2° Quand p diminue, p' et i augmentent; l'image approche du centre et grandit.

3° Lorsque $p = r$, p' est aussi égal à r, et $i = o$. L'image est au centre, confondue avec l'objet, égale à lui et renversée.

4° p décroissant de r à $\frac{r}{2}$ prend les valeurs qu'avait primitivement p'; alors p' prend les valeurs qu'avait p : il augmente de r à l'infini; l'image, toujours renversée, grandit jusqu'à être infinie.

5° p étant plus petit que $\frac{r}{2}$, p' est négatif et égal à $-\frac{r}{\frac{r}{p} - 2}$.

Cela veut dire que le foyer est derrière le miroir, à une distance $\frac{r}{\frac{r}{p}-2}$ qui décroît avec p jusqu'à zéro; la *fig.* 875 montre qu'alors l'image P'_1A_1 est droite, plus grande que l'objet et vir-

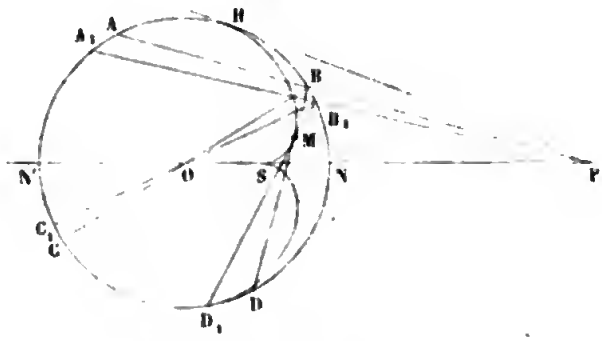
Fig. 875.

tuelle. Elle diminue et se rapproche jusqu'au sommet M en même temps que P.

Pour vérifier ces divers résultats, il suffit de placer une bougie en face du miroir, à une distance d'abord très-grande qu'on fait peu à peu diminuer. On reçoit les rayons réfléchis sur un petit écran de papier huilé; quand il est sur l'image, les rayons qui la forment sont renvoyés dans tous les sens; elle est alors visible de tous les lieux de l'espace. On constate aisément que sa position est celle que la formule indique.

MIROIR CONVEXE. — On peut répéter sur les miroirs convexes l'étude qui vient d'être faite sur les miroirs concaves. En voici le résultat :

Fig. 876.



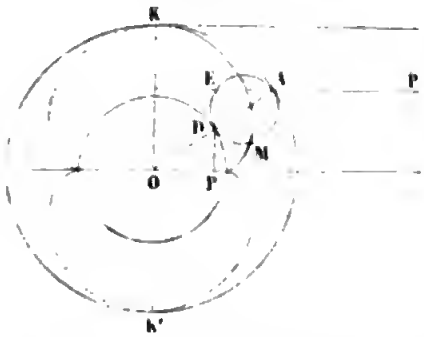
1° Les rayons partis de P, après s'être réfléchis à la partie

antérieure d'une sphère (*fig.* 876), sont tangents à une surface caustique HMS qui est de révolution autour de PS; elle est virtuelle; c'est la développée de toutes les surfaces d'onde réfléchies.

2° Si on désigne par p la distance PB, par $4a$ la corde AB, par p' la longueur BM, on a la relation

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{1}{a}.$$

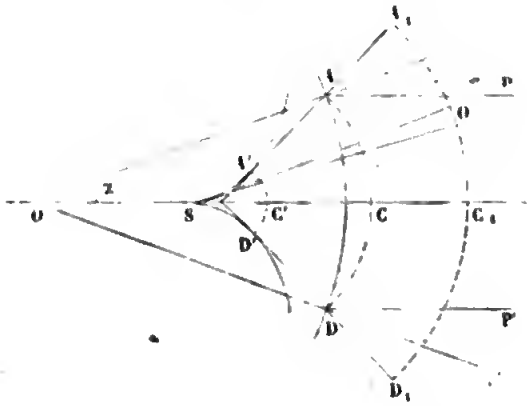
Fig. 877.



3° Dans le cas particulier où le point lumineux est à l'infini, la génératrice de la caustique est une épicycloïde engendrée par le roulement d'un cercle EAM de rayon $\frac{r}{4}$ sur une circonférence OD de rayon $\frac{r}{2}$ (*fig.* 877).

4° Lorsque la surface réfléchissante AD sous-tend un angle 2α très-petit (*fig.* 878), la caustique A'SD' est sensible-

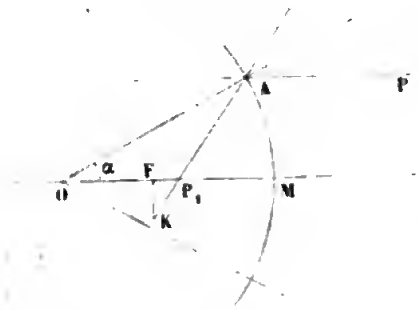
Fig. 878.



ment réduite au point S; les surfaces d'onde à des portions de sphère, et l'œil placé en O reçoit des rayons qui sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils venaient du sommet S. On peut dire alors que tous les rayons réfléchis ont un foyer virtuel unique, le point S.

5° Cette condition n'est jamais réalisée absolument; il y a toujours une dissémination des foyers. Si on désigne par α l'angle d'ouverture du miroir et qu'on suppose le point P à l'infini (*fig.* 879), les aberrations longitudinale et latitudinale de sphéricité sont

Fig. 879.



$$FP_1 = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right),$$

$$FK = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\tang 2\alpha.$$

6° Quand la surface réfléchissante est réduite à une ouverture α assez petite pour que l'on puisse admettre que $\cos\alpha = 1$, ces aberrations sont nulles; la distance p' du foyer au sommet du miroir se calcule par l'équation de la caustique

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{r},$$

équation qui se déduit d'ailleurs de celle qu'on a trouvée pour le miroir concave, en changeant le signe du rayon r.

7° L'image A′P′ d'un objet AP est virtuelle, droite et plus petite que l'objet (*fig.* 880). Elle est comprise entre les axes OP,

Fig. 880.

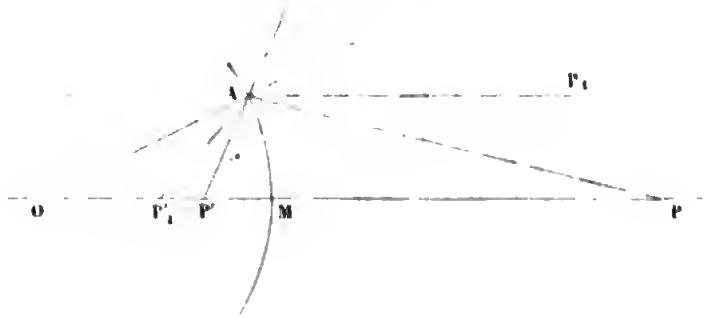
OA qui limitent l'objet. Les équations se réduisent à

$$p' = -\frac{r}{2 + \frac{r}{p}}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}.$$

Quand $p = \infty$, $p' = -\frac{r}{2}$, le foyer est en P'_1 (*fig.* 881), à la

moitié de OM, et $i = o$. A mesure que p décroît, p' diminue, P et P′ se rapprochent l'un de l'autre et i augmente; et quand

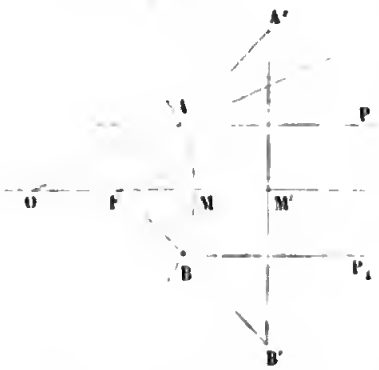
Fig. 881.



$p = o$, $p' = o$. L'image, d'abord plus petite que l'objet et à la distance $\frac{r}{2}$, finit par se confondre avec lui, en M, en lui devenant égale.

MESURE DES RAYONS DES MIROIRS. — Au moyen des formules qu'on vient de démontrer, on calculera toutes les conditions des miroirs sphériques si on connaît leur rayon de courbure. On déterminera ce rayon par l'effet optique même. Pour le miroir concave, il suffira de l'exposer à la lumière solaire, de mesurer la distance FM du foyer au sommet (*fig.* 882), et cette distance sera $\frac{r}{2}$. Quand il s'agit du miroir convexe, on couvre toute sa surface à l'exception de deux points A et B, et on l'expose aux rayons solaires PA, P_1B, les rayons réfléchis AA′, BB′ partent virtuellement de F qui est à une distance de M égale à $\frac{r}{2}$; on les reçoit sur un écran jusqu'à ce que leur écart A′B′ soit double de AB; alors $MM' = MF = \frac{r}{2}$.

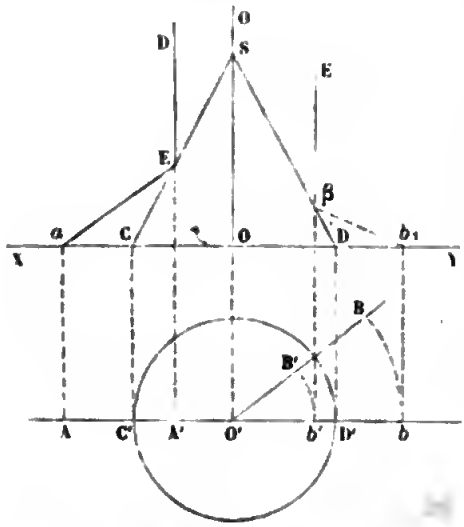
Fig. 882.



MIROIRS CONIQUES ET CYLINDRIQUES. — La loi de la réflexion,

quand elle est connue, permet de calculer les propriétés de tout miroir dont la forme est définie. Supposons un miroir conique projeté en SCD sur un plan vertical et en O'C'D' sur le plan horizontal (*fig.* 883). S'il est posé sur un carton peint, l'œil, placé sur l'axe OO' à l'infini, verra par réflexion une image toute déformée de la peinture. Mais on peut dessiner sur le carton une figure déformée de telle sorte qu'étant vue dans le miroir, elle représente un objet régulier et connu.

Fig. 883.



Soient A', B',... des points de l'objet tels qu'on veut les voir; on se propose de chercher où doivent être placés les points correspondants A, B,... du dessin qu'il faut tracer sur le carton. Commençons par A' qui est sur la ligne AO' parallèle à la ligne de terre : il est vu suivant DE, il provient d'un rayon incident *a*E; et si on projette *a* en A, A est le point du dessin dont l'image est vue en A'. Pour un point quelconque B', on commence par le rabattre en *b'*; β est la projection verticale de *b'*; le rayon incident serait $b_1\beta$; b_1 correspond à *b*, et en rabattant *b* en B sur O'B', on a en B le point qui sera vu en B'. En répétant la même construction pour un grand nombre de points, on dessinera l'*anamorphose* qui, étant vue par réflexion, représentera le tableau régulier. On traitera aisément de la même manière le cas des miroirs cylindriques.

LENTILLES.

MILIEU INDÉFINI. — Supposons qu'un point lumineux P (*fig.* 884) envoie un rayon PA dans un milieu d'indice *n*, limité par une surface concave AC de rayon *r*; il se réfractera suivant AA' comme s'il venait du point F dont on va chercher la position.

Soient PA = L, PO = l; on a dans le triangle POA

$$l = \mathrm{L}\frac{\sin i}{\sin \alpha};$$

soient de même FA = F et FO = f,

$$f = \mathrm{F}\frac{\sin r}{\sin \alpha};$$

en éliminant $\sin \alpha$,

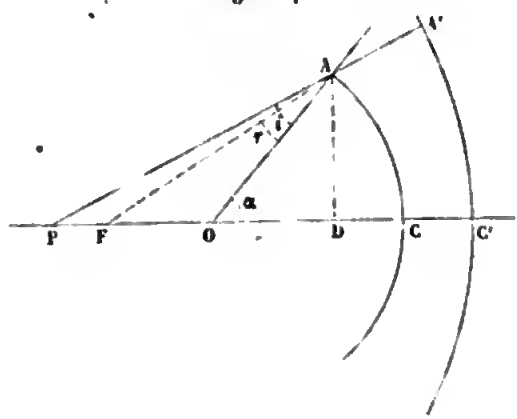
$$\frac{l}{f} = n\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{F}}.$$

Des triangles POA et FOA on peut tirer les valeurs de L et de F, et les remplacer dans l'équation précédente :

$$\frac{l^2}{f^2} = n^2\frac{l^2 + r^2 + 2lr\cos\alpha}{f^2 + r^2 + 2fr\cos\alpha}.$$

Cette équation fera connaître f quand l sera connu. f change avec α; on en tire plusieurs conséquences :

Fig. 884.



1° Tous les rayons réfractés ne passeront pas par un foyer unique.

2° Il y aura des bords au centre une double aberration de sphéricité.

3° Tous les rayons réfractés seront tangents à une surface caustique qui sera la développée des ondes réfractées.

4° L'œil, s'il était dans le milieu, verrait l'image du point P

sur le prolongement jusqu'à la caustique des rayons qui lui arrivent

5° Si l'angle α est toujours assez petit pour que l'on puisse considérer son cosinus comme égal à l'unité, F devient un foyer unique pour tous les rayons réfractés, et la relation précédente se réduit à

$$\frac{l}{f} = n\frac{l+r}{f+r}.$$

Remplaçons l par PC $- r$ ou par $p - r$ et f par $\varpi - r$,

$$\frac{p-r}{\varpi - r} = n\frac{p}{\varpi},$$

$$(1) \qquad \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varpi}\right).$$

CONCORDANCE DES RAYONS AU FOYER. — Avec ces restrictions il y a un foyer unique F, et les surfaces d'onde réfractées sont des sphères dont le centre est en F, c'est-à-dire que la propagation se fait comme si le milieu réfringent était prolongé jusqu'en F et qu'il y eût en F dans ce milieu un point lumineux.

On peut retrouver la même formule en cherchant quel point F il faudrait prendre dans ce milieu pour que la lumière qu'il envoie sur les divers points de AC eût une différence de marche constante ou nulle avec celle qu'y apporte le point P placé dans l'air. On a

$$\mathrm{PA} = \sqrt{\overline{\mathrm{PD}}^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2} = \mathrm{PD} + \frac{\overline{\mathrm{AD}}^2}{2\,\mathrm{PD}},$$

$$\mathrm{FA} = \sqrt{\overline{\mathrm{FD}}^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2} = \mathrm{FD} + \frac{\overline{\mathrm{AD}}^2}{2\,\mathrm{FD}}.$$

Pendant que la lumière parcourt FA dans l'air, elle parcourrait FA $\frac{v}{v'}$ ou nFA dans le milieu; il faut donc que PA $- n$FA soit constant pour tous les points de AC, et, par suite, égal à la valeur qu'il prend pour le point C ou à PC $- n$FC,

$$\mathrm{PD} - n\,\mathrm{FD} + \frac{\overline{\mathrm{AD}}^2}{2\,\mathrm{PD}} - n\frac{\overline{\mathrm{AD}}^2}{2\,\mathrm{FD}} = \mathrm{PC} - n\,\mathrm{FC}$$
$$= \mathrm{PD} - n\,\mathrm{FD} - (n-1)\,\mathrm{DC};$$

et, en remarquant que $DC = \frac{\overline{AD}^2}{2r}$,

$$\frac{\overline{AD}^2}{2PD} - n\frac{\overline{AD}^2}{2FD} = -(n-1)\frac{\overline{AD}^2}{2r};$$

enfin, en remplaçant PD par p et FD par ϖ,

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{\varpi} = -\frac{(n-1)}{r},$$

ce qui est la formule (1).

Supposons maintenant que le milieu soit terminé par une surface A'C' de rayon r' tournant sa convexité du même côté que AC et à une distance négligeable de AC. F sera un point lumineux dans le premier milieu; il enverra des rayons FA' qui se réfracteront dans l'air. La formule (1) sera applicable; seulement il faudra changer p en ϖ, n en $\frac{1}{n}$, et r en r',

$$\frac{1}{r'} - \frac{1}{\varpi} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'}\right),$$

$$\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = n\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\varpi}\right).$$

On élimine la distance du foyer intermédiaire ϖ entre cette formule et l'équation (1),

$$(2) \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

Dans tous ces calculs les distances sont comptées positivement à gauche des points C, C' et négativement à droite.

On fera sur cette formule une première observation. Si on retourne la lentille, il faudra changer les signes des deux rayons r et r', et les deux courbures de place; par conséquent, remplacer $\frac{1}{r}$ par $-\frac{1}{r'}$ et $-\frac{1}{r'}$ par $+\frac{1}{r}$: la formule restera identique et la lentille exercera les mêmes actions dans les deux sens.

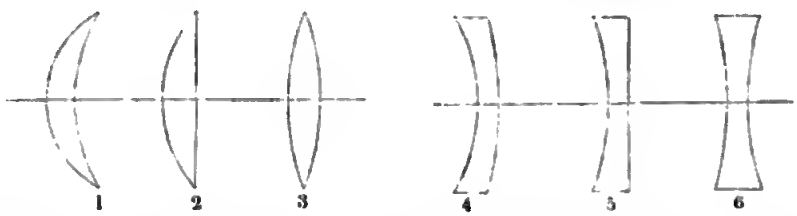
LENTILLES CONVERGENTES ET DIVERGENTES. — Si le centre de la lentille est épais et les bords plus minces (*fig.* 885), le rayon

antérieur r est négatif; le rayon postérieur peut être négatif, mais il est toujours plus grand que r (n° 1, n° 2), ou bien il est positif (n° 3); dans les deux cas, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$ est nécessairement négatif. On peut représenter par $-\frac{1}{f}$ le deuxième membre de l'équation (2) qui devient

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{f}. \tag{3}$$

Au contraire les lentilles peuvent être plus minces au milieu

Fig. 885. Fig. 886.



qu'aux bords (*fig.* 886). Alors l'un des rayons de courbure, le premier, est nécessairement positif; le second r' peut être positif, mais plus grand que r (n° 4, n° 5), ou bien il est négatif (n° 6). Dans tous les cas, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$ est une quantité positive; le second membre de l'équation se remplacera par $+\frac{1}{f}$,

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}. \tag{4}$$

Si $p = \infty$, les foyers dans les deux classes de lentilles se nomment *foyers principaux;* leurs distances sont données par les équations (3) et (4) :

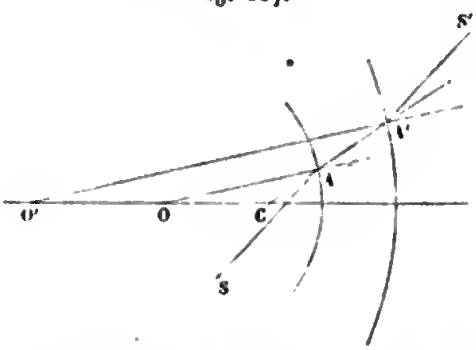
$$p' = -f, \quad p' = f.$$

Dans les lentilles à centre épais il est négatif, c'est-à-dire dirigé du côté opposé à celui d'où vient la lumière; c'est un foyer réel; la lentille est convergente. Dans le second cas, p' est positif; le foyer est placé à gauche, du côté même où vient la lumière; il est virtuel, la lentille est divergente. Nous

discuterons séparément les effets de ces deux classes de lentilles.

CENTRE OPTIQUE. — Soient O, O′ les centres des surfaces antérieure et postérieure de la lentille (*fig.* 887). Menons deux lignes parallèles OA′ et OA et joignons AA′ par une droite qui rencontrera l'axe en C. Ce point se nomme le *centre optique*. Il est déterminé par l'équation

Fig. 887.



$$\frac{OC}{OO'} = \frac{OA}{O'A' - OA},$$

$$\frac{OC}{r' - r - e} = \frac{r}{r' - r},$$

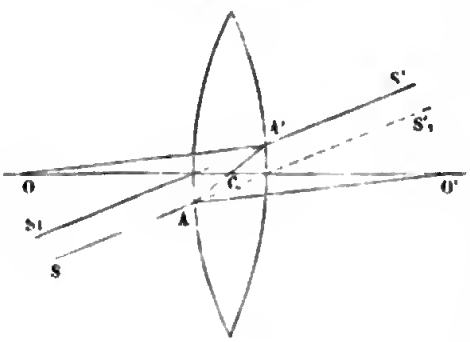
$$OC = r - \frac{er}{r' - r}.$$

On voit d'abord que OC est indépendant de la direction particulière des lignes O′A′, OA; C est donc un point fixe. Si la lentille est biconcave ou biconvexe, avec des courbures égales, r' et r sont égaux et de signe contraire, et dans les deux cas $r - r'$ se remplace par $\pm 2r$,

$$OC = r \pm \frac{e}{2};$$

le centre optique est au milieu de l'épaisseur de la lentille (*fig.* 888). Dans tous les autres cas, comme l'épaisseur e est négligeable, on peut encore dire que le point C est l'intersection de cette lentille avec son axe de figure OO′.

Fig. 888.

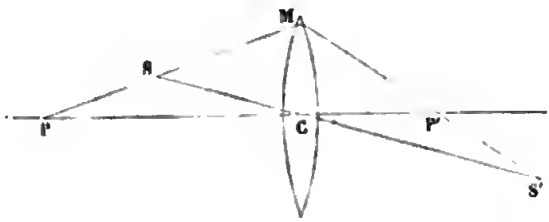


Réciproquement, si on mène par le centre optique une ligne CAA′ quelconque; elle rencontrera les deux surfaces en des points A et A′ pour lesquels les normales O′A et OA′ seront parallèles. Par conséquent, si un rayon incident SA se réfracte

suivant AA', il sortira de la lentille suivant A'S' parallèle à SA: la réfraction sera presque normale; les rayons AS et A'S' seront presque confondus; leur écart sera négligeable; on pourra les considérer comme passant tous deux en C, et l'on peut dire que « tout rayon qui passe par le point C est un axe secondaire et traverse la lentille sans déviation. » C'est la propriété caractéristique du centre optique.

FOYERS DES POINTS PLACÉS SUR UN AXE SECONDAIRE. — Soient S un point lumineux pris hors de l'axe, SC son axe secondaire,

Fig. 889.



SM un rayon incident quelconque qui se réfracte en MS' et donne son foyer en S'. Nous pouvons poser approximativement $SM = SC = p_1$, $S'M = S'C = p'_1$.

Les rayons incident et réfléchi coupent l'axe principal en P et en P', dont les distances en C sont p et p', entre lesquelles on a par la formule des lentilles,

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

En vertu du théorème des transversales, quand une sécante SS' coupe en deux segments chacun des trois côtés d'un triangle PMP', le produit de trois d'entre eux qui n'ont pas d'extrémité commune est égal à celui des trois autres :

$$SP \times CP' \times MS' = P'S' \times SM \times PC,$$

ou

$$(p - p_1)\, p'\, p'_1 = (p' - p'_1)\, p_1\, p,$$

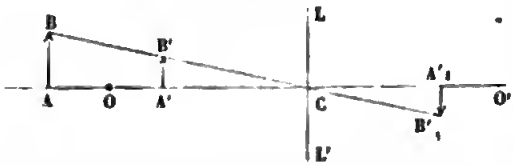
$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

Il y a donc la même relation entre les distances à la lentille des points lumineux et de leurs foyers, qu'ils soient ou non

placés sur l'axe principal; mais il faut remarquer qu'il ne s'agit ici que des rayons émis par S dans le plan diamétral SMC : ceux qui n'y sont point compris ne satisfont pas à cette loi, et c'est à eux qu'il faut attribuer les perturbations que les images éprouvent aussitôt qu'on s'éloigne de l'axe.

IMAGES. — Soient AB un objet lumineux (*fig.* 890) et LL' une lentille dont le centre optique est C et l'axe OO'. Le point A, qui est placé sur l'axe à une distance p, fait son foyer à une distance p', en A' ou en A'_1, suivant qu'il est virtuel ou réel et on a entre p et p' la relation

Fig. 890.



$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \pm \frac{1}{f}.$$

Du point B menons l'axe secondaire BC, et puisque le rayon BC ne subit pas de déviation, le foyer de B se trouvera sur BC. Si de plus l'angle ACB est assez petit pour qu'on puisse considérer AC comme égal à CB, le foyer de B sera en B' ou en B'_1 à une distance $B'C = A'C$ ou $B'_1C = A'_1C$. Si on désigne, comme précédemment, par i et o les grandeurs de l'image et de l'objet,

$$(5) \qquad \frac{i}{o} = \pm \frac{p'}{p}.$$

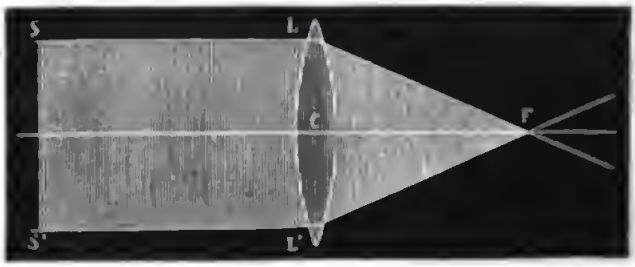
DISCUSSION. — Considérons d'abord une lentille convergente. Convenons de prendre les valeurs de p' et de f positivement du côté opposé à p : les formules (3) et (5) deviennent

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}, \quad \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}.$$

Ce sont les mêmes que celles d'un miroir concave dans lequel $\frac{r}{2}$ serait égal à f. Il n'y a qu'à répéter les résultats de la discussion faite p. 721, en y ajoutant la construction des rayons réfractés.

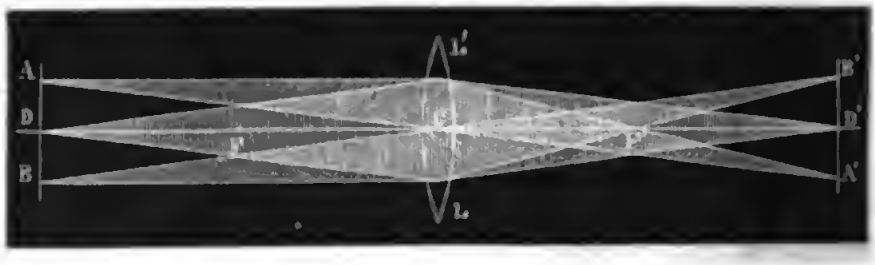
1° Un point lumineux à l'infini envoie des rayons parallèles à l'axe qui se rencontrent au foyer principal F (*fig.* 891).

Fig. 891.



2° Un objet AB est placé entre l'infini et le foyer F (*fig.* 892). Par le point A on mène l'axe secondaire AC et un rayon AL' parallèle à l'axe; celui-ci donne le rayon réfracté L'F' qui passe au foyer F' et rencontre l'axe secondaire au point A';

Fig. 892.



A' est le foyer de A. On construit de même le foyer B' de B; celui de D est en D'. L'image est réelle et renversée. Si le point D est à une distance DC double de CF, la formule (3) donne

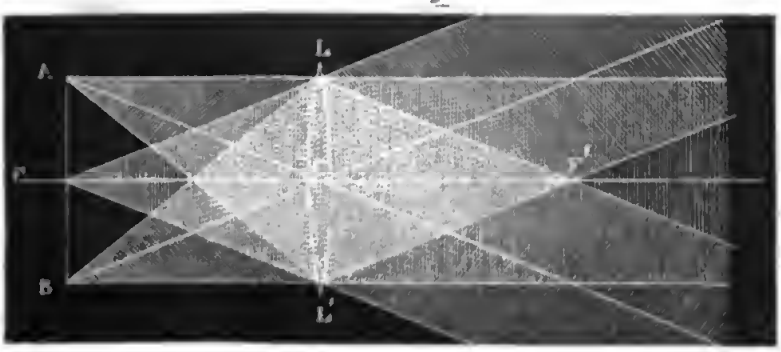
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f};$$

donc le foyer et le point lumineux sont à la même distance $2f$ de la lentille, et l'image est alors égale à l'objet. Si l'objet AB, d'abord plus éloigné que D, se rapproche, l'image, d'abord plus petite que l'objet, s'éloigne, grandit, atteint et dépasse la grandeur de l'objet.

3° L'objet AB étant au foyer F (*fig.* 893), AL = CF' et le rayon réfracté LF' est parallèle à l'axe secondaire AC; tout

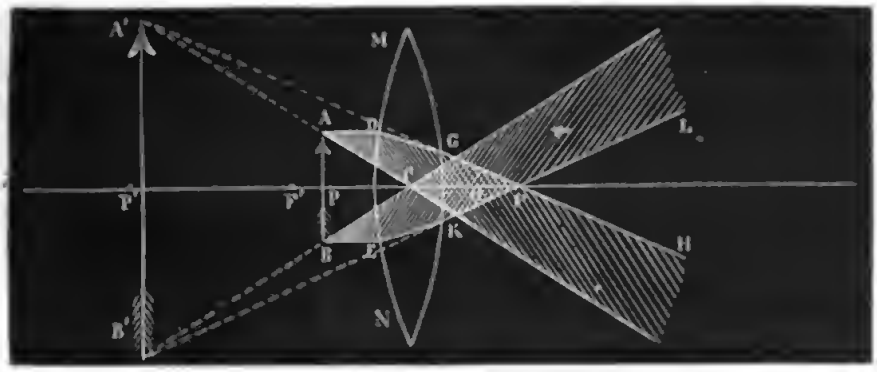
le faisceau LAL′ se transforme en un cylindre de rayons parallèles à l'axe AC. Il en est de même de tous les points de l'objet AB, l'image est infinie et infiniment éloignée.

Fig. 893.



4° AB étant entre le foyer et la lentille (*fig.* 894), AD est plus petit que CF, les rayons émergents divergent; leur foyer

Fig. 894.



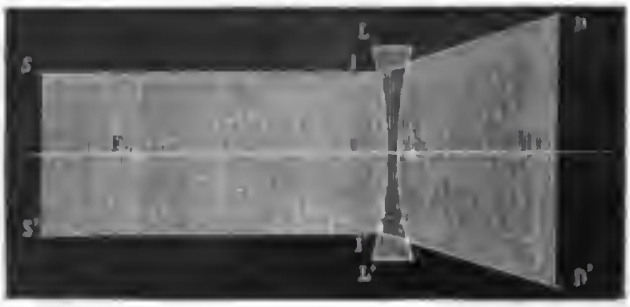
est virtuel, en A′. Il en est de même de B : l'image est en A′B′, virtuelle, droite et agrandie. Nous reviendrons sur ce cas particulier.

LENTILLE CONCAVE. — Les formules qui correspondent à ce cas sont les mêmes que celles des miroirs convexes. p' étant positif du même côté que l'objet, on a

$$p' = \frac{f}{1 + \frac{f}{p}}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}.$$

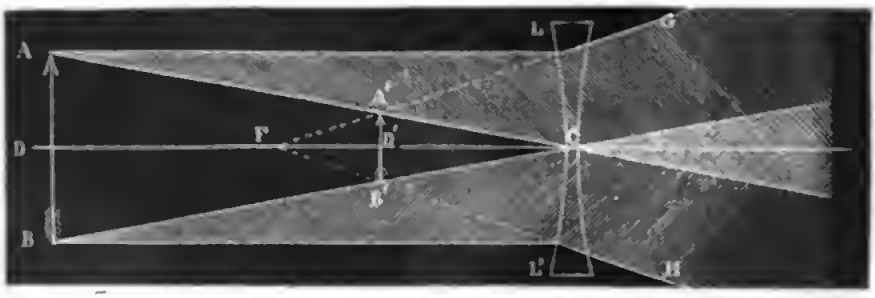
1° Lorsque $p = \infty$, $p' = f$, $i = o$ (*fig.* 895), les rayons réfractés divergent comme s'ils partaient du foyer F.

Fig. 895.



2° L'objet étant en AB, on construit le foyer A′ (*fig.* 896) en menant de A : 1° l'axe secondaire AC; 2° un rayon AL parallèle à l'axe DC. Après sa réfraction, celui-ci passe par le foyer F et l'image de A est à la rencontre de AC et de GF. On construit de même en B′ le foyer de B, et l'image de l'objet est en A′B′; elle est droite, virtuelle, plus petite que l'objet.

Fig. 896.



Quand AB se rapproche, les conditions de la figure restent les mêmes; seulement l'image et l'objet se rapprochent de la lentille où ils viennent se confondre, à la limite, en grandeur et en position.

MESURE DES FOYERS. — La puissance d'une lentille est mesurée par sa distance focale principale,

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

On peut calculer f si on connaît n, r et r'. Mais il vaut mieux

la mesurer par l'expérience. A cet effet, on reçoit sur la lentille la lumière solaire. Si elle est convergente, on mesure la distance du foyer réel à la surface ; si elle est divergente, on opère comme pour les miroirs convexes. On la couvre d'un carton, à l'exception de deux points I et I′ (*fig.* 895). On reçoit les deux lumières réfléchies par ces deux points sur un carton DD′ qu'on éloigne jusqu'à ce que leur écart soit double de celui des points I et I′. Alors la distance du carton à la lentille est égale à la distance focale *f*.

QUATRE-VINGT-ONZIÈME LEÇON.

DES INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

Instruments simples. — Chambre obscure. — Mégascope. — Méthode générale de projection. — Microscope solaire. — Phares. — Loupe. — Divers modèles.

Instruments composés. — Conditions générales. — Cas des lunettes. — Diaphragme. — Réticule. — Axe optique. — Double tirage. — Anneau oculaire. — Grossissement. — Clarté. — Lunette terrestre. — Lunette de Galilée. — Télescopes de Newton, de Gregori, de Cassegrain, de M. Foucault.

Microscope. — Conditions physiques. — Oculaire. — Angle d'ouverture. — Conditions mécaniques. — Grossissement, sa mesure. — Microscope binoculaire.

Achromatisme. — Pouvoir dispersif. — Achromatisme des lentilles. — Procédé de Frauenhofer. — Impossibilité d'un achromatisme complet. — Trois lentilles. — Achromatisme des prismes. — Diasporamètres de Rochon, de Boscowitch, de Brewster. — Oculaire d'Huyghens, de Ramsden.

Les instruments fondés sur les propriétés des lentilles se distinguent en instruments simples ou composés, suivant qu'ils sont formés d'un seul ou de plusieurs verres convergents ou divergents.

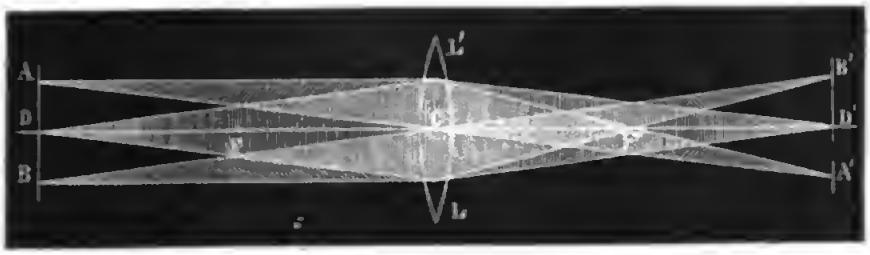
INSTRUMENTS SIMPLES.

Ceux-ci se divisent eux-mêmes en deux classes, selon qu'ils forment des foyers réels ou virtuels ; nous commençons par les premiers.

Tout objet AB placé devant une lentille convergente donne en A'B' une image réelle et renversée (*fig.* 897). Si l'objet se rapproche depuis l'infini jusqu'au double $CD = 2f$ de la distance focale principale, l'image A'B' s'éloigne depuis le foyer F' jusqu'à cette même distance $CD' = 2f$, et grandit depuis zéro

jusqu'à être égale à l'objet. AB se rapprochant de D jusqu'à F, l'image s'éloigne depuis D' jusqu'à ∞, et A'B', d'abord égale à AB, grandit jusqu'à être infinie.

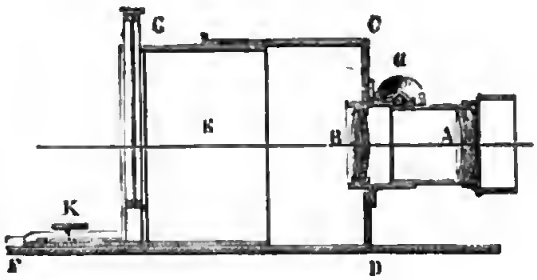
Fig. 897.



CHAMBRE OBSCURE. — Plaçons LL' au volet d'une chambre obscure, tous les objets extérieurs AB formeront leur image renversée au foyer conjugué A'B'; elle sera diminuée quand ces objets seront au delà de F, et si l'on place un écran en A'B' il diffusera cette image qui deviendra visible de tous les points placés en avant.

La chambre obscure est l'appareil essentiel de la photographie; le modèle adopté (*fig.* 898) se compose d'une lentille

Fig. 898.

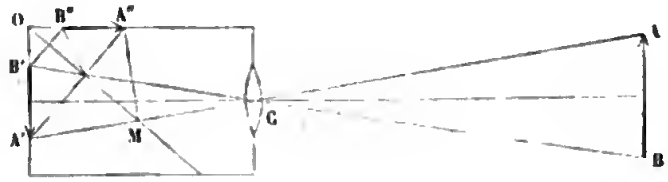


achromatique B qui est fixe et d'une seconde A qui est mobile au moyen d'un pignon *a*. En superposant ces deux lentilles on diminue la distance focale, puisqu'elles ajoutent leur convergence; et en faisant mouvoir l'une d'elles, on change un peu cette distance, ce qui permet de mettre l'image exactement au point. La caisse est composée de deux parties, l'une CD qui est immobile, l'autre E qui entre dans CD en glissant dans une charnière; elle se fixe à l'endroit voulu par une vis K. Enfin, en G est une glace dépolie sur laquelle on voit se peindre

l'image des objets extérieurs, glace qu'on enlève à volonté, et qu'on remplace au moment de l'opération par le châssis contenant la plaque impressionnable.

Avant l'invention de la photographie on dessinait sur le verre G l'image des objets en suivant leur contour avec un crayon. Il était important de redresser ces images. On y parvenait de diverses manières; la plus simple était de les rendre horizontales en disposant au fond de la chambre une glace OM inclinée à 45 degrés (*fig.* 899). L'image ne se formait pas

Fig. 899.



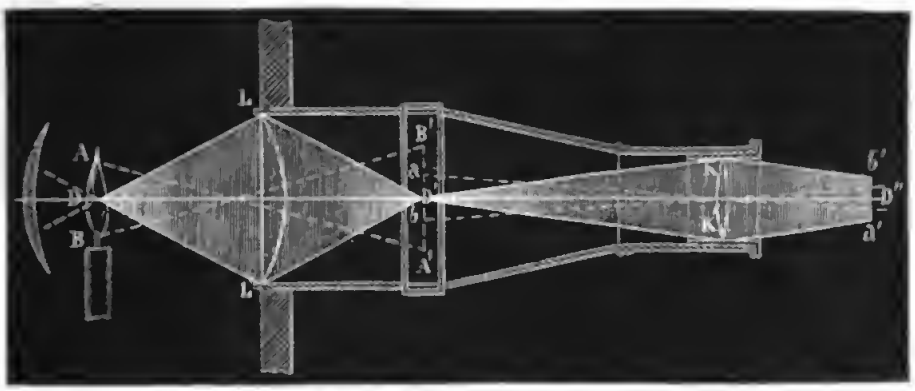
en B'A', mais en A"B", comme un dessin étalé sur une table horizontale; et il dépendait de l'observateur de se placer convenablement pour la voir droite.

MÉGASCOPE. — Si on met un objet quelconque en AB (*fig.* 897) tout près du foyer, qu'on l'éclaire vivement par le soleil après l'avoir renversé, il donnera, sur le fond de la chambre obscure, une image redressée A'B', très-grossie et par conséquent moins éclairée. Cet instrument, qu'on nomme *mégascope*, n'a aucun usage.

MÉTHODE GÉNÉRALE DE PROJECTION. — Tout objet transparent ou translucide peut donner à travers une lentille une image agrandie et réelle qu'on projette sur un écran. La disposition est en général la suivante (*fig.* 900). LL' est une première lentille très-convergente qui est destinée à concentrer en B' A' soit les rayons solaires, soit ceux d'une lampe photo-électrique, soit la lumière de Drummond ou d'une lampe ordinaire AB. En B' A' l'instrument est percé d'une fente rectangulaire verticale dans laquelle on introduit ou un verre sur lequel ont été dessinés des objets ou, le plus souvent, une image photographique positive sur collodion. Ces images *ab*, quelle que soit leur nature, sont fixées verticalement et ren-

versées; elles reçoivent toute la lumière concentrée dans la fente B'A' et la laissent passer ou l'arrêtent proportionnellement à la transparence de chaque point. En KK' est une lentille achromatique dont le foyer est un peu après l'objet *ab*; elle donne de cet objet une image agrandie, redressée, qu'on reçoit sur un écran afin de la diffuser dans tous les sens et de la rendre visible à une assemblée nombreuse. On met au point en déplaçant un peu la lentille KK' au moyen d'un pignon et d'une crémaillère.

Fig. 900.



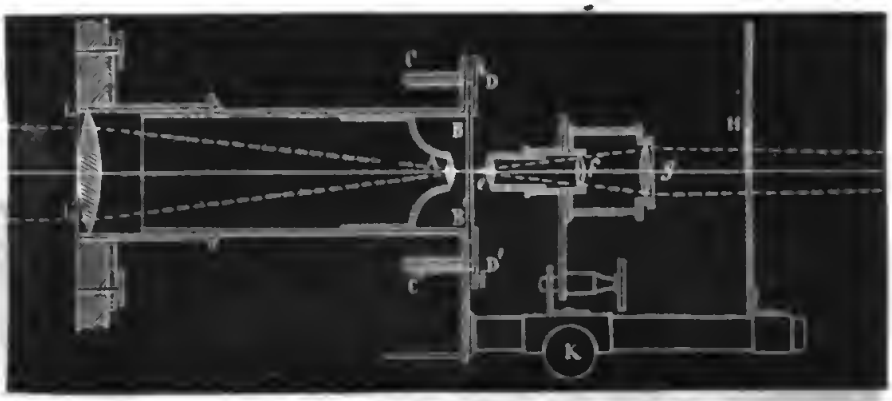
Cet appareil a été inventé par le P. Kircher, sous le nom de *lanterne magique*. L'éclairement se faisait avec une lampe, et les objets projetés étaient peints sur verre avec des couleurs transparentes. Quelquefois les peintures étaient faites sur plusieurs verres superposés, les uns fixes, les autres qu'on déplaçait, ce qui permettait d'animer les tableaux projetés. En éloignant la lanterne de l'écran ou en la rapprochant et en déplaçant en même temps la lentille KK', on pouvait agrandir ou diminuer les images comme si les objets marchaient vers l'observateur ou s'éloignaient de lui.

On fait aujourd'hui une utile application de cette méthode en projetant sur un tableau dans les cours publics les images photographiées des objets trop petits pour être montrés à plusieurs personnes à la fois. On les éclaire par la lampe de Drummond ou par un régulateur électrique.

Le microscope solaire (*fig.* 901) n'est qu'un cas particulier de cet instrument général. La lumière solaire fixée par un

héliostat est concentrée d'abord par LL', ensuite par A, sur un double verre BB' où sont placées les pièces microscopiques qu'on veut étudier; la lentille de projection est formée par la superposition de trois verres achromatiques *e*, *f*, *g*, produi-

Fig. 901.



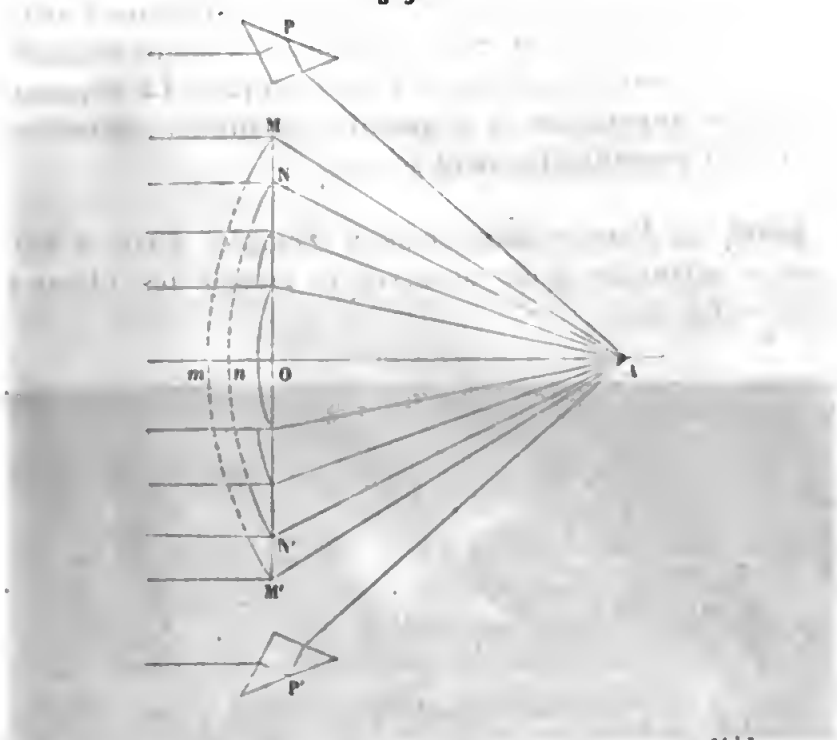
sant le même effet qu'un seul; on les approche ou on les éloigne de l'objet au moyen d'une crémaillère et d'un pignon K, jusqu'à ce que l'image soit nette sur l'écran.

PHARES. — Tout point lumineux A (*fig.* 902) placé au foyer d'une lentille M*m*M' fait son image à l'infini. Tous les rayons qu'il envoie dans le cône MAM' et qui, sans la lentille, iraient en se disséminant dans l'espace, sont transformés en un cylindre lumineux dont la base est MM', qui ne s'affaiblit que par le défaut de transparence de l'air. Fresnel a heureusement profité de cette propriété pour l'éclairage des côtes. La difficulté était d'obtenir de très-grandes lentilles et d'éviter le poids énorme que leur donnerait la grande épaisseur O*m* de leur milieu. Il a songé à ne garder que leurs bords MN, M'N' et à remplacer le milieu par des anneaux de plus en plus petits, appartenant à des lentilles M*m*M', N*n*N',..., qui ont le même foyer A. Enfin, la partie centrale est formée, quand elle est devenue très-petite, par une seule lentille O.

En A est une lampe où l'huile monte par un mouvement d'horlogerie; elle est ordinairement formée de deux, trois ou quatre mèches concentriques avec des courants d'air qui circulent entre chacune d'elles, et qui sont déterminés par

l'appel d'une cheminée en verre. Pour ne perdre aucune lumière, Fresnel a disposé en haut et en bas des prismes à

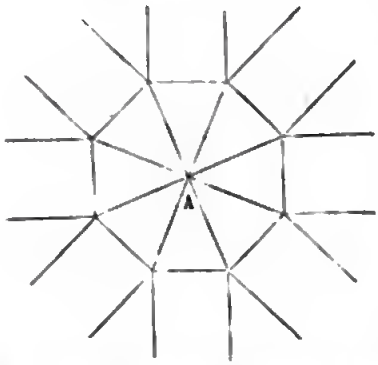
Fig. 902.



réflexion totale P et P' qui renvoient les rayons parallèlement à l'axe AO,

Le phare tout entier est une grosse lanterne prismatique dont la base est un polygone régulier. S'il est à huit pans (*fig.* 903), il a huit systèmes de lentilles et de prismes, et envoie dans l'espace huit cylindres lumineux qui portent à 10 ou 15 lieues; mais comme ils sont séparés par des espaces prismatiques non éclairés, on a donné à l'appareil un mouvement de rotation uniforme. Chaque point de l'horizon reçoit la lumière à des intervalles qui varient d'un phare à l'autre, et permettent de reconnaître le lieu de la côte que l'on aborde. Les éclats successifs sont séparés par des éclipses.

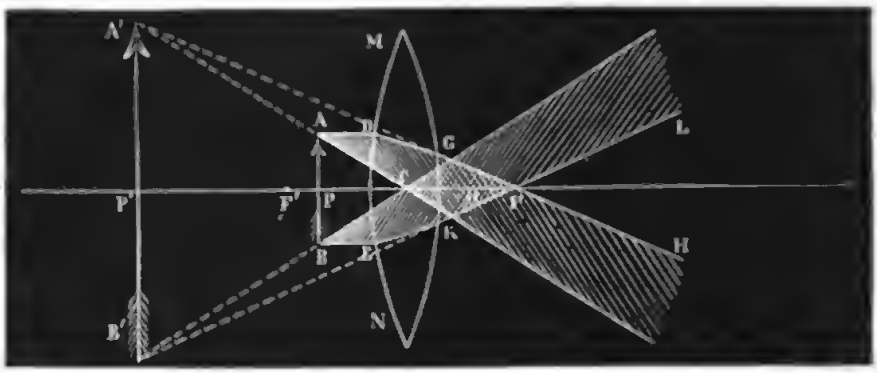
Fig. 903.



Dans ces dernières années M. Reynaud, directeur de l'administration des phares, a remplacé au cap la Hève l'éclairage à l'huile par celui de la lumière électrique. Celle-ci est fournie par la machine magnéto-électrique de la compagnie *l'Alliance*, et un régulateur de M. Serrin remplace la lampe centrale. Le succès de cette substitution a été complet. La dépense n'a point été augmentée et la quantité de lumière versée sur la mer a été considérablement accrue.

LOUPE. — J'arrive maintenant à l'emploi qu'on a fait des images virtuelles pour observer et grossir les objets très-déliés (*fig.* 904).

Fig. 904.



Soient MN la lentille, F' son foyer; on place en AB, entre la lentille et ce foyer, tout près de lui, l'objet qu'on veut observer. Un rayon AC, qui passe par le centre optique, traverse la lentille sans déviation. AD, parallèle à l'axe, suit la route ADGF et passe par le foyer principal F. AC et GF divergent, mais sont censés partir du foyer virtuel A'. De même, les rayons envoyés par B seront, après la réfraction, dans les mêmes conditions que s'ils partaient de B', et l'œil placé en O verra en A'B' l'image droite et grossie de AB.

La formule de la lentille donne, pour le cas où le foyer est virtuel, c'est-à-dire où p' est négatif,

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{f}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Le grossissement G est égal au rapport de la grandeur de l'i-

mage à celle de l'objet,

$$G = \frac{i}{o} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Pour que l'on voie distinctement l'image, il faut que sa distance à l'œil O soit égale à la vision distincte Δ ou qu'on ait

$$p' = OP' - OC = \Delta - d;$$

donc

$$G = 1 + \frac{\Delta - d}{f}.$$

Ce grossissement est maximum si $d = 0$, c'est-à-dire si l'œil est contre la loupe, il devient

$$G = 1 + \frac{\Delta}{f}.$$

En général, les loupes ont une distance focale f beaucoup plus petite que Δ; $\frac{\Delta}{f}$ est assez grand pour qu'on puisse négliger l'unité dans le second membre, et le grossissement s'exprime approximativement par

$$G = \frac{\Delta}{f}.$$

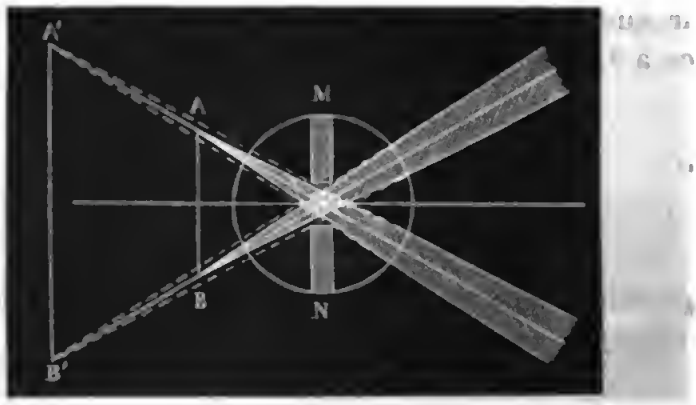
On obtient directement cette relation en considérant les deux triangles APC, A'P'C' qui donnent, en supposant P confondu avec F', ce qui est sensiblement vrai,

$$G = \frac{A'P'}{AP} = \frac{P'C}{PC} = \frac{\Delta}{f}.$$

Puisque le grossissement est en raison inverse de f, il faut des lentilles à courbures très-prononcées; mais alors elles ont de grandes aberrations de sphéricité et on ne voit distinctement que dans l'axe. Le mieux est de superposer plusieurs lentilles peu convergentes et de les séparer par un diaphragme. Ce système, nommé *doublet*, imaginé par Wollaston, ne laisse passer que les rayons voisins de l'axe. Il donne un fort grossissement qui dépend de la distance du point lumineux, de celle des verres et de leurs longueurs focales.

On fait des doublets très-simplement en creusant dans une sphère une gorge MN (*fig.* 905) et la remplissant d'une ma-

Fig. 905.



tière opaque. Les seuls rayons venant d'un point quelconque A qui traversent la masse sont peu obliques aux faces extrêmes, l'appareil n'a que très-peu d'aberration, mais son champ est très-étendu. On réalise les mêmes conditions par la loupe de Stanhope qui est un cylindre AB plan-convexe (*fig.* 906). On fixe en A les objets qu'on veut voir, et on regarde par B; la vision se fait comme si l'objet A était dans le verre.

Fig. 906.

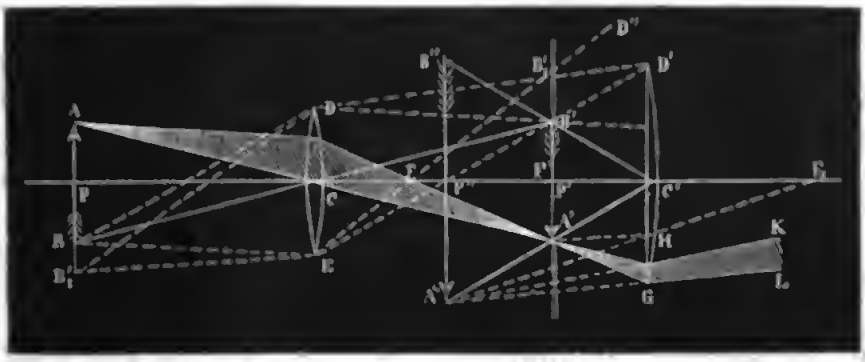
INSTRUMENTS COMPOSÉS.

Les lunettes, les microscopes et les télescopes sont construits sur un plan commun qu'on va étudier généralement (*fig.* 907).

En DE est une première lentille nommée *objectif*. Tout objet lumineux AB placé en avant d'elle, plus loin que la distance focale principale, fait une image réelle et renversée en A'B'. Tous les rayons partis d'un point tel que A se croisant en A' divergent ensuite en continuant leur route, comme si A' était un point lumineux réel; et les mêmes conditions étant réalisées pour toutes les parties de l'image A'B', on peut la considérer comme un véritable objet émettant de la lumière.

Dès lors on peut la regarder à travers une loupe GD'. On construit comme précédemment la marche des rayons. Parmi tous ceux qui partiraient d'un point réel A', on choisit l'axe secondaire A'C' qui ne se dévie pas, puis un rayon A'H, parallèle à l'axe, qui, après la réfraction, passerait par le foyer F_1; on joint F_1H qu'on prolonge jusqu'à la rencontre de C'A'

Fig. 907.



en A'', et A'' est le foyer conjugué de A'. La figure montre comment le cône des rayons DAC se concentre d'abord en A', diverge ensuite suivant le faisceau en HA'G; celui-ci se réfracte en HK, GL comme si les rayons venaient de A''. Si l'œil est derrière la loupe et qu'il reçoive ces rayons, il verra l'image en A'' et il la verra distinctement quand elle sera à la distance de la vision distincte.

En résumé, l'instrument composé se borne à faire une image réelle très-rapprochée de l'observateur qui la regarde avec une loupe. Étudions avec soin les propriétés de cet appareil, en commençant par le cas des lunettes.

DIAPHRAGME. — On fixe dans le plan focal A'B' une lame de métal noirci, percée en son milieu d'une ouverture circulaire. En même temps que l'image, l'œil voit distinctement les bords de cette ouverture qui encadrent le champ de vision. Il faut la placer nécessairement dans ce plan focal, car son contour est confus si on l'éloigne ou qu'on la rapproche. Il faut en outre que l'ouverture soit limitée au cône intérieur tangent à

DE et à D'G. En effet le cône des rayons réfractés qui proviennent du point B a son sommet en B'; il est tout entier recueilli par l'oculaire D'G et peut entrer dans l'œil. Le cône qui part de B_1 se réfracte en DB'_1E et se continue par $D''B'_1D'$; il n'entre ni dans la lentille ni dans l'œil. Le tableau focal des points compris entre B et B_1, qui se place entre B' et B'_1, offre donc un éclat décroissant que l'on évite en limitant le diaphragme au point B' sur la ligne ED' menée par les limites des deux verres.

RÉTICULE. — Deux fils d'araignée croisés sont ordinairement tendus sur le diaphragme. On les voit en même temps que A'B' puisqu'ils sont superposés à cette image. Soit P' leur point de croisement; la ligne CP' qui joint ce point au centre optique C de l'objectif est *l'axe optique* de l'instrument.

Le point P de l'objet visé qui est situé sur le prolongement de cet axe fait son foyer sur la ligne qui le joint à C, c'est-à-dire en P', et réciproquement, si l'image de P est en P', P sera sur l'axe. Il suffira donc d'amener l'image d'un point en P' pour conclure que ce point est dans la direction de l'axe optique, et les déplacements angulaires qu'il faudra donner à cet axe pour voir successivement l'image de plusieurs points en P' seront les angles sous lesquels on voit ces points du lieu de l'observation.

L'axe optique peut être déplacé et réglé à volonté en déplaçant le réticule. D'autre part, toute lunette a un axe géométrique, celui qui passe par les centres des collets égaux sur lesquels elle est supportée, c'est aussi celui dont on mesure la direction sur les cercles divisés dont tout instrument d'optique géométrique est pourvu. Il faut faire coïncider ces deux axes. Pour cela on fait tourner la lunette sur ses collets, c'est-à-dire autour de son axe géométrique, et l'axe optique décrivant un cône, on voit la croisée des fils parcourir un cercle sur les points du tableau focal, cercle dont le rayon diminue et finit par s'annuler quand on déplace l'axe optique jusqu'à le faire coïncider avec l'axe géométrique.

Soit α l'angle sous-tendu par le fil du réticule vu du centre optique de l'objectif. Tout déplacement de l'axe de la lunette supérieur à cet angle détruira la coïncidence apparente du

point visé avec le fil réticulaire. La précision de la visée est donc en raison inverse de cet angle; elle est par conséquent proportionnelle à la longueur de la lunette et inverse de la largeur des fils.

Il est essentiel que le tableau focal et le réticule soient dans le même plan; si celui-ci est en arrière, on voit les points du tableau se porter vers la gauche quand on incline la tête à droite; s'il est en avant, c'est le contraire, et lorsque la coïncidence est parfaite, il n'y a point de parallaxe des fils. On comprend la nécessité d'établir cette coïncidence : on y parvient comme il suit.

TIRAGE. — Pour voir distinctement les fils du réticule et le diaphragme, il faut que leur image virtuelle donnée par la loupe soit à la distance de vision distincte, et celle-ci étant variable pour les divers individus doit pouvoir être changée : il y a un tirage qui permet de le faire. En second lieu il faut que l'ensemble de la loupe, du diaphragme et des fils puisse être, à chaque observation, amené sur l'image A'B', qui varie avec la distance PC de l'objet visé; il faut donc un second tirage indépendant du premier et qui commande l'oculaire et le réticule.

ANNEAU OCULAIRE. — Tous les rayons que reçoit la lunette peuvent être considérés comme partant de l'objectif, et cet objectif peut être assimilé à un objet lumineux; soit R son rayon. Il donnera derrière l'oculaire une image de rayon r. Cette image sera un cercle plus petit que l'oculaire, une espèce d'anneau minimum à travers lequel viennent passer tous les rayons qui sont entrés par l'objectif et sont sortis par l'oculaire, parmi lesquels sont tous ceux qui ont été envoyés dans la lunette par les points contenus dans le champ de vision. C'est dans cet anneau qu'il faut mettre l'œil pour recevoir le plus de lumière possible : c'est *l'anneau oculaire*.

On calcule sa place par la formule des lentilles, en remplaçant p par la longueur L de l'instrument :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{L} = \frac{L-f}{Lf}.$$

Le rapport $\frac{r}{R}$ de son rayon à celui de l'objectif sera égal à $\frac{p'}{p} = \frac{p'}{L}$:

$$\frac{r}{R} = \frac{p'}{L} = \frac{f}{L-f}.$$

GROSSISSEMENT. — L'objet AB est vu à l'œil nu sous un diamètre apparent, égal à $\frac{AB}{PC}$ ou $\frac{A'B'}{P'C}$ ou $\frac{i}{L-f}$. Si on regardait l'image A'B' à l'œil nu, à la distance de la vision distincte, on la verrait sous l'angle $\frac{i}{\Delta}$. Examinée avec la loupe, cet angle sera multiplié par le grossissement $\frac{\Delta}{f}$ de cette loupe ; il deviendra

$$\frac{i}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{f} = \frac{i}{f};$$

le grossissement total sera le rapport des angles sous lesquels on voit l'image et l'objet, angles qui sont $\frac{i}{f}$ et $\frac{i}{L-f}$:

$$G = \frac{L-f}{f},$$

donc

$$G = \frac{R}{r}.$$

Le grossissement est égal au rapport du rayon de l'objectif à celui de l'anneau oculaire. On le détermine comme il suit.

On braque la lunette sur le ciel et on place devant l'oculaire un micromètre divisé sur verre, qu'on observe avec une loupe. Il reçoit toute la lumière qui sort de la lunette et qui trace sur le micromètre un cercle d'illumination dont on observe le diamètre. On cherche la position pour laquelle ce diamètre est minimum : c'est celui de l'anneau oculaire ; on le mesure, et alors le rapport de R à r est le grossissement. Cette méthode est due à Ramsden.

CLARTÉ. — On peut se demander si les objets perdent ou gagnent de l'éclat étant regardés avec une lunette. Soient E, S

et d l'éclat, la surface et la distance d'un objet; $\frac{ES}{d^2}$ est la lumière qu'il envoie sur l'unité de surface, et $\pi \frac{ES}{d^2} p^2$ celle que reçoit la pupille si son rayon est p :

$$L = \pi \frac{ES}{d^2} p^2.$$

La lunette reçoit, de ce même objet, à travers la surface πR^2 de son objectif, une quantité de lumière L',

$$L' = \pi \frac{ES}{d^2} R^2.$$

L' est évidemment plus grand que L.

En général, la pupille est plus petite que l'anneau oculaire; elle ne recevra pas la totalité de cette lumière L', mais seulement une fraction égale à $L' \frac{p^2}{r^2}$ ou

$$L'' = \pi E \frac{SR^2}{d^2 r^2} p^2.$$

Mais d'autre part la surface apparente de l'objet croît proportionnellement au carré du grossissement linéaire; elle était $\frac{S}{d^2}$, elle devient $\frac{SR^2}{d^2 r^2} = \frac{S'}{d^2}$. On peut écrire la formule précédente

$$L'' = \pi \frac{ES'}{d^2} p^2,$$

ce qui exprime la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie S' qu'on voit dans la lunette. Son éclat est égal à E; il n'a donc point changé quand l'anneau oculaire est plus grand que la pupille.

S'il est plus petit, c'est-à-dire dans les très-forts grossissements, la totalité de lumière L' pénètre dans l'œil : on peut écrire

$$L' = \pi \frac{ES}{d^2} R^2 = \pi \left(\frac{E r^2}{p^2}\right) \left(\frac{SR^2}{d^2 r^2}\right) p^2 = \pi \left(\frac{E r^2}{p^2}\right) \frac{S'}{d^2} p^2.$$

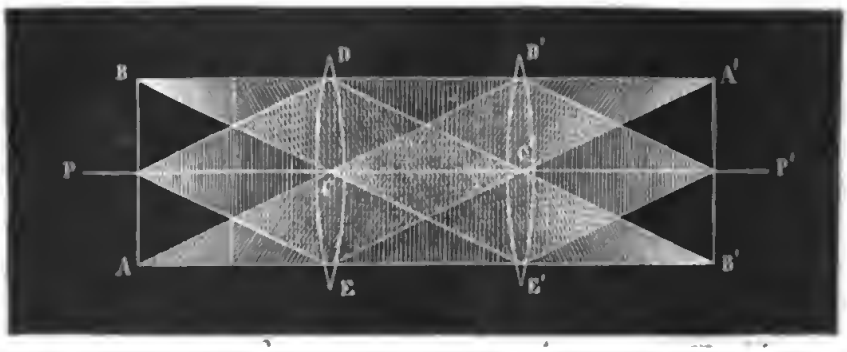
C'est la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie $S' = \frac{SR^2}{r^2}$; son éclat est $\frac{Er^2}{p^2}$; il a diminué dans le rapport de r^2 à p^2. On voit comment le grossissement des lunettes est limité, puisque l'éclairement décroît aussitôt que l'anneau oculaire devient égal ou inférieur à la pupille. Cette limite est atteinte pour un grossissement linéaire de 16 fois si la pupille a 3 millimètres de diamètre et l'objectif 5 centimètres, il se recule à 30 fois si l'objectif a 10 centimètres, et pour atteindre 300 fois il faudrait 1 mètre de diamètre.

Pour un observateur dont la pupille a 2 millimètres, les grossissements qu'on peut atteindre sans diminuer l'éclat sont égaux à 25, 50, 500, quand les diamètres de l'objectif sont de 50, 100, 200 millimètres.

Quand on dépasse cette limite, on voit diminuer progressivement l'éclat de tous les objets qui ont une étendue apparente. Mais comme une étoile ne grossit point, le seul effet de la lunette est d'augmenter dans le rapport de R^2 à p^2 la proportion de la lumière envoyée à l'œil. D'autre part, l'éclat général du ciel décroît de r^2 à p^2, et pour une double raison l'étoile paraît plus brillante. Conséquemment, il faut observer avec des grossissements excessifs quand on veut découvrir des étoiles faibles, avec des grossissements modérés si l'on veut étudier les détails d'objets étendus qui ne sont pas à l'infini et qui sont peu éclairés.

LUNETTE TERRESTRE. — Dans ces lunettes les objets sont vus

Fig. 908.

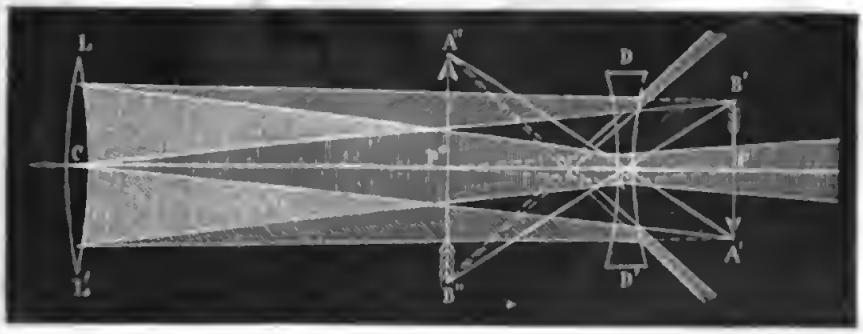


renversés, ce qui est sans importance pour les astres, mais

ce qui a beaucoup d'inconvénients quand on observe sur la terre. On redresse les images au moyen de deux lentilles égales et parallèles, DE, D'E' qu'on interpose entre l'objectif et l'oculaire (*fig.* 908). BA est l'image renversée donnée par l'objectif; elle est au foyer de DE. Les rayons partis de P se transforment en un faisceau parallèle DD' EE' que la deuxième lentille concentre en un foyer P'. Du point B partent des rayons qui deviennent parallèles à l'axe secondaire BC et se concentrent ensuite en un foyer B' sur l'axe DC' parallèle à BC. On aura donc en A' B' une image, égale à AB; mais elle est redressée, c'est celle qu'on observe avec une loupe.

L'oculaire de Galilée donne directement les images droites (*fig.* 909); il est formé par une lentille concave DD' placée

Fig. 909.



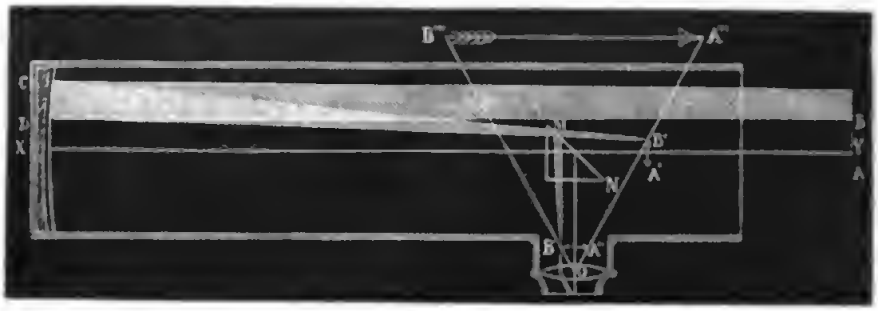
avant l'image renversée A'B' que formerait l'objectif LL'. Les rayons dirigés vers B' deviennent divergents dans DD' comme s'ils partaient de B''. Ceux qui aboutissaient en A' divergeront de même comme s'ils venaient de A'' situé sur l'axe A'C'. Finalement il n'y a point d'image réelle, mais il y en a une en A''B'', qui est virtuelle, redressée et agrandie. En plaçant convenablement DD', elle se forme à la distance de la vision distincte.

TÉLESCOPES.

Ce sont des lunettes dans lesquelles on remplace l'objectif par un grand miroir concave. Soit AB un objet situé au loin, CD le miroir, A'B' l'image renversée (*fig.* 910). Herschel dirigeait l'appareil de façon que cette image se fît sur le bord du

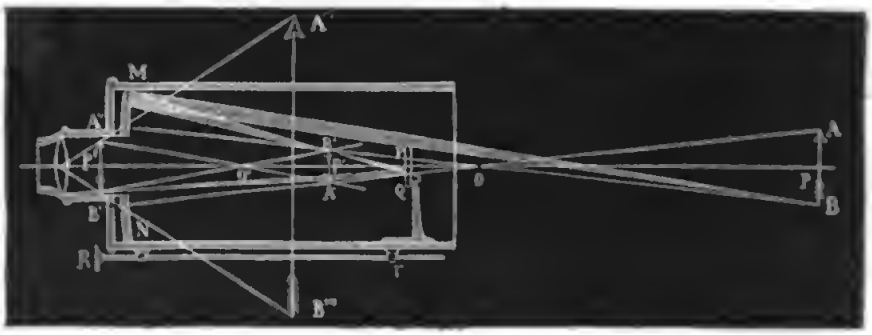
tube au fond duquel était le miroir, et il l'observait directement avec une loupe. Newton plaçait en MN, avant l'image, un miroir vertical incliné à 45 degrés sur la direction de l'axe XY, et il obtenait ainsi une image A″B″ qu'il examinait avec l'oculaire O fixé sur un tube de tirage horizontal.

Fig. 910.



Gregori a imaginé de percer d'un trou le centre du miroir et de recevoir les rayons sortis de l'image A′B′ sur un second miroir concave PQ, très-petit, dont le centre est en O′, et qui donne une seconde image A″B″ agrandie, doublement renversée, et, par conséquent, droite au foyer conjugué de A′B′. Cette image change de place en même temps que le miroir PQ, et celui-ci est mobile par une vis de rappel R*r*. L'oculaire est fixe devant A″B″ (*fig.* 911).

Fig. 911.

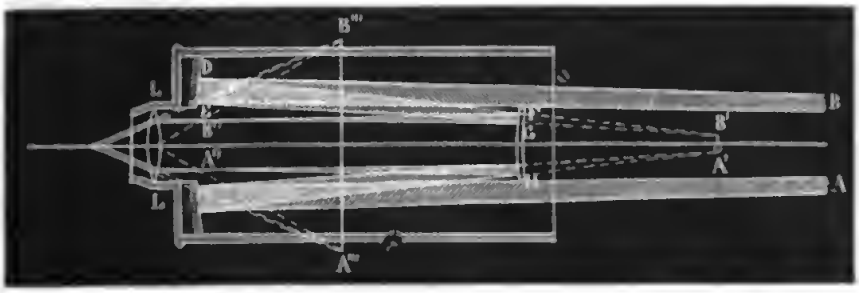


Enfin Cassegrain remplace le miroir concave par un miroir convexe FH placé avant l'image A′B′, ce qui diminue la longueur de l'appareil et forme une image agrandie A″B″ (*fig.* 912).

L'avantage spécial de ces instruments consiste dans la propriété qu'ont les miroirs de produire des images absolument

achromatiques, et comme il est aisé de leur donner de grandes

Fig. 912.

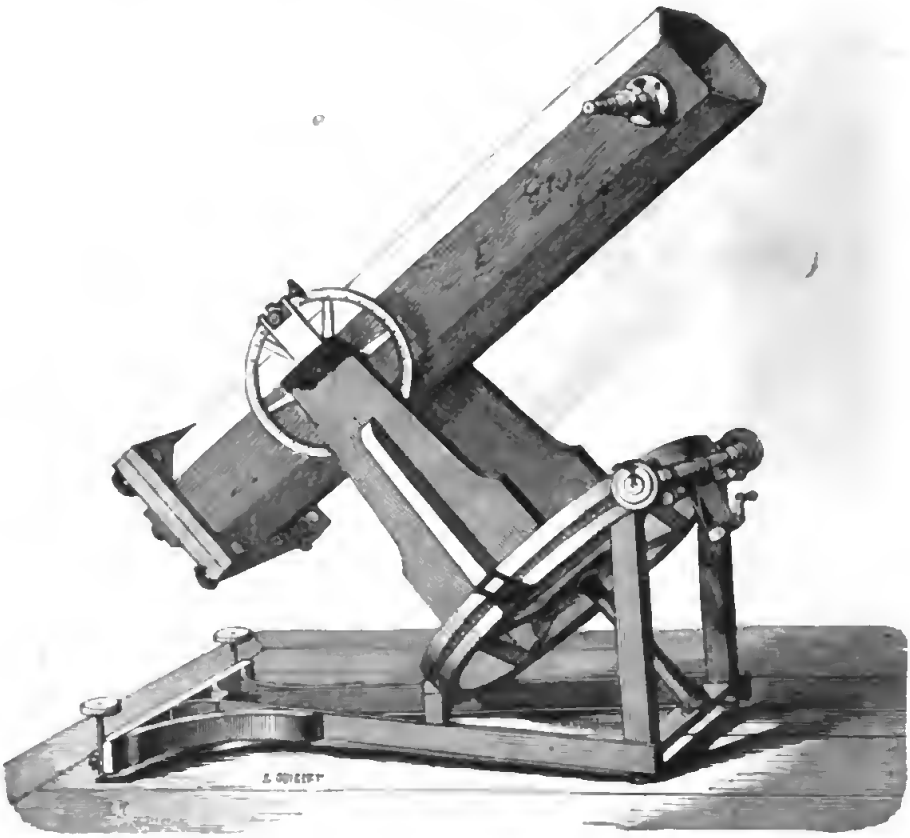


dimensions, on peut leur imposer des grossissements consi-

Fig. 913.

dérables. M. Foucault a réalisé tout récemment des perfectionnements remarquables en fabriquant des miroirs de verre dont il retouche la surface jusqu'à l'amener à la forme paraboloïdale. Il les argente ensuite pour leur donner un plus grand pouvoir réflecteur, et il les dispose à la manière de Newton. Les images sont reçues sur un prisme à réflexion totale et observées avec des microscopes. On voit (*fig.* 913) la disposition que M. Secretan a donnée aux télescopes destinés

Fig. 914



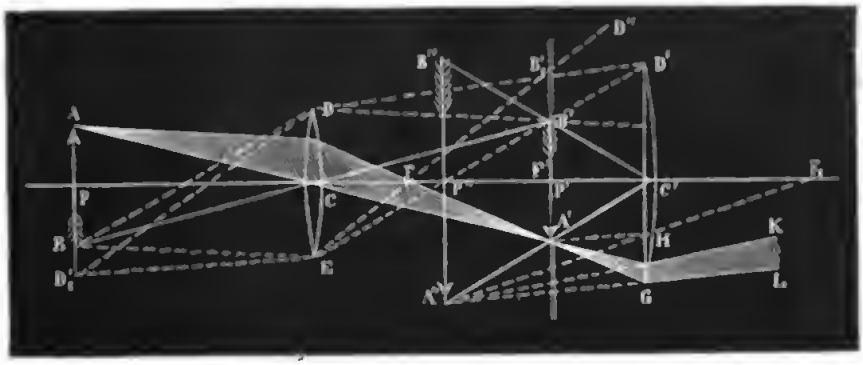
à examiner les objets terrestres. La *fig.* 914 montre comment on les monte sur un équipage parallactique.

MICROSCOPE.

CONDITIONS PHYSIQUES. — Les lunettes étant destinées à observer des objets inaccessibles, l'image A'B' (*fig.* 915) se for-

mait en des endroits variables avec les distances de ces objets, et il fallait que la loupe oculaire fût portée par un tuyau de tirage. Le microscope est dans des conditions opposées; on peut toujours approcher l'instrument des objets qu'on veut étudier et régler sa distance de telle sorte que l'image de AB se fasse en A′B′, au plan focal où il faut qu'elle soit pour être vue nettement par l'observateur, quelle que soit sa distance de vision distincte. Il n'y a donc pas besoin de tirage, aussi le microscope est-il un appareil dont les verres sont fixes, mais dont la distance aux objets est variable.

Fig. 915.

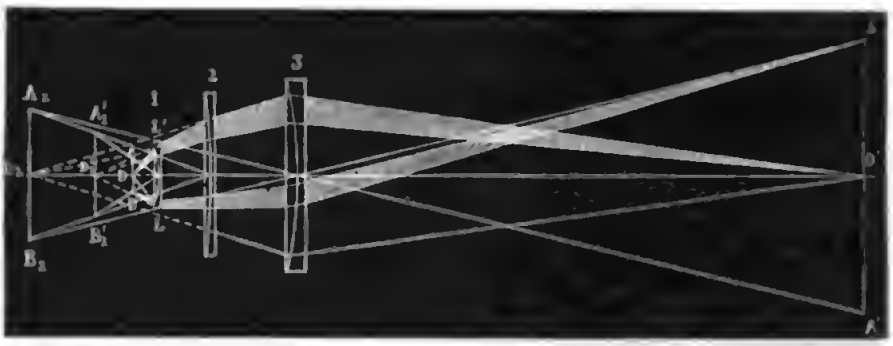


La longueur de l'instrument peut être quelconque; plus elle sera grande, plus l'image A′B′ sera éloignée de AB, et plus le grossissement sera fort. Il n'est pas commode cependant d'augmenter outre mesure cette longueur : on va le comprendre. A mesure que l'objet s'approche du foyer principal de l'objectif DE, l'image A′B′ s'éloigne, d'abord lentement, ensuite très-rapidement jusqu'à l'infini, de façon que les moindres différences dans la distance de l'objet AB déterminent des changements de places énormes de l'image A′B′; or comme les objets qu'on regarde ont toujours une épaisseur, bien qu'elle soit petite, on ne verrait distinctement à la fois que les points situés rigoureusement dans une section plane AB. Il vaut donc mieux réduire la longueur de l'appareil et augmenter la puissance de l'objectif.

Cet objectif est composé de deux ou trois lentilles achromatiques très-petites, superposées et séparées par des dis-

tances réglées expérimentalement (*fig.* 916). La première LL′ (n° 1) reçoit les rayons de l'objet placé en AB, diminue leur

Fig. 916.



divergence, forme en D_1 un foyer virtuel de D et en A_1B_1 l'image de AB. La deuxième (n° 2) continue cet effet et forme l'image en $A_2D_2B_2$; la troisième enfin (n° 3) produit une dernière image A′B′ qui est réelle, renversée et en face de l'oculaire. Le grossissement de A′B′ sera d'autant plus grand que la distance de D à LL′ sera plus petite, qu'on aura mis un plus grand nombre de lentilles et qu'elles seront plus fortes. La pratique seule indique aux constructeurs les conditions de courbure et de distance qu'ils doivent donner aux trois lentilles. En général, tout microscope est accompagné de plusieurs systèmes d'objectifs numérotés d'après leur degré de puissance. On a représenté (*fig.* 916) la marche des rayons partant du milieu D et d'un point B de l'objet.

L'angle LDL′, que font les rayons extrêmes en arrivant sur la lentille, se nomme l'angle d'ouverture de l'instrument. Plus il est grand, plus l'instrument reçoit de lumière de chaque point D. Il est important qu'il en reçoive beaucoup pour que l'image A′B′ soit vive; mais pour que les rayons extrêmes DL et DL′ fassent leurs foyers au même point que les rayons centraux, il faut que les lentilles soient rigoureusement exemptes d'aberration de sphéricité, condition très-difficile à remplir.

Pour diminuer cette aberration, Amici a imaginé d'immerger la première lentille LL′ dans un liquide. On couvre l'objet qu'on veut examiner d'un verre mince; on en approche la len-

tille LL', et entre ce verre et cette lentille on met une goutte d'eau distillée. De cette façon, le cône des rayons LDL' est très-peu dévié à travers la première lentille, le premier foyer D, est tout près de D, l'aberration est très-faible et le microscope supporte un angle d'ouverture considérable.

M. Nachet joint a ses objetifs une lentille dite de correction. Comme les diverses pièces de cet objectif doivent être réglées par la pratique de manière à donner le meilleur effet, une des lentilles est portée sur un tube de longueur variable qui permet de l'éloigner ou de la rapprocher à volonté. Il faut, par exemple, la mettre en des points différents suivant que l'objet observé est ou n'est pas couvert d'un verre, ou bien suivant que l'épaisseur de ce verre change. L'observateur a la faculté de chercher la meilleure combinaison de distance.

Quant à l'oculaire, c'est invariablement le système négatif d'Huyghens; on fera bientôt connaître sa construction et les conditions de son achromatisme.

CONDITIONS MÉCANIQUES. — La forme et la disposition des microscopes varient suivant les temps, les pays et les constructeurs; nous représentons (*fig.* 917) l'un des plus parfaits, celui de M. Nachet. Le corps de l'instrument est en BC; il se meut de haut en bas dans une coulisse qu'on fait marcher par une crémaillère et un pignon A. Le porte-objet est en E; il est fixe. Comme il arrive souvent que pendant les observations l'objectif B rencontre le porte-objet et le brise, on l'a fixé à l'extrémité d'un tube rentrant, à ressort; par ce moyen il remonte dans le corps du microscope, quand on vient par mégarde à trop l'abaisser.

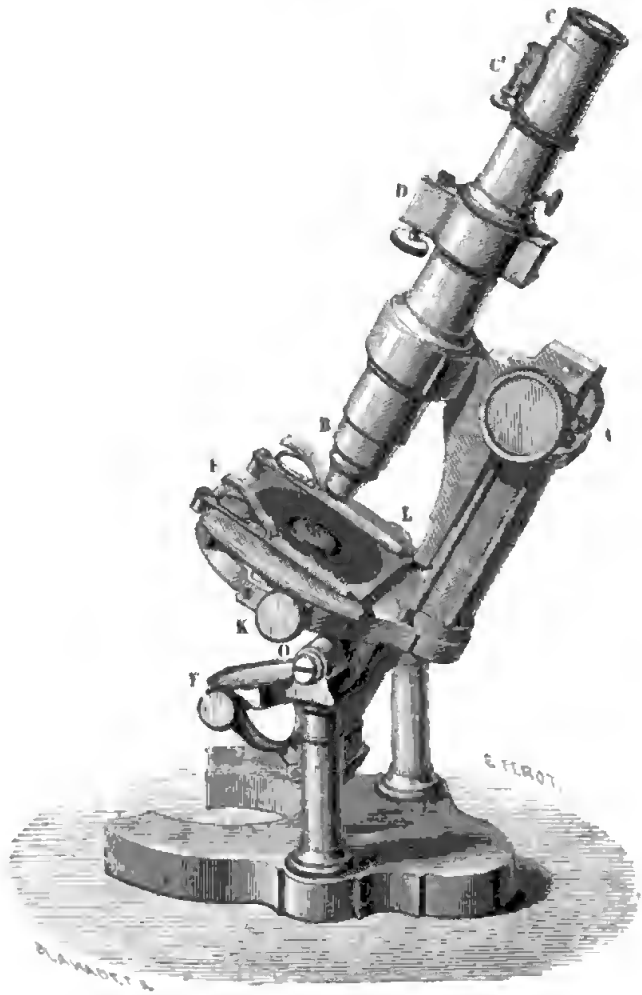
Le pignon A donne à l'appareil un mouvement rapide; pour achever la mise au point, une vis D, à pas très-serré, fait marcher l'oculaire très-lentement jusqu'à ce qu'on voie distinctement l'image.

Les objets sont placés sur la plate-forme E, entre deux verres que maintiennent, par une légère pression, deux règles à ressort. Les vis K et L transportent lentement la plate-forme dans deux sens rectangulaires, afin d'amener l'objet dans le champ de l'oculaire.

L'éclairement de cet objet est l'une des conditions essen-

tielles du microscope. On l'obtient par un miroir concave F, qui est mobile dans tous les sens, sur lequel on reçoit la

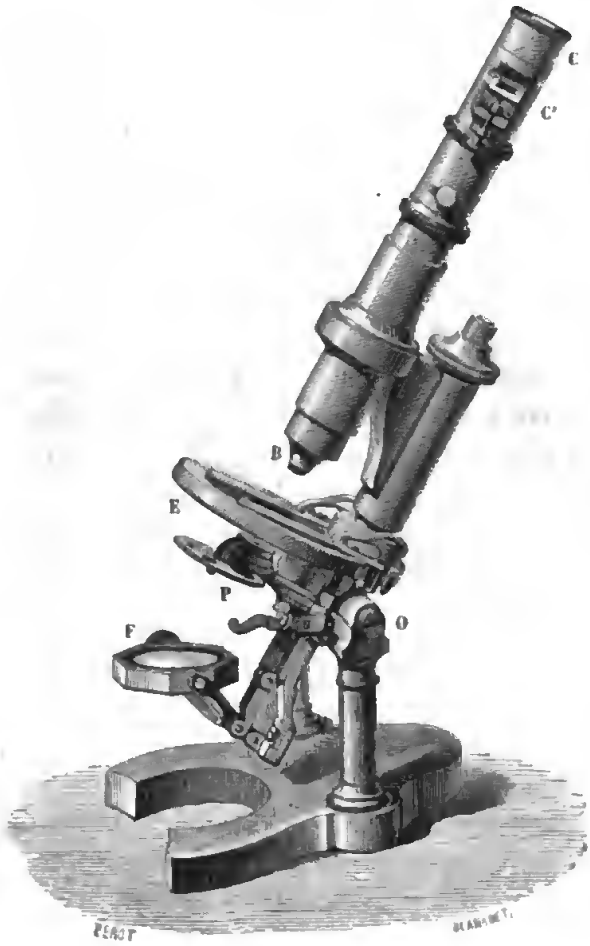
Fig. 917.



lumiere des nuées ou d'une lampe ou d'un verre dépoli fortement illuminé, et qui la concentre, suivant l'axe de l'instrument, sur les objets qu'on veut observer. Comme ceux-ci sont toujours très-minces, ils sont presque transparents, et chaque détail de leur organisation intérieure transmet cette lumière comme s'il était lumineux lui-même. Au-dessous du porte-objet se voit (*fig.* 918) un diaphragme P qui permet de faire varier la quantité de lumière. Souvent on la concentre

par des systèmes de lentilles, comme dans le microscope solaire. Enfin, l'appareil s'incline autour d'un axe horizontal O,

Fig. 918.



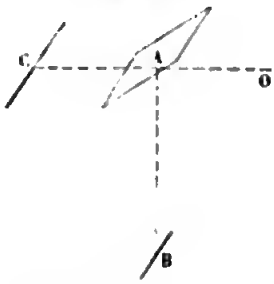
et l'observateur, suivant sa commodité, lui donne la direction qu'il veut.

GROSSISSEMENT. — On ne peut plus mesurer le grossissement du microscope comme on le fait pour les lunettes. On se sert de la chambre claire. Soit AB l'axe de l'instrument que je suppose vertical (*fig.* 919). En A est une glace réfléchissante percée d'un trou très-petit. Par ce trou l'œil voit l'image d'une règle divisée C, et par les bords celle d'un micromètre divisé en

centièmes de millimètre, qui est sur le porte-objet et qui est grossi par l'instrument. Ces images paraissent confondues.

En cherchant les traits qui coïncident, on observe que m centièmes de millimètre de B, grossis G fois par l'instrument, occupent l'étendue de n millimètres de la règle C.

Fig. 919.



$$\frac{m}{100}G = n, \quad G = \frac{100\,n}{m}.$$

On peut donc calculer le grossissement linéaire G.

On voit au sommet de l'instrument, au-dessous de l'oculaire (*fig.* 918), en C′, un appareil muni d'une vis micrométrique. Il permet d'introduire au foyer de l'oculaire un micromètre divisé sur verre en centièmes de millimètre, qu'on règle par la vis jusqu'à en voir distinctement les traits. On place en E sur le porte-objet un micromètre pareil dont l'image, grossie G′ fois par l'objectif, coïncide avec celui qui est en C′. On trouve que m' divisions grossies du second occupent n' divisions du premier.

$$m'G' = n', \quad G' = \frac{n'}{m'}.$$

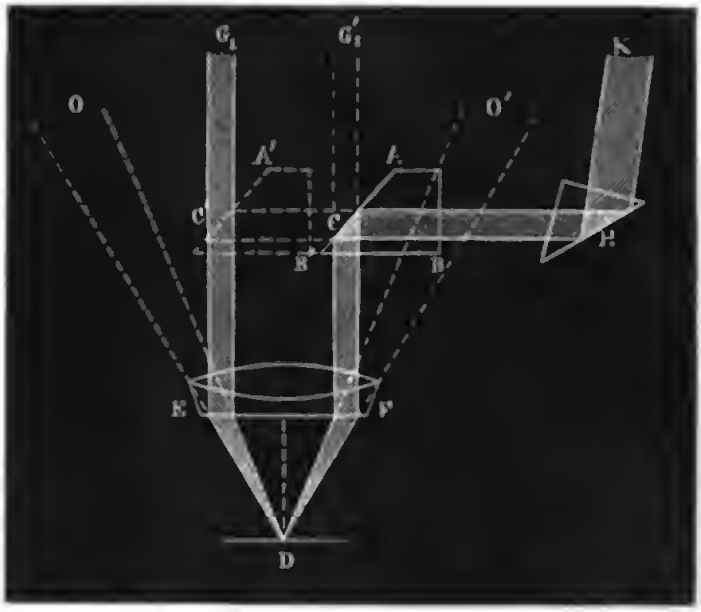
Cela fait connaître, pour un instrument donné, le grossissement de l'objectif; c'est tout ce qu'il est utile de connaître. En effet, on aura le grossissement total G en multipliant G′ par le grossissement de l'oculaire. En second lieu, si l'on veut avoir la grandeur d'un objet, on le met sur le porte-objet et on le compare au micromètre C′. S'il occupe n' divisions, sa grandeur réelle m' est $\frac{n'}{G'}$.

C'est par ce procédé qu'on trouve, par exemple, le diamètre des globules du sang. Il y a encore une autre méthode qui consiste à placer ces globules en E (*fig.* 918) sur le micromètre même du porte-objet, et à voir combien elles couvrent de divisions de cet étalon.

MICROSCOPE BINOCULAIRE. — On verra bientôt que le concours des deux yeux est nécessaire pour produire la sensation du

relief. Or, dans le microscope, l'observation est monoculaire et il y a de fréquentes illusions sur la forme. M. Nachet a réalisé très-simplement un instrument qui montre les objets aux deux yeux, comme si, étant grossis par l'appareil, on les voyait avec les deux yeux à la distance de la vision distincte (*fig.* 920).

Fig. 920.



Soit D un point de l'objet, O, O' les deux yeux ; O le verra suivant le cône DO, O' suivant DO' ; il faut faire en sorte que, par l'intermédiaire du microscope, O et O' reçoivent encore les mêmes faisceaux sous les mêmes angles, de façon que les conditions de vision restent les mêmes et qu'il n'y ait que le grossissement de plus. Partis de D les rayons traversent l'objectif EF qui les transforme en deux faisceaux presque parallèles, puisqu'ils vont concourir à former l'image de D en avant de l'oculaire. On reçoit les rayons EG_1 dans un premier tube qui les apporte à l'œil armé d'un oculaire ; les autres rayons FG'_1 se réfléchissent en C et en H dans deux prismes, et pénètrent dans un deuxième tube HK et dans un deuxième oculaire pour arriver ensuite à l'œil O'. Ces deux tubes ont un angle égal à celui des axes optiques des deux yeux regardant à la distance de la vision distincte, c'est-à-dire un angle égal à ODO', et en résumé

les deux yeux voient l'objet D grossi, mais sous les mêmes perspectives que s'ils le voyaient en réalité sans microscope. La sensation des reliefs et des creux est alors saisissante. En transportant le prisme AB en A'B', le faisceau FG', est reçu par l'œil O, et le faisceau EG,, réfléchi deux fois, pénètre dans

Fig. 921.

Fig. 922.

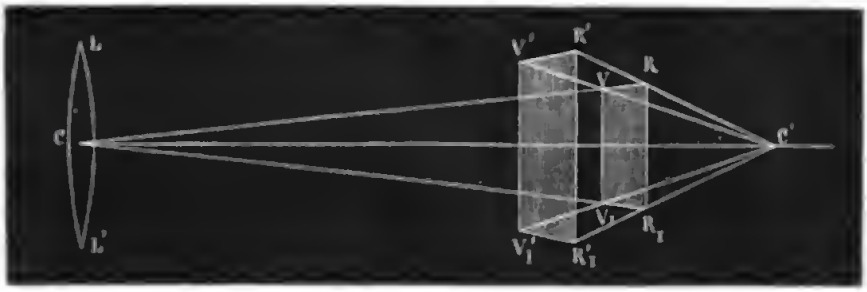
l'œil O'. La perspective des deux yeux est retournée et les conditions de relief renversées; on a une vue pseudoscopique de l'objet. On voit (*fig.* 922) l'apparence extérieure de l'appareil.

ACHROMATISME.

S'ils étaient construits comme nous venons de le dire, les instruments dioptriques composés donneraient des images iri

sées. Tout objet blanc rayonne en effet les diverses couleurs superposées vers l'objectif LL' (*fig.* 923) et celui-ci forme autant

Fig. 923.



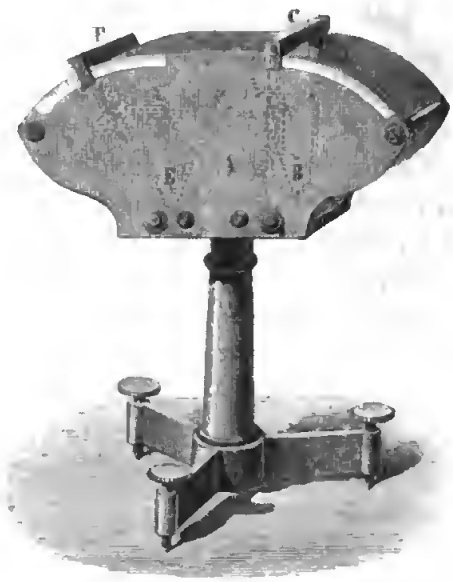
d'images distinctes $RR_1, \ldots, VV_1$ qu'il y a de lumières simples. Celle du rouge, qui est la moins réfrangible, est la plus éloignée en RR_1; le violet fait la sienne en VV_1, et les couleurs intermédiaires, entre VV_1 et RR_1. La loupe oculaire placée en C' fera voir ensuite en $R'R'_1$ l'image virtuelle agrandie de RR_1 et en $V'V'_1$ celle de VV_1. En résumé, tout point de l'objet se verra suivant un spectre R'V' d'autant plus étalé qu'il sera plus éloigné de l'axe. L'image générale manquera de netteté, et partout où il y aura des variations d'intensité, il y aura des couleurs. On remédie à ces graves inconvénients de deux manières : 1° en construisant des objectifs achromatiques, lesquels donnent sensiblement dans le même plan focal les images RR_1, VV_1 du rouge et du violet, 2° en corrigeant par des oculaires composés la petite dispersion que laissent subsister ces objectifs. Nous allons nous occuper de ces objectifs et de ces oculaires; mais auparavant nous commencerons par comparer les diverses substances réfringentes sous le rapport de la faculté qu'elles possèdent de disperser les diverses couleurs simples.

POUVOIR DISPERSIF. — Dans l'effet d'un prisme il y a deux choses à considérer : 1° la déviation moyenne δ_1 du rayon jaune; 2° l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes rouge et violet, et que l'on nomme *angle de dispersion*. Si l'on construit plusieurs prismes avec une même substance, la déviation moyenne et la dispersion sont toujours proportionnelles. Il n'en est point ainsi quand on change la matière réfringente. On peut tailler deux prismes de flint et de crown, sous des

angles A et A' tels, ou bien qu'ils produisent une même déviation moyenne δ_1 et une dispersion $\delta_2 - \delta_1$ très-inégale, ou bien une dispersion égale et une déviation différente. Si on superpose ces prismes en sens opposé, l'effet total est la différence des actions individuelles, et il arrive, dans le premier cas, que le faisceau n'est plus dévié et reste coloré dans le sens du prisme de flint; dans le second, que le faisceau est dévié dans le sens déterminé par le crown, mais qu'il n'est plus coloré. Il est achromatisé.

On fait ordinairement l'expérience avec le prisme à liquide (*fig.* 924), composé de deux faces latérales parallèles et bien

Fig. 924.



dressées, entre lesquelles s'inclinent à frottement deux parois de glace EF, BC. L'angle de ces faces a son sommet vers le bas; il est mesuré par une graduation que F et C parcourent. On place entre elles un deuxième prisme A dirigé dans un sens contraire taillé dans du flint; on remplit l'intervalle avec de l'eau ou avec tout autre liquide; on reçoit sur l'appareil un faisceau solaire très-mince, et il est facile de trouver par tâtonnement deux situations de la lame EF, l'une pour laquelle la dispersion est détruite sans que la déviation le soit, l'autre qui donne un rayon dispersé mais non dévié.

Cela prouve que, toutes choses égales d'ailleurs, la disper-

sion suit des lois spéciales et qu'il y a lieu de la comparer dans les diverses substances. On nomme *pouvoir dispersif* le rapport de l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes à la déviation δ_4 du rayon moyen jaune. Ainsi défini, ce rapport serait variable avec l'angle réfringent du prisme; mais, comme il varie peu, on peut le regarder comme sensiblement constant. Voici un tableau dressé par le docteur Brewster : il faut le considérer comme une simple approximation, destinée à mettre en lumière le fait qui nous occupe.

Chromate de plomb	0,400
Réalgar fondu	0,267
Huile de cassia	0,139
Soufre, phosphore	0,130
Sulfure de carbone	0,115
Huile de girofle	0,062
Flint-glass	0,052
Flint-glass	0,048
Huile de lavande	0,045
Baume du Canada	0,045
Spath (rayon ordinaire)	0,040
Diamant	0,038
Alun	0,036
Crown	0,035
Eau	0,035
Crown	0,033
Verre à vitres	0,032
Alcool	0,029
Cristal de roche	0,026
Spath fluor	0,022

Ainsi qu'un prisme, toute lentille produit un double effet : une déviation moyenne et une dispersion des rayons extrêmes, et, d'après ce que nous venons de dire, il est évident qu'en accolant deux lentilles de substances différentes, l'une convergente de crown, l'autre divergente de flint, il sera possible, en leur donnant des courbures convenables, de détruire la dispersion des rayons extrêmes, tout en laissant subsister la convergence du faisceau. C'est en cela que consiste le problème de l'achromatisme des lentilles.

ACHROMATISME DES LENTILLES. — Soient r, r' les rayons de

courbure de la lentille convexe de crown; $n_1, n_2, \ldots, n_7$ les indices de réfraction du rouge, de l'orangé, ..., du violet dans ce milieu. Soient de même $r', r'', n'_1, n'_2, \ldots, n'_7$ les rayons de courbure et les indices de la deuxième lentille biconcave de flint.

Si on fait tomber sur le système un rayon rouge parallèle à l'axe, le foyer sera à une distance p_1 donnée par la formule suivante :

$$\frac{1}{p_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour un rayon violet il sera à une distance p_7 qu'on trouvera en remplaçant n_1 et n'_1 par n_7 et n'_7 :

$$\frac{1}{p_7} = (n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour que la lentille soit achromatique, il faut et il suffit que p_1 soit égal à p_7 ou que

$$(n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)$$
$$= (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

ce qui se réduit à

$$(1) \qquad \frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}}.$$

Le foyer des rayons rouges [illegible] avec celui des rayons violets si, r, r' étant donnés, on calcule r'' par cette relation. On pourra de même superposer le jaune et le bleu, ou en général le foyer d'une raie α avec celui d'une autre raie β. Il suffira de prendre les indices correspondants et de calculer le rapport $\frac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$. C'est ce que fit Frauenhofer pour un assez grand nombre de substances. Voici les valeurs des indices :

Tableau des indices de réfraction des divers rayons du spectre d'après les expériences de Frauenhofer.

SUBSTANCES RÉFRINGENTES.	B n_1	C n_2	D n_3	E n_4	F n_5	G n_6	H n_7
Flint-glass n° 13..	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crown-glass	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Eau.....	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Flint-glass n° 3...	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flint-glass n° 30..	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crown-glass n° 13.	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,579908	1,544684
Flint-glass n° 23 et prisme de 60°...	1,626596	1,628451	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669986

Voici maintenant les valeurs du rapport $\frac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$:

Tableau de dispersion partielle de plusieurs substances prises deux à deux.

SUBSTANCES RÉFRINGEN	$\frac{n_2 - n_1}{n'_2 - n'_1}$	$\frac{n_3 - n_2}{n'_3 - n'_2}$	$\frac{n_4 - n_3}{n'_4 - n'_3}$	$\frac{n_5 - n_4}{n'_5 - n'_4}$	$\frac{n_6 - n_5}{n'_6 - n'_5}$	$\frac{n_7 - n_6}{n'_7 - n'_6}$
Flint-glass n° 13 et eau...	2,562	2,871	3,073	3,193	3,460	3,726
Flint-glass n° 13 et crown-glass n° 9.....	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crown-glass n° 9 et eau...	1,[illegible]49	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Flint-glass n° 13 et huile de térébenthine.....	1,8[illegible]	1,844	1,[illegible]83	1,843	1,861	1,899
Flint-glass n° 3 et crown-glass n° 9.....	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,956
Flint-glass n° 30 et crown-glass n° 13.....	1,0[illegible]	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flint-glass n° 23 et crown-glass n° 13.....	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Ces résultats sont très-instructifs; ils montrent que la va-

leur du rapport calculé change avec les raies que l'on veut superposer. Par conséquent, on ne peut achromatiser toutes les couleurs à la fois. Quand on a satisfait au problème pour deux d'entre elles, elles font leurs foyers au même point; mais toutes les autres en des points différents.

A la vérité, on peut achromatiser rigoureusement trois couleurs en superposant trois lentilles alternativement convexe, concave et convexe, formées par trois substances différentes. La distance focale est une fonction analogue à la précédente des rayons r, r', r'', r''', et des indices des trois substances. En écrivant qu'elle est la même pour trois couleurs, on a deux équations qui déterminent r'' et r''', c'est-à-dire qui déterminent les deux dernières lentilles quand la première est donnée. On pourrait encore achromatiser quatre rayons par quatre lentilles, et ainsi de suite; mais la complication du travail deviendrait excessive. On ne superpose jamais plus de trois verres, et pour les grands objectifs des lunettes on n'en superpose que deux.

ACHROMATISME DES PRISMES. — Puisqu'on ne peut amener toutes les couleurs à un même foyer, il faut choisir. Mais la théorie ne nous apprend pas quelles sont les couleurs qu'il est le plus utile de superposer; l'œil seul peut le faire en nous montrant les cas où les images paraissent le mieux achromatisées. Cette observation va nous conduire à une seconde méthode où l'on cherchera à rendre les images incolores, sans se préoccuper de mesurer les indices des diverses raies et de faire coïncider l'une ou l'autre d'entre elles.

On accole deux prismes dont les angles, inversement placés, sont A et A', et les indices $n_1, \ldots, n_7, n'_1, \ldots, n'_7$. Si A et A' sont très-petits, on peut admettre que les sinus d'incidence et de réfraction sont égaux aux angles i et r, et les formules ordinaires deviennent pour le premier prisme et pour le rayon rouge :

$$i = n_1 r, \quad i' = n_1 r', \quad \delta_1 = i + i' - A = (n_1 - 1) A.$$

Le second prisme donne de même

$$\delta'_1 = (n'_1 - 1) A',$$

et la déviation définitive est

$$\Delta_1 = \delta_1 - \delta'_1 = (n_1 - 1)A - (n'_1 - 1)A'.$$

Pour la couleur violette :

$$\Delta_2 = \delta_2 - \delta'_2 = (n_2 - 1)A - (n'_2 - 1)A'.$$

Pour que le rouge devienne parallèle au violet, il faut qu'on ait $\Delta_2 = \Delta_1$:

$$(n_2 - n_1)A = (n'_2 - n'_1)A',$$

$$(2) \qquad \frac{n_2 - n_1}{n'_2 - n'_1} = \frac{A'}{A}.$$

En comparant les équations (1) et (2) on trouve que

$$(3) \qquad \frac{A'}{A} = \frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}}.$$

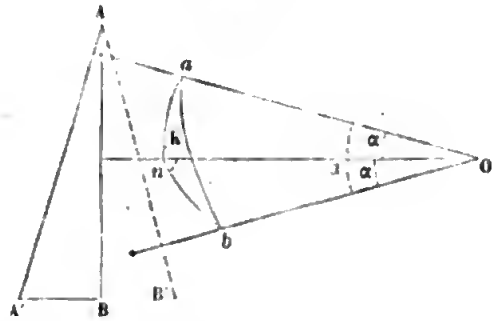
Si donc on avait réussi à achromatiser deux prismes A et A', le rapport de leurs angles permettrait de calculer le deuxième rayon de courbure r'' de la lentille concave qui achromatiserait une lentille convexe donnée, si toutes deux étaient formées des mêmes substances que les prismes A et A'. La question est ainsi transportée des lentilles aux prismes, et on va la résoudre en taillant deux prismes sous des angles quelconques A et A' dans les deux substances, et en achromatisant successivement chacun d'eux avec un troisième dont l'angle est variable et qu'on nomme *diasporamètre*.

DIASPORAMÈTRE. — Rochon place dans un cercle divisé vertical qui est représenté (*fig.* 675, *Pl. II*) aux nos 6 et 7, deux prismes de même verre et de même angle α, l'un fixe, l'autre qui est mobile autour de l'axe de l'appareil et dont on mesure la rotation sur le cercle divisé. Leur ensemble réalise un seul prisme dont l'angle formé par les faces extrêmes est égal à α et peut varier de zéro à 2α.

Pour le calculer, abaissons d'un point O (*fig.* 925) trois normales : On à la face de jonction AB, Oa à la face de sortie AA'

du prisme fixe BAA', Ob à la face d'entrée AB' du prisme mobile BAB'. Les angles nOa, nOb sont égaux à α; bOa est égal

Fig. 925.



à x, et l'angle dièdre anb, formé par les sections normales des deux prismes, est égal à la rotation qu'on a imprimée au second ou à K. On a pour calculer x

$$\cos x = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \cos K.$$

D'autre part, la section normale du prisme à angle variable est AOb; elle fait avec celle du prisme fixe A'AB un angle dièdre nab que l'on calculera de même,

$$\cos\alpha = \cos\alpha \cos x + \sin\alpha \sin x \cos nab.$$

Sur un cercle divisé vertical, pareil à celui qui porte le diasporamètre, on placera d'abord une fente étroite, et ensuite le prisme d'angle A pris dans l'une des substances qu'on veut étudier; on mettra à la suite le diasporamètre, primitivement amené à son zéro, et l'œil verra le spectre donné par le prisme A; ensuite on fera progressivement tourner le diasporamètre d'un angle K et le prisme A avec sa fente de l'angle nab, de manière que les deux sections normales des deux prismes restent parallèles et que les angles soient opposés; on continuera la rotation jusqu'à ne plus voir de couleurs. A ce moment le prisme A sera achromatisé par celui du diasporamètre dont l'angle sera x, et en représentant par $\nu_1, \ldots, \nu_7$ les indices extrêmes du diasporamètre, on aura

$$\frac{n_7 - n_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{x}{A}.$$

En répétant la même opération avec le deuxième prisme A′ pris dans la deuxième substance,

$$\frac{n'_7 - n'_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{x'}{A'};$$

et en divisant,

$$\frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{x A'}{x' A}.$$

Enfin pour achromatiser deux lentilles des mêmes substances il faudra faire

$$\frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} = \frac{x A'}{x' A}.$$

L'inconvénient de cet appareil est la nécessité de faire tourner la section normale du prisme A pour qu'elle reste parallèle à celle du diasporamètre. A la vérité on peut remédier à cet inconvénient, et j'ai fait faire un diasporamètre où les deux prismes tournent à la fois d'un mouvement commun, l'un vers la droite, l'autre vers la gauche, ce qui produit le même effet que si l'un d'eux avait tourné d'un angle double, mais ce qui laisse immobile la section normale des faces extrêmes.

L'appareil de Boscovich déjà décrit précédemment (*fig.* 926) réalise plus commodément les mêmes opérations. On place sur le demi-cylindre ABC le prisme à étudier; on éclaire le tout par une fente mince, et en faisant mouvoir la lunette HG on saisit le moment où le faisceau réfracté est incolore.

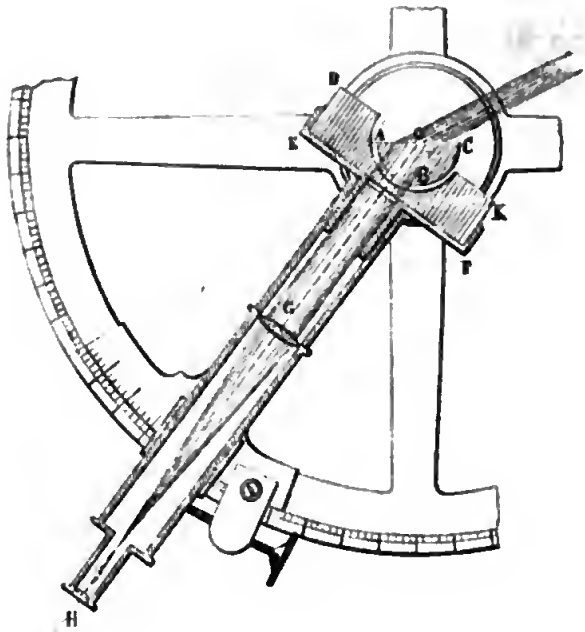
M. Brewster observe une fente verticale avec le prisme A dont les arêtes sont parallèles à cette fente ; il obtient un spectre d'une largeur inconnue x. Il le reçoit sur un second prisme dont l'angle est A_1, qui est formé d'une substance dont les indices sont $\nu_1, \ldots, \nu_7$, et qui donne un spectre opposé de largeur connue l. Supposons que l soit plus grande que x, le premier spectre est interverti; mais en tournant le deuxième prisme d'un angle α, la largeur horizontale du spectre qu'il produit diminue et devient $l \cos \alpha$: c'est comme si son angle était di-

minué et devenu $A_1 \cos\alpha$. Quand $l\cos\alpha = x$, l'achromatisme est complet, et on a

$$\frac{n_2 - n_1}{\nu_2 - \nu_1} = \frac{A_1 \cos\alpha}{A}.$$

On opère de même avec le prisme A', et on arrive aux mêmes relations que précédemment.

Fig. 926.

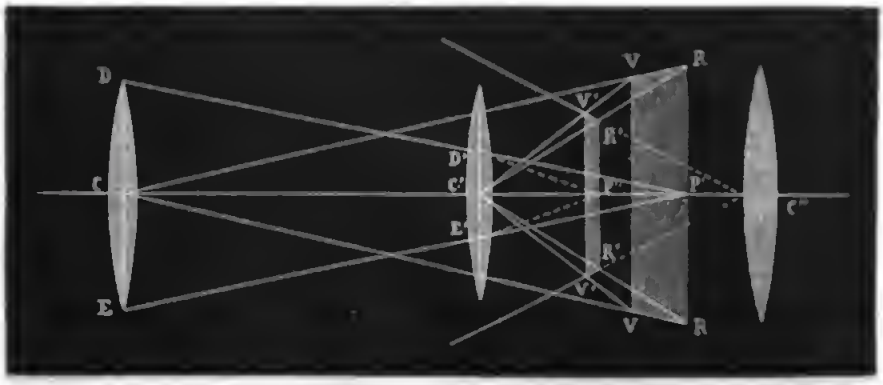


On vient de voir que l'achromatisme des objectifs est toujours imparfait, il faut essayer de le compléter par des oculaires.

OCULAIRE D'HUYGHENS.— Soit DE l'objectif d'une lunette, RRVV (*fig.* 927) l'image réelle et dispersée qu'il donne d'une ligne verticale. On place avant son plan focal une lentille D'E' qui empêche cette image de se former, et concentre au point P'' les rayons D'P', E'P' qui devaient se rencontrer en P'. Ceux qui aboutissaient en R feront leur image en R' sur l'axe secondaire C'R; et les violets qui arrivaient en V auront leur foyer en V' sur l'axe C'V. En résumé, au lieu de l'image réelle RRVV, on en aura une autre R'R'V'V' dispersée comme la première; mais elle est dans des conditions bien différentes en ce que R'R'

est plus petit que V'V', et qu'en prolongeant la ligne V'R', elle rencontrera l'axe en C''. Si l'œil est en C'' il verra les di-

Fig. 927.



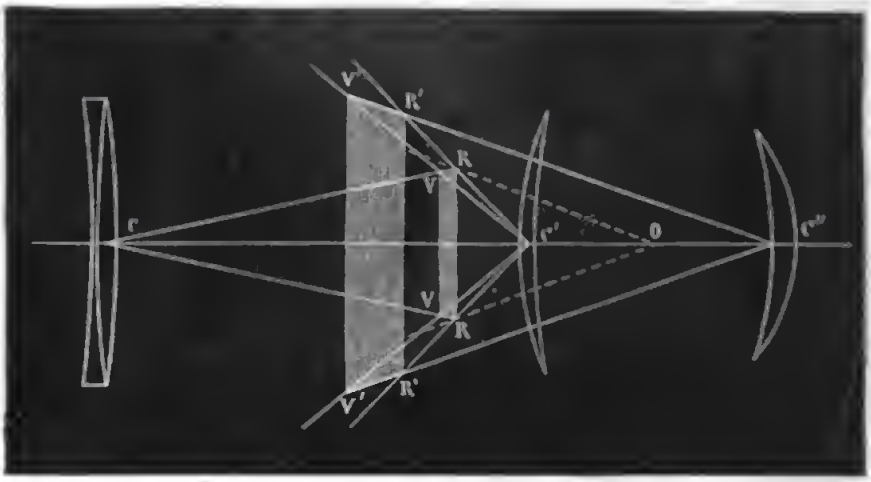
verses images R',..., V' de chaque point suivant la même direction; il verra toutes les couleurs superposées, l'image nette et incolore. Une seconde lentille placée en C'' grandit l'image V'R', et la recule à la distance de la vision distincte sans détruire son achromatisme. Cet objectif s'adapte parfaitement aux microscopes, et n'a point été changé depuis Huyghens; il convient moins aux lunettes par la raison qu'il faudrait placer le réticule en R'R' dans le tuyau de tirage, et que l'axe ne serait pas fixe.

OCULAIRE POSITIF. — Ramsden a imaginé une autre disposition (*fig.* 928) : il laisse se former l'image VRVR donnée par l'objectif, et il l'observe par une première loupe C' qui forme une série d'images virtuelles; celle du rouge est sur les axes secondaires R'RC', celle du violet sur V'VC'; et comme VV est beaucoup plus près du foyer principal de C' que ne l'est RR, l'image violette V'V' est reculée plus loin que l'image rouge R'R'; elle est plus grande, et les lignes V'R' viennent se couper en C'', point où se place une deuxième lentille qui agit comme une seconde loupe et fait voir les diverses images de chaque point à des distances différentes, ce qui n'est pas un grand inconvénient pour l'œil, mais suivant le même rayon visuel, ce qui superpose toutes les couleurs.

A ne considérer que le grossissement, le double oculaire de Ramsden fait voir l'image RR comme le ferait une seule

loupe qu'on placerait en O, à l'intersection avec l'axe des lignes RO parallèles à R'C''. Plus C' sera rapproché de RR,

Fig. 928.



plus O sera près de RR, et plus le grossissement sera considérable.

Les oculaires multiples ont un autre avantage, c'est que leur aberration de sphéricité est très-faible. L'étude des conditions qui font augmenter ou diminuer cette aberration ne peut trouver place ici. C'est une des plus complexes questions de l'optique. Elle a été traitée par Gauss, Bravais, Biot. Nous renverrons à ces auteurs.

Digitized by Google

QUATRE-VINGT-DOUZIÈME LEÇON.

DES MÉTÉORES LUMINEUX ET DE LA VISION.

L'arc-en-ciel. — Marche de la lumière dans une goutte d'eau. — Maximum de déviation. — Rayons efficaces. — Vérifications expérimentales. — Explication de l'arc.

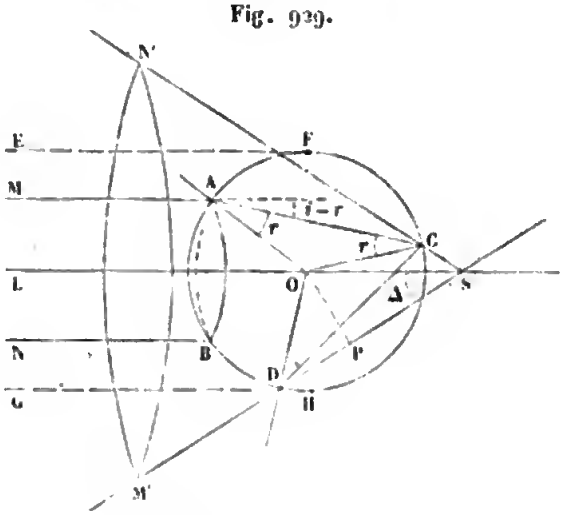
Les halos. — Description du phénomène. — Explication des cercles concentriques. — Des parhélies horizontaux et verticaux. — Des arcs tangents. — Vérifications expérimentales.

La vision. — Conditions physiques. — Conditions physiologiques. — Les jugements de l'œil.

L'ARC-EN-CIEL.

MARCHE DE LA LUMIÈRE DANS UNE GOUTTE D'EAU. — Le phénomène de l'arc-en-ciel est évidemment produit par l'action que les gouttes de pluie exercent sur la lumière. Étudions donc la réfraction et la réflexion d'un rayon MA qui rencontre sous

Fig. 929.



une incidence i une sphère dont le rayon est R et l'indice n (*fig.* 929). A l'entrée, le faisceau éprouve une première dévia-

tion $i - r$; il se réfléchit partiellement en C, D,...; à chaque fois il se dévie de $\pi - 2r$, et à l'émergence il s'infléchit comme à l'entrée de $i - r$. Si m est le nombre des réflexions, la déviation totale Δ est

$$(1) \quad \Delta = 2i - 2r + m(\pi - 2r) = m\pi + 2i - 2(m+1)r.$$

Il suit de là que l'ensemble des rayons lumineux qui occupent la surface extérieure d'un cylindre MANB se transforme, après un nombre quelconque de réflexions, en un cône M'SN' dont l'angle d'ouverture est égal à Δ, et dont le sommet est à une distance $SO = R\frac{\sin i}{\sin \Delta}$. Cette distance est variable avec i; mais si on suppose que la goutte est très-petite, on peut considérer le sommet S comme confondu avec le centre O.

MAXIMUM DE DÉVIATION. — Pour $i = 0$, $\Delta = m\pi$. L'incidence croissant, Δ augmente. Je vais montrer qu'elle augmente jusqu'à un maximum pour décroître ensuite. En effet, posons

$$d\Delta = 2di - 2(m+1)dr = 0, \quad di = (m+1)dr.$$

On a, d'ailleurs,

$$\sin i = n \sin r, \quad \cos i\, di = n \cos r\, dr,$$

$$(m+1)^2 \cos^2 i = n^2\left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}\right) = n^2 - 1 + \cos^2 i,$$

$$(m^2 + 2m)\cos^2 i = n^2 - 1,$$

$$(2) \qquad \cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 + 2m}}.$$

L'angle i sera réel si n est plus grand que l'unité et plus petit que $(m+1)$, c'est-à-dire plus petit que 2 pour une réflexion intérieure, que 3 pour deux, et ainsi de suite. i sera donc réel pour l'eau; par conséquent, il y aura une valeur de i pour laquelle l'angle Δ sera maximum. Pour toute autre valeur plus grande ou plus petite, Δ diminuera. Donc un cylindre plein de rayons incidents EFGH sera transformé en un cône plein M'SN' de rayons réfractés dont on calculera l'angle d'ouverture $LSM' = \Delta$, en remplaçant dans l'équation (1) l'incidence i par sa valeur tirée de l'équation (2). Cette valeur

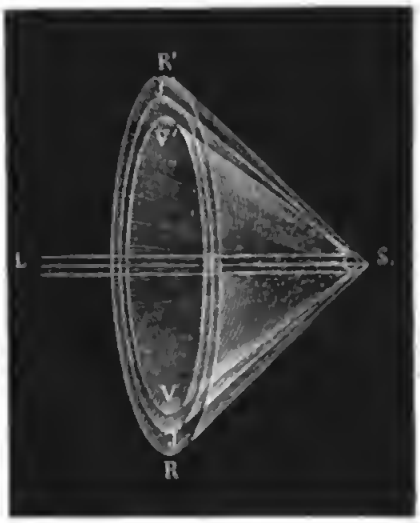
change avec l'indice; elle est différente pour le violet et pour le rouge. En remplaçant n_1 par $\frac{108}{81}$ et n_2 par $\frac{109}{81}$, et en supposant $m = 1, 2, 3, \ldots$, on a trouvé :

Valeurs maxima de Δ.

m	Δ_1	Δ_2
1.....	$\pi + 42^\circ,10$	$\pi + 40^\circ,22$
2.....	$2\pi + 129,20$	$2\pi + 125,48$
3.....	$3\pi + 231,40$	$3\pi + 227,08$
4.....	$4\pi + 317,07$	$4\pi + 310,07$

RAYONS EFFICACES. — 1° $m = 1$ (*fig.* 930). Dans le cas d'une réflexion intérieure, les rayons violets sont renvoyés dans le

Fig. 930.

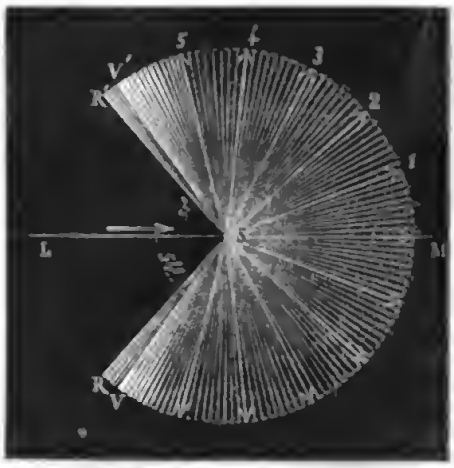


cône plein VSV' dont l'ouverture est de 40°22'; mais l'éclairement dans l'intérieur de ce cône n'est pas égal partout. Comme une fonction varie très-peu dans le voisinage de son maximum, Δ conserve sensiblement la même valeur maximum pour des rayons qui pénètrent dans la goutte sous des incidences notablement différentes; le nombre de ceux qui sont renvoyés sur la surface limite est donc plus considérable que dans toute autre direction, et l'on peut dire que la densité de la lumière y sera plus considérable qu'ailleurs. Les cônes limites des autres

couleurs débordent VSV′ jusqu'en RSR′, et, sur chacune de ces surfaces ainsi emboîtées, la lumière correspondante étant maximum sera en excès sur toutes les autres couleurs et sera aperçue; on dit qu'elle est efficace. Dans l'intérieur du cône VOV′ toutes les lumières seront renvoyées en égale proportion et reproduiront le blanc; en VOV′ il y aura un excès de violet mêlé à du blanc; en JOJ′ un excès de jaune sans mélange de violet, de bleu ni de vert, mais avec une notable proportion d'orangé et de rouge; enfin, en ROR′, il n'y aura que du rouge pur, et au delà il n'y aura plus de lumière.

2° $m = 2$ (*fig.* 931). Après deux réflexions intérieures et

Fig. 931.



pour $i = 0$, $\delta = 2\pi$; le rayon central continue sa route en ligne droite suivant SM. i augmentant, Δ croît au delà de 2π jusqu'à 129°20′ pour le rouge et 125°48′ pour le violet; le cône éclairé a un angle d'ouverture supérieur à 90 degrés, la partie de l'espace RSR′ qui n'est pas illuminée est tournée vers le point lumineux L : c'est un cône dont l'angle d'ouverture est 51 degrés pour le rouge et 54°12′ pour le violet. Dans ce cas comme dans le précédent, les surfaces limites des cônes réfractés offrent une densité lumineuse plus grande que partout ailleurs, et par conséquent il y a extérieurement, en VSV′, une bordure violette mêlée de blanc, une bande jaune moyenne en excès accompagnée d'orangé et de rouge, et une limite intérieure RSR′ composée de rouge pur.

3° $m = 3$ (*fig.* 932). Cette fois le rayon central revient sur ses pas suivant SA. A mesure que i augmente, les rayons réfractés prennent des directions différentes 1, 2, 3,..., 8, 9, V, R; l'ouverture du cône est plus grande que 180 degrés, et les surfaces limites RV, SR du cône éclairé sont tournées à l'opposé du point lumineux L.

Fig. 932.

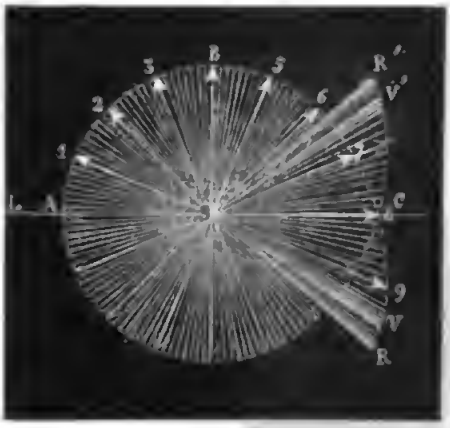
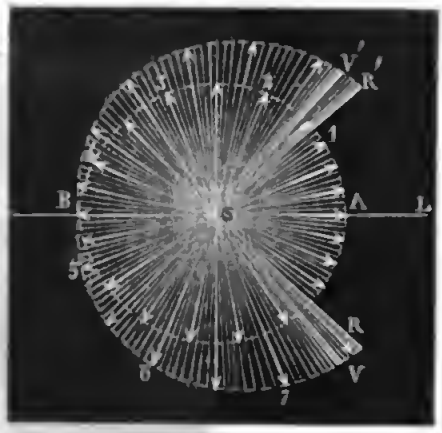
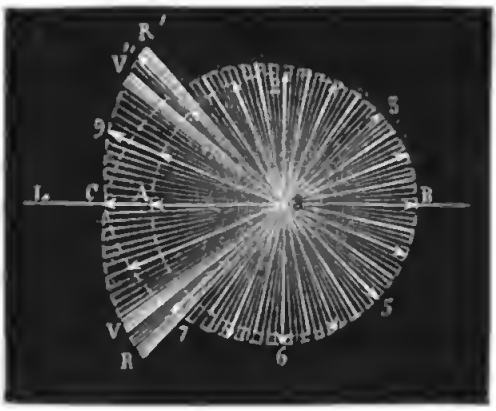


Fig. 933.



4° Pour $m = 4$ (*fig.* 933), l'épanouissement du faisceau dépasse 270 degrés, et les limites extrêmes SR, SV se dirigent encore à l'opposé du point lumineux. Mais quand $m = 5$

Fig. 934.



(*fig.* 934), l'ouverture du cône est plus grande que 360 degrés, et les rayons limites SV, SR sont ramenés du côté du point lu-

mineux, comme dans le cas où il n'y a qu'une réflexion intérieure.

VÉRIFICATIONS. — Pour vérifier expérimentalement ces conséquences, on introduit la lumière solaire dans la chambre obscure par une ouverture circulaire L (*fig.* 935), et on la reçoit sur une sphère de verre. On voit alors se dessiner sur un

Fig. 935.

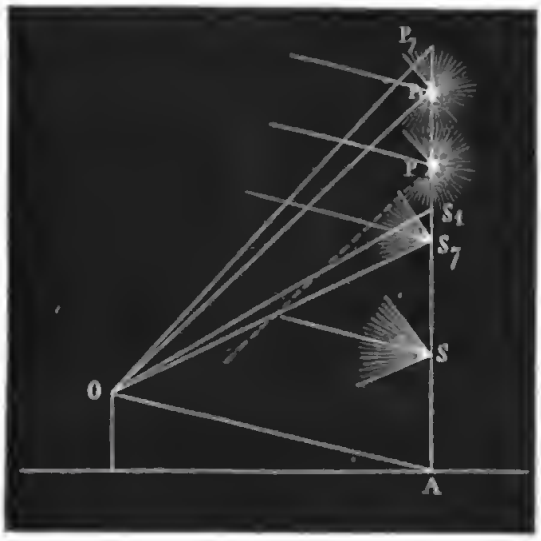
écran placé contre le volet le premier arc RR′ VV′; le violet est en dedans à 40 degrés; le rouge en dehors à 42 degrés: il est pur et suivi d'un anneau obscur. A 52 degrés se place le cercle rouge produit par deux réflexions intérieures, suivi d'un spectre de plus en plus lavé jusqu'au violet. Le troisième et le quatrième cône, qui se limitent du côté opposé, seraient vus sur un écran placé derrière la sphère; mais cet écran est tellement illuminé par les lumières réfléchies et par le deuxième cône, qu'ils sont insensibles. Le cinquième se voit sur l'écran antérieur, M. Babinet a constaté l'existence et vérifié la place de cet arc et des suivants jusqu'au quatorzième. Il ne peut donc y avoir de doute sur la réalité de ces conséquences.

EXPLICATION DE L'ARC. — Il nous reste à en déduire l'expli-

cation de l'arc-en-ciel. Ce météore se montre à tout observateur placé entre un nuage qui se résout en pluie et le soleil, pourvu que cet astre éclaire le nuage et que sa hauteur sur l'horizon ne dépasse pas 40 degrés. Il se compose de deux arcs distincts : l'un, intérieur, sur un cône ayant pour axe le rayon solaire qui passerait par l'œil, et pour ouverture un angle qui varie de 40 à 42 degrés depuis le violet jusqu'au rouge ; le second, décrit autour du même axe, montre le rouge intérieurement à 52 degrés, et le violet à l'extérieur à 54 degrés ; le rouge est très-lumineux, le violet lavé de blanc.

Soient (*fig.* 936) O l'œil de l'observateur, OA la direction des

Fig. 936.



rayons solaires, AS une ligne quelconque menée dans le plan vertical qui passe par A. On peut admettre qu'à tout moment et en chacun des points de cette ligne AS, il y a une goutte d'eau sphérique. Soit S une d'elles faisant avec OA un angle SOA moindre que 40 degrés. Elle enverra au point O un mélange en proportions égales de toutes les couleurs simples qui auront subi une réflexion intérieure. Si on considère une goutte S_7 telle, que S_7 OA soit égal à 40 degrés, elle dispersera les rayons solaires dans un cône dont S_7O sera une génératrice. Suivant cette ligne, les rayons violets auront une intensité maxima, et seront en excès sur toutes les autres lumières simples ; un

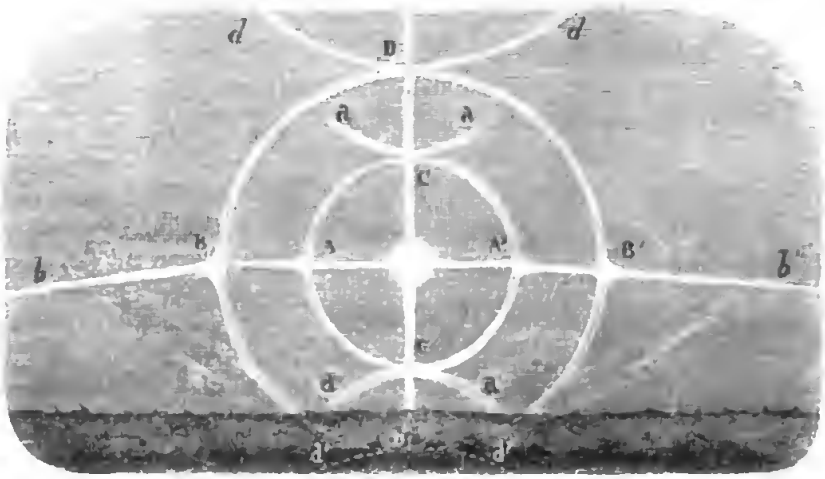
arc violet se verra donc à 40 degrés des rayons solaires. Par la même raison l'arc rouge se montrera à 42 degrés en S_1; mais une goutte P qui serait placée au-dessus de S_1 ne renverra en O aucun des rayons qui auront subi une réflexion dans son intérieur.

Si l'angle POA est inférieur à 50 degrés, cette goutte P dispersera les rayons réfléchis deux fois dans une surface conique qui n'atteindra pas O; il y aura donc de S_1 à P_1 une plage sombre. P_1 étant telle, que P_1OA soit égal à 51 degrés, elle enverra en O des rayons situés sur la génératrice du cône limite, qui seront efficaces et donneront l'arc extérieur rouge. En P_2, tel que P_2OA soit égal à 54 degrés, se verra l'arc violet.

HALOS.

On voit souvent dans les contrées du Nord, et quelquefois sous nos climats, une série régulière et compliquée de courbes lumineuses qui entourent le soleil ou la lune : ce sont des halos (*fig.* 937) On distingue habituellement : 1° un premier

Fig. 937.

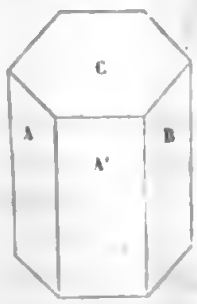


cercle AA', rouge en dedans, violet en dehors, concentrique au soleil et faisant avec lui un angle de 22 à 23 degrés; 2° un deuxième cercle BB', semblable au précédent, placé à 46 degrés du soleil; 3° une portion diamétrale et horizontale BB' d'un très-grand cercle, le cercle parhélique, sur lequel se voit

à l'opposé du soleil un point brillant, l'anthélie; 4° aux points de jonction de ce cercle avec les deux halos en B, B', A, A' des redoublements d'intensité qu'on a pris pour des images du soleil; 5° en C, C', D, D' des arcs horizontaux, tangents aux halos circulaires : en C et C' ils ont peu d'éclat, aux points D et D' ils sont très-vifs et constituent la partie la plus brillante du phénomène; 6° enfin une ligne verticale blanche DD' faisant une croix avec BB'. Le plus souvent on ne voit qu'une portion plus ou moins étendue du phénomène total.

Il semblerait que l'explication d'apparences aussi multipliées doive être complexe; elle est au contraire extrêmement simple. Elle est due aux travaux d'un grand nombre de physiciens, parmi lesquels il faut citer Mariotte, Fauenhofer, Brewster, Galle, M. Babinet et surtout Bravais. Pendant les matinées froides du printemps ou de l'automne, l'air contient souvent de petits cristaux de glace qui ont la forme des prismes hexaèdres droits (*fig.* 938), et qui sont soutenus par les courants d'air ascendant. La lumière ne peut se réfracter d'une face A à la face A' qui font entre elles un angle de 120 degrés; mais elle passe de A à B dont l'angle n'est que de 60 degrés, ou bien de A à C qui sont inclinées de 90 degrés; elle peut aussi se réfléchir sur les faces A, A', B,..., ou sur les bases CC'. Lorsqu'elle contient une quantité suffisante de ces cristaux, l'atmosphère peut donc être considérée comme étant remplie par deux sortes de prismes, les uns de 60 et les autres de 90 degrés, et par des faces réfléchissantes occupant toutes les positions et offrant toutes les directions possibles.

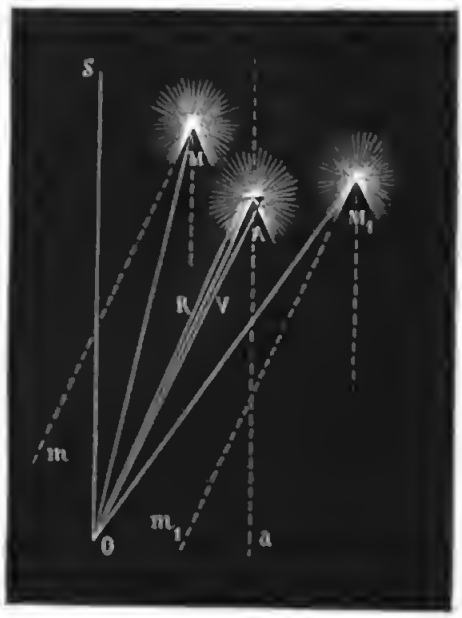
Fig. 938.



L'indice de réfraction de la glace amorphe, mesurée par Bravais, varie de 1,307 à 1,317 du rouge au violet. A la vérité, les cristaux qui nous occupent sont biréfringents, mais la double réfraction est si faible, qu'on peut en négliger les effets et admettre cet indice moyen. En calculant la déviation d'un rayon lumineux à travers les deux espèces de prismes, on trouve que sa valeur minimum est égale à 21° 50' pour l'angle de 60 degrés, et à 45° 45' pour un prisme de glace dont l'angle réfringent est droit.

1° Considérons ce qui se passe dans un plan quelconque mené par l'œil O et le soleil S (*fig.* 939). Menons OA à 21° 50′ de OS.

Fig. 939.



Tout prisme de 60 degrés, dont l'axe sera perpendiculaire au plan SOA et qui tournera autour de cet axe de manière à prendre toutes les directions possibles, déviera la lumière d'une quantité égale ou supérieure à 21° 50′. Il éclairera l'espace SOA, et laissera OAa dans l'obscurité; AO sera sur la surface limite de la déviation minima. Or, ici comme pour l'arc-en-ciel, la densité de la lumière déviée sera plus grande suivant AO que suivant toute autre direction et les rayons seront efficaces. Tout autre point tel que M_1 extérieur à l'angle SOA enverra de la lumière en O, et les points intérieurs tels que M n'en enverront point. A mesure que l'indice de réfraction augmentera, la déviation minimum croîtra, et la direction des rayons efficaces changera de OR à OA et à OV, du rouge au jaune et au violet. Si on décrit un cône autour du soleil avec la génératrice OA, les conditions resteront les mêmes sur toute sa surface. Ce sera le lieu occupé par les prismes de 60 degrés qui émettront le maximum de lumière, le rouge sera à l'intérieur et le violet en dehors. Telle est l'explication du petit halo ACA′C′.

2° Le halo extérieur BDB′D′ s'explique absolument de la même manière, en considérant les prismes de 90 degrés dont la section normale est dirigée dans les plans méridiens menés par l'œil et le soleil; et puisque la déviation minimum de ces prismes est égale à 46 degrés au lieu de 22, il y aura un cercle lumineux à 46 degrés du soleil.

3° Les prismes de glace sont de deux sortes : des aiguilles allongées suivant leur axe, ou des lamelles minces parallèles aux bases du prisme hexagonal. En tombant dans l'air, les unes et les autres tendent à se mettre dans le sens de la moindre résistance : l'axe des aiguilles verticalement, celui des lames horizontalement, et les cristaux orientés dans ces deux positions étant plus nombreux que les autres, leur effet particulier s'ajoutera à l'action générale. Considérons d'abord les aiguilles dont l'axe est vertical. Les rayons se réfléchiront sur les facettes prismatiques; il en résultera un cercle illuminé BB′ : c'est le cercle parhélique, passant par le soleil, coupant les deux halos par un diamètre horizontal, faisant le tour de la voûte céleste et marquant à l'opposé du soleil une image de cet astre qui est l'anthélie.

4° Aux points de jonction A, A′ du cercle parhélique avec le petit halo de 22 degrés, il y a un redoublement de lumière, non-seulement parce que les cercles se superposent, mais encore parce que le nombre des prismes qui déterminent la formation de ces points du halo CAC′A′ est plus considérable que partout ailleurs.

5° Aux rencontres du même cercle parhélique avec le deuxième halo, il se forme, pour la même raison, deux nouvelles images B et B′.

6° Les prismes considérés étant verticaux, leurs bases sont horizontales, et c'est la réfraction qui se fait entre ces bases et les faces prismatiques qui produit en D et en D′ les sommets du grand halo. Puisqu'elles sont plus nombreuses en ces points, il y aura un redoublement d'intensité en D et en D′. En outre, ces prismes verticaux de 90 degrés réfractent la lumière non-seulement dans leur section normale, mais encore dans des sections obliques, et l'obliquité produit le même effet qu'une augmentation de l'angle réfringent. De là résultent les courbes tangentes *d*D*d*, *d*′D′*d*′. En résumé, le cercle parhé-

lique, l'anthélie, les faux soleils horizontaux et les courbes tangentes au grand halo sont déterminées par les prismes verticaux.

Considérons maintenant les lamelles dont les faces prismatiques sont horizontales. La réflexion de la lumière sur ces faces donnera un parhélie vertical DCC'D'; la réfraction à travers deux d'entre elles, inclinées de 60 degrés, déterminera les points C et C' du petit halo à travers les sections normales, et les courbes tangentes horizontales aa et a'a' à travers les sections obliques. Ces courbes affectent des formes diverses qu'on peut calculer et qui varient quand la hauteur du soleil change. La réflexion sur les bases qui sont verticales ajoutera d'ailleurs de la lumière au cercle parhélique horizontal, et enfin, en se réfractant entre ces bases et les faces prismatiques dans des prismes de 90 degrés, les rayons solaires donneront un redoublement d'éclat aux faux soleils B et B'.

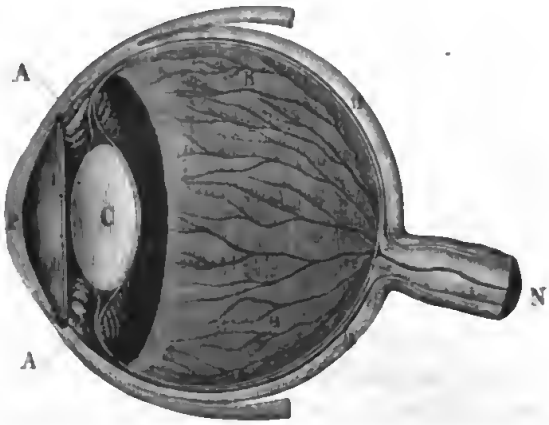
Toutes ces explications ont été expérimentalement confirmées par M. Bravais, en faisant tourner rapidement autour d'un axe vertical des prismes dont les angles étaient de 60 ou de 90 degrés, et en constatant l'existence d'un spectre efficace dévié à 22 ou à 46 degrés de la direction des rayons solaires. Quant au cercle parhélique, on le voit en regardant le soleil à travers des cristaux fibreux. Il est horizontal quand ces fibres sont verticales, et vertical dans le cas contraire.

VISION.

CONDITIONS PHYSIQUES DE L'ŒIL. — L'organe de la vue est un globe arrondi, logé dans une cavité qu'on nomme *orbite* et qui est formée par les parois rentrantes des os du front, des tempes, de la joue et du nez (*fig.* 940). Son enveloppe extérieure DPD, on pourrait dire la boîte qui le contient, est une membrane cornée dure et résistante, la sclérotique, opaque en tous ses points excepté à la zone antérieure P qui laisse entrer la lumière et qu'on nomme *cornée transparente*. L'intérieur est tapissé par la choroïde, membrane beaucoup plus mince, noircie par une sorte de peinture absorbante, le pigment noir. Un gros nerf N, venu des lobes optiques du cerveau, perce la partie postérieure de ces enveloppes et s'épanouit au fond de l'œil

en une troisième membrane, la rétine, sur laquelle se fait l'impression et qui transmet la sensation.

Fig. 940.



A sa partie antérieure, la choroïde soutient par une couronne de fibres plissées une lentille biconvexe C, plus bombée en arrière qu'en avant; elle est formée de couches concentriques dont la dureté et la densité augmentent de la surface au centre, ainsi que l'indice de réfraction qui varie de 1,337 à 1,399 : c'est le cristallin.

Il divise l'œil en deux cavités remplies toutes deux par des liquides différents : la chambre postérieure par l'humeur vitrée, dont l'indice est 1,339; la chambre antérieure par l'humeur aqueuse, qui est de l'eau presque pure et qui a pour indice 1,337. Un muscle circulaire, l'iris Il, est tendu comme un voile en avant du cristallin; il est percé d'une fenêtre centrale, la pupille, qu'un double système de fibres rayonnantes et orbiculaires agrandissent ou resserrent suivant qu'il faut augmenter ou restreindre la lumière admise.

Ainsi construit, l'œil est une véritable chambre obscure. C'est Kepler qui le premier en a compris la fonction et qui a montré sur la rétine l'image renversée des objets. On voit, en effet, l'image d'une bougie se peindre comme sur un écran au fond de l'œil des lapins albinos, chez lesquels la sclérotique est transparente; on la voit également avec un œil de bœuf, si on amincit les enveloppes jusqu'à les rendre translucides; on peut, enfin, percer dans la cornée une ouverture antérieure

par laquelle on observe le fond de la rétine et les images qui s'y forment. Après cette découverte capitale, il restait encore beaucoup à apprendre sur les propriétés physiques de l'œil.

1° Les courbures de nos instruments de physique sont sphériques. Il n'en est pas ainsi de l'œil. L'image d'une fenêtre réfléchie sur la cornée est la plus petite possible quand elle se fait au sommet de l'axe optique; elle augmente en s'éloignant de ce point, et cela prouve que les rayons de courbure augmentent. M. Chossat a fait voir que l'œil de l'homme est un ellipsoïde de révolution. Il a montré qu'il en est de même des courbures antérieures et postérieures du cristallin.

2° Toute lentille a un centre optique : c'est le point où tous les axes secondaires se rencontrent. On déterminera donc le centre optique de l'œil en cherchant le point où viennent rencontrer l'axe principal les lignes qui joignent un point lumineux à son image. M. Vallée a trouvé que ce point n'est pas unique, qu'il s'éloigne de la rétine à mesure que l'on considère des rayons plus obliques à l'axe. Toutefois, ce déplacement étant peu considérable, on peut admettre que le centre optique est un point fixe; il est placé derrière le cristallin et très-près de lui.

3° Il est certain que le cristallin a de grandes aberrations de réfrangibilité. On sait qu'on ne distingue plus les objets quand on les rapproche en deçà d'une distance limite : cela tient à ce que leur image ne se fait point sur la rétine, mais derrière. Or, si on interpose entre l'objet et l'œil une carte percée d'un trou d'épingle, de manière à ne laisser passer que les rayons centraux, la vue devient distincte : le centre de l'œil est donc plus convergent que les bords.

4° La pupille est le diaphragme de l'œil; elle est douée d'un mouvement automatique qui l'agrandit dans l'obscurité, et la resserre au grand jour. Ce mouvement est lent, ce qui explique comment on est ébloui par la lumière quand on sort de l'obscurité, et pourquoi l'on reste quelque temps avant de voir clair dans un lieu sombre, quand on vient du dehors. Chez les carnassiers, la pupille se resserre en une fente très-mince au soleil et se dilate la nuit en une large ouverture; cela explique la facilité qu'ils ont de voir dans l'obscurité.

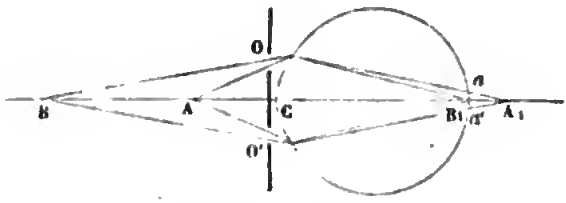
5° La pupille n'agit pas comme le diaphragme des instru-

ments d'optique composés; elle réduit le cône des rayons envoyés par chaque point, mais elle ne limite pas le champ de vision; elle fonctionne comme le diaphragme des doublets (*fig*, 905). Par conséquent des rayons très-obliques à l'axe sont admis et concentrés par le cristallin; des objets très-éloignés de cet axe font leur image dans l'intérieur de l'œil; et comme la rétine est concave, elle reçoit ces images à des distances sensiblement égales du centre optique. Il résulte de cette disposition que l'œil est, de tous les instruments d'optique, celui qui embrasse le champ le plus grand. La vue comprend en effet un angle de 120 degrés dans le sens vertical et de 150 dans la direction horizontale. Mais si le champ de vision est vaste, celui de la vision nette est très-restreint; il ne dépasse pas 9 à 10 degrés. Cette limitation tient-elle à ce que la sensibilité de la rétine diminue rapidement à partir de l'axe, ou bien aux aberrations de sphéricité de l'appareil optique? C'est ce que l'on ignore.

6° Au sujet de l'achromatisme de l'œil, il y a un problème qui n'est point résolu. Il est certain que nous voyons sans coloration les objets extérieurs, et que leurs bords ne paraissent point irisés comme dans les mauvaises lunettes. D'un autre côté, nous ne pouvons voir distinctement à la fois deux objets juxtaposés qui n'ont pas la même couleur. Wollaston ayant préparé un spectre linéaire, et regardant le rouge, voyait le violet très-dilaté, parce que cette couleur faisait son foyer en avant de la rétine. Quand il fixait le violet, l'œil s'adaptait à cette couleur et la voyait nette; mais le rouge, à son tour, était dilaté parce que son image se plaçait derrière la rétine. Frauenhofer fit des observations analogues. Wheatstone remarqua de son côté qu'en fixant un tapis dont les fleurs étaient vertes et rouges, il ne pouvait voir distinctement les unes et les autres, et que, l'œil oscillant des premières aux dernières, elles paraissaient danser devant lui. Enfin, Matthiesen a constaté qu'en éclairant une gaze avec les diverses couleurs du spectre, il fallait la mettre à des distances inégales pour la voir distinctement. L'œil n'est donc point achromatique, en ce sens qu'il ne fait pas au même lieu les images des diverses couleurs, et qu'il a besoin d'une adaptation différente pour fixer chacune d'elles. On voit que sur ce point nous manquons de renseignements.

7° Quand on approche un objet tout près de l'œil, on ne le voit pas; si on l'éloigne peu à peu, il se dessine de mieux en mieux et il est vu nettement à partir d'une certaine limite d'éloignement qu'on nomme *distance de la vue distincte*. Il est évident que les rayons partis du point examiné A (*fig.* 941) se

Fig. 941.



concentraient en A_1 situé d'abord derrière la rétine; mais l'objet s'éloignant jusqu'en B, le foyer s'est rapproché jusqu'à se placer sur la rétine en B_1. On peut mesurer la distance BC de la vision distincte par l'expérience de Scheiner.

On regarde le point A à travers deux trous d'épingle O, O' percés dans une carte et séparés par un intervalle moindre que le diamètre de la pupille. Les rayons AO, AO' qui se réunissent en A_1, rencontrent la rétine en deux points *a*, *a'*, et l'on voit deux images. Si on éloigne A jusqu'en B, A_1 se rapproche jusqu'en B_1; les deux images *a* et *a'* se confondent en une seule; la distance BC est celle de la vision distincte, et on la mesure. Il résulte de là qu'en regardant à travers les deux trous O, O' une ligne AB tracée sur un carton perpendiculairement à OO', le point B ne donne qu'une image, tandis que ceux qui sont plus près ou plus loin que lui paraissent doubles. On croit voir deux lignes distinctes qui se coupent en un point B dont la distance est celle que l'on veut mesurer.

On peut encore employer l'optomètre d'Hyoung. C'est un tube noirci, fermé à ses deux extrémités par des plaques, l'une percée des deux trous O, O' et l'autre d'une fente mince portée sur un tuyau de tirage et mobile par une crémaillère. On la regarde par O, O', et quand elle paraît simple, la distance de vue distincte est égale à la longueur du tuyau.

Les mesures effectuées par ces diverses méthodes montrent que, pour un œil normal et moyen, cette distance est comprise entre 15 et 20 centimètres; toute vue plus courte ou plus

longue est dite myope ou presbyte. La première de ces deux affections s'efface peu à peu, la deuxième naît ou s'exagère avec l'âge; on les corrige aisément toutes deux : la première en diminuant, la deuxième en augmentant la convergence de l'œil par des besicles concaves ou convexes.

8° Ce qu'il faut bien remarquer, c'est que la distance de vue distincte n'est qu'une distance limite, celle à partir de laquelle nous commençons à voir nettement; mais la vue continue d'être distincte pour toutes les distances plus grandes. Nous ne pouvons pas lire de plus près, mais nous pouvons lire de plus loin. Reprenons l'expérience de Scheiner (*fig.* 941): elle nous montre deux images de A; mais à partir de B, nous voyons tous les objets simples et distincts, quel que soit leur éloignement. A la vérité, quand cet éloignement augmente progressivement, nous cessons de distinguer d'abord les petits détails, ensuite les objets eux-mêmes par ordre croissant de grandeur. Cela tient à un fait physiologique qu'il faut d'abord mettre en lumière. A la distance où nous voyons le mieux, nous ne distinguons que les objets qui ont une suffisante étendue. Aussitôt que leur image sur la rétine est inférieure à une grandeur donnée, nous cessons de les voir, à moins de grossir cette image par un microscope ou des lunettes. Or, à mesure qu'un objet s'éloigne, sa surface apparente diminue, et finit par devenir inférieure à la limite de visibilité. Voilà pourquoi, en se reculant, les détails s'effacent dans l'ordre successif de leur grandeur; cela est indépendant du pouvoir convergent de l'œil. Ce qui est certain, c'est que nous ne voyons qu'une image dans l'optomètre de Scheiner, et que par conséquent le foyer d'un point lumineux se fait rigoureusement sur la rétine et non en avant d'elle, quelle que soit la distance de ce point.

9° Nous venons de constater l'une des propriétés fondamentales de l'œil, celle qu'on a le plus difficilement expliquée : la faculté qu'il possède de s'adapter comme les lunettes à toutes les distances. Cela exige impérieusement qu'il se modifie dans sa forme et qu'il y ait dans cet organe des mouvements analogues au tirage des lunettes.

La pupille remplit une portion de ce rôle, elle se contracte en effet pour regarder très-près; elle réduit l'œil à ses parties

centrales qui sont les plus convergentes; elle agit comme le trou d'épingle dans une carte, et permet de voir nettement à des distances encore plus petites que celle de la vision distincte ordinaire. Comme les muscles de l'iris agissent lentement, ce n'est qu'au bout de quelques secondes que les yeux s'adaptent à ces petites distances; quand ensuite on les reporte vers des points éloignés, on voit trouble, et il faut attendre que la pupille ait repris sa grandeur.

L'adaptation de l'œil aux grandes distances résulte des changements de forme du cristallin. Cet organe est un véritable muscle dont la structure interne est invisible, parce que toutes les parties contiguës ont un même indice de réfraction, ce qui fait que leur ensemble est transparent. Il est sillonné par des artères et des veines, car les injections pénètrent dans son intérieur; il se renouvelle par la circulation comme le font tous les organes, car il se cicatrise après avoir été incisé. Enfin, quand on le fait macérer dans l'acide azotique chaud, il se sépare en une infinité de fibres semblables à de la soie écrue, dont la texture est symétrique par rapport à l'axe de figure, qui sont révélées, non produites, par la macération, fibres qui, se contractant ou se relâchant pendant la vie, modifient la forme de la lentille cristalline, de manière à l'adapter à tous les cas.

C'est M. Cramer et M. Helmholtz qui ont mis en évidence ces changements de forme. On fixe dans un support immuable l'œil et la tête d'une personne soumise à l'expérience, et pendant qu'elle regarde un point éloigné, on explore avec une lunette la réflexion d'une bougie dans son œil. On distingue trois images : la première sur la cornée, la seconde sur la face antérieure du cristallin; toutes deux, données par un miroir convexe, sont droites, très-petites et virtuelles; une troisième est formée par la réflexion sur la partie postérieure du cristallin; elle est renversée et réelle. Les choses étant ainsi disposées, on rapproche le point de vue. Aussitôt la deuxième image devient plus petite et plus brillante et se porte en avant. Cela prouve que la face antérieure du cristallin devient plus convexe et la lentille plus convergente. Il n'est donc point étonnant que l'œil puisse voir à toute distance, puisque son pouvoir convergent change avec cette distance, par le jeu automatique des muscles.

CONDITIONS PHYSIOLOGIQUES DE L'ŒIL. — Après avoir fait l'étude physique de l'œil, considéré comme chambre obscure, il faut analyser les conditions d'impression du nerf optique, quand il est frappé par la lumière.

1° La sensibilité de la rétine dépend de l'état où elle a été amenée. En sortant d'un espace très-éclairé pour entrer dans un lieu sombre, nous ne distinguons rien. Peu à peu la sensibilité, émoussée par une action antérieure, se rétablit; elle s'exagère par un séjour prolongé dans l'obscurité. On admet en moyenne, peut-être gratuitement, que l'œil commence à percevoir les objets quand leur éclat est égal à $\frac{1}{90000}$ de celui de la lune. La sensibilité est maximum au point de la vision nette; on sait qu'elle décroît rapidement aux alentours de ce lieu.

2° Il y a un point de la rétine qui n'est pas impressionnable. On le prouve par une célèbre expérience qui est due à Mariotte. On marque sur une muraille, à la hauteur des yeux, une série de points équidistants, 1, 2, 3,..., allant de gauche à droite; on regarde fixement le premier avec l'œil droit, et en général, à cause de l'étendue du champ de vision, on voit en même temps tous les autres, quoique confusément. Quand on s'éloigne peu à peu, le n° 2 s'efface; puis il reparaît. Le n° 3 devient ensuite invisible, et chacun à son tour, lorsque la distance de l'œil à la muraille est trois fois égale à celle qui sépare le point qui disparaît du point n° 1; or, c'est justement lorsque l'image que fait ce point au fond de l'œil est à l'endroit où le nerf optique s'épanouit pour constituer la rétine, endroit que l'on nomme *punctum cæcum*.

3° L'action de la lumière peut être très-courte; l'impression qu'elle produit sur la rétine dure. Ce fait capital résulte d'expériences journalières; nous n'en citerons qu'une. Si on a peint avec des couleurs différentes une série de secteurs sur un disque circulaire et qu'on les fasse tourner rapidement, chacun d'eux, s'il est seul, produit la sensation que ferait naître un cercle uniformément couvert de la même teinte; leur ensemble donne la superposition de chaque sensation, c'est-à-dire le mélange des diverses couleurs. La durée de la sensation dépasse donc celle des impressions, et, bien que

successives, celles-ci se combinent comme si elles étaient simultanées.

4° Pour mesurer la durée de la sensation, Aimé faisait tourner autour du même axe, avec une vitesse égale mais contraire, deux cartons circulaires contigus, l'un percé sur son contour de fenêtres égales et équidistantes, l'autre n'offrant qu'une seule fente, laquelle se mettait, à des intervalles égaux, en coïncidence avec celles du premier disque. On regardait le ciel à travers ce système : quand il tournait lentement, on voyait successivement le jour à travers la fente, quand elle coïncidait avec les fenêtres; lorsque le mouvement était assez rapide pour que la sensation produite par une première coïncidence durât encore au moment d'une seconde ou d'une troisième, on voyait à la fois 2, 3,... fentes éclairées. La durée limite était mesurée par le temps que mettait à se produire la somme des coïncidences vues simultanément.

En employant ce procédé, M. Plateau a constaté des propriétés remarquables de la rétine : 1° que la sensation n'est complète que si l'impression lumineuse a duré un certain temps; 2° que cette sensation persiste pendant quelques millièmes de seconde avec un éclat maximum, pour s'effacer ensuite progressivement; 3° que sa durée totale est égale à $0'',84$ en moyenne, mais qu'elle augmente avec l'éclat de la lumière incidente. Comme les corps phosphorescents, ou comme les substances impressionnables, la rétine paraît absorber d'abord une somme donnée de lumière et l'utiliser ensuite peu à peu. Lorsqu'on fixe une surface éclatante, la sensibilité s'émousse et la persistance de l'impression est diminuée.

5° Cette propriété de la rétine conduit à des applications très-variées. Qu'on fasse tourner en sens contraire, avec une même vitesse, autour d'un même axe, deux bâtons blancs vis-à-vis d'un fond noir. Chacun d'eux étant vu partout à la fois, ils éclaireront d'un éclat $2e$ le cercle qu'ils parcourent. Mais ils se mettront en coïncidence : 1° dans un plan que je suppose vertical; 2° dans le plan horizontal; et dans ces directions il n'y aura que l'éclairement e produit par le bâton antérieur : comme ces coïncidences se reproduiront à chaque tour, on verra, sur un fond éclairé, deux bâtons sombres en

croix et immobiles. Par les mêmes raisons, deux roues à n rais égaux et blancs, tournant en sens contraire et avec des vitesses égales contre un fond noir, offriront l'apparence d'une seule roue immobile ayant $2n$ rais sombres. Si la vitesse de l'une est un peu plus grande que celle de l'autre, les lieux des coïncidences changent peu à peu et les rais de la roue résultante semblent se déplacer continûment, avec une vitesse égale à la différence de celles des roues composantes.

6° Si on perce une série de trous équidistants sur les bords d'un disque de carton, qu'on le fasse tourner autour de son centre et qu'on regarde par les trous, on aura des vues successives très-rapprochées et très-courtes des objets extérieurs; on les verra dans la situation qu'ils occupaient au moment où on les a aperçus. S'ils sont immobiles, chaque impression sera identique à la précédente, on les verra sans déplacement et sans interruption, leur éclat seul aura diminué. S'ils sont en mouvement, on les apercevra à des places successives, comme s'ils avaient sauté de l'une à l'autre. De là deux applications.

La première à un jeu d'enfant qu'on nomme le *phénakisticope*. On fixe derrière le carton tournant une feuille peinte divisée en autant de secteurs qu'il y a de trous. Supposons qu'il y en ait six : on les regarde par ces trous dans une glace placée vis-à-vis. Par le trou n° 1 regardons le secteur n° 1; quand viendra le trou n° 2, le secteur n° 2 aura remplacé le précédent, et ainsi de suite. Dans chacun de ces secteurs, on a représenté, par exemple, un forgeron dont le corps est partout identique ; mais son bras qui tient un marteau est abaissé au n° 1, il s'élève un peu au n° 2, davantage au n° 3,...; il est au plus haut possible dans le n° 6. On repasse ensuite brusquement au n° 1, et il en résulte que l'œil qui reçoit successivement ces impressions croit voir le marteau s'élever peu à peu et retomber brusquement.

La deuxième application de ce procédé a consisté à observer la forme des gouttes qui composent la veine liquide. A chaque trou qui passe, on les voit immobiles à l'endroit qu'elles occupent en ce moment, et si les périodes de passage des trous devant l'œil et des gouttes au même point de la veine sont les mêmes, celles-ci semblent immobilisées, et il

est facile d'en apprécier la forme. C'est, à quelques détails près, la méthode suivie par Savart.

7° Lorsqu'on a fixé un objet très-lumineux comme le soleil, la rétine se fatigue, l'impression persiste, et quand on ferme les yeux, on voit pendant quelques secondes des taches sombres. Le même phénomène se produit quand on a regardé pendant longtemps une surface colorée. Ces apparences persistantes se nomment *images accidentelles*. Nous allons les analyser.

On regarde une feuille de papier blanc posée sur un fond noir. Après quelques secondes, on ferme les yeux et on les couvre d'une étoffe sombre : on continue de voir le papier, mais il est devenu noir; bientôt il repasse au blanc, puis au noir, et ces alternatives se reproduisent plusieurs fois en s'affaiblissant.

Le fond noir, au contraire, paraît blanc; puis il redevient noir, et les alternatives de blanc et de noir se continuent, comme précédemment. Cette expérience se fait en regardant de l'intérieur d'un appartement une fenêtre dont les carreaux sont blancs et le châssis noir.

Contemplons de la même manière une surface colorée, par exemple le spectre solaire projeté sur un carton, en ayant bien soin de fixer toujours le même point. Aussitôt qu'on ferme les yeux, on voit un spectre complémentaire très-inégalement lumineux. Il est rouge-violet, mais très-sombre à l'endroit du jaune; très-lumineux, au contraire, à l'endroit du violet et du rouge qui étaient les points les moins éclairés du spectre qui a produit l'impression.

On peut dire en général que l'image accidentelle est complémentaire de la couleur de l'objet, qu'elle est d'autant plus lumineuse qu'il était plus sombre, et qu'elle s'éteint par des alternatives successives.

Les couleurs accidentelles, résultant d'impressions antérieures, se combinent avec la teinte des objets que l'on regarde. Si, par exemple, on contemple du vert et qu'ensuite on dirige la vue sur un papier blanc, on le verra rouge. Si ce papier était jaune, on le verrait orangé.

On peut démontrer que deux couleurs complémentaires se composent comme les couleurs réelles. On regarde alternati-

vement trente ou quarante fois de suite les centres A et B de deux disques voisins colorés en rouge et en vert. Pendant qu'on regarde A, on voit aussi B, et deux images *a* et *b* se font sur la rétine. De même, en fixant B, on voit aussi A, et deux autres images *b'* et *a'* se forment; mais *a* et *b'* sont superposées, puisque l'on a dirigé la vue sur A et sur B. Quand on ferme les yeux, on voit trois images accidentelles; les extrêmes sont *b* et *a'*, elles sont complémentaires de B et de A; celle du milieu est sombre, elle n'a pas de teinte. C'est l'image accidentelle que donnerait le blanc qui est la superposition des couleurs des disques A et B.

Vouloir expliquer ces phénomènes me semble une tâche impossible. Contentons-nous de faire remarquer, avec M. Plateau, que la rétine semble résister à l'impression qu'elle reçoit par une réaction opposée qui persiste après que l'impression a cessé. C'est ainsi qu'elle voit du noir après l'impression du blanc, du blanc après celle du noir, du vert après le rouge, etc., et qu'ensuite elle revient au repos par des réactions secondaires qui produisent les alternatives dont nous avons parlé.

8° Un disque blanc sur un fond noir paraît plus grand qu'un autre disque parfaitement égal, s'il est noir et placé sur un fond blanc. Comme si l'image d'un objet lumineux était entourée d'une auréole de même couleur qui augmente sa dimension apparente. Cet effet se montre avec une évidence surprenante, quand on regarde la lune pendant le premier quartier. Il semble que la partie éclairée appartienne à une sphère plus grosse, coiffant celle qui est dans l'ombre. Ce phénomène est celui de l'irradiation. Il ne s'explique pas mieux que le précédent.

9° Outre cette première auréole qui déborde l'image lumineuse, il y en a une seconde qui s'étend à une plus grande distance et qui est complémentaire : noire si l'objet est blanc, blanche s'il est noir, et rouge s'il est vert. De là d'importants phénomènes de contraste. Que l'on trace sur un fond blanc de larges lignes noires parallèles, elles paraîtront plus foncées sur leurs bords et plus grises en leur milieu. Inversement les bandes blanches auront plus d'éclat à leur contact avec les noires, et paraîtront ternes en leur partie moyenne.

Un cercle rouge étant placé sur une feuille blanche fera paraître celle-ci verte, et un cercle blanc sur une feuille de papier vert semblera rouge. D'où il suit qu'un cercle rouge et un fond vert agiront mutuellement pour aviver leurs teintes, et, en général, il en sera de même de toutes les couleurs complémentaires voisines. Au contraire, deux objets dont la couleur est la même, à des nuances près, tendent à jeter chacun sur l'autre des ombres complémentaires et à s'éteindre. Un vert éclatant répandra du rouge sur un vert pâle qui paraîtra sale. Il y a donc des couleurs qui se nuisent, comme il y en a qui sont favorisées par leur contact. Il faut connaître ces lois et s'y soumettre dans tous les arts décoratifs.

LES JUGEMENTS DE L'ŒIL. — Il y a deux manières d'envisager la question de savoir comment nous pouvons apprécier la forme, la grandeur, la distance, la place des objets extérieurs. La première, qui consiste à demander comment l'impression physique sur la rétine se transforme en une sensation : c'est le problème philosophique, dont la solution dépasse les bornes de l'entendement humain; la deuxième, qui est d'analyser les conditions physiques et physiologiques des impressions, et de rechercher les relations qui existent entre les images de l'œil et les qualités des objets extérieurs : c'est à cette analyse qu'on doit se borner.

1° L'image est la perspective exacte des objets; sa grandeur est déterminée par leur diamètre apparent; son contour est semblable à leur forme; sa couleur est la même que la leur; la distribution des ombres et des lumières est identique de part et d'autre, elle est déterminée par la forme. Il y a donc un rapport nécessaire entre les conditions de l'objet et les conditions de l'impression, et sans connaître l'opération mystérieuse qui transforme l'impression en sensation, on voit que celle-ci est liée, par un intermédiaire, aux qualités de l'objet et qu'elle peut les révéler. Cela est démontré par ce fait général que, si on supprime les objets eux-mêmes et qu'on les remplace soit par un tableau, soit par des images optiques qui produisent le même effet sur la rétine, l'œil juge comme si les objets existaient.

2° Mais pour que l'œil puisse révéler à l'individu les condi-

tions des objets, il faut que cet individu ait reconnu les relations qui existent entre les impressions et la sensation, et cela ne peut se faire que par une éducation comparative des organes : éducation dont nous suivons les progrès chez les enfants, qui n'arrivent à saisir les objets qu'après avoir constaté par expérience les rapports de la vue et du toucher; éducation qui s'est faite tardivement et dont on a constaté les effets chez les aveugles-nés. Le Dr Wardrop rendit la vue, en 1826, à un homme de quarante-six ans, dont les pupilles étaient demeurées closes depuis l'âge de six mois. Ce sujet avait des yeux excellents qui, à peine ouverts, reçurent l'impression physique. Les sensations qui en résultèrent n'eurent d'abord aucune signification, mais le malade apprit bientôt leur valeur par le toucher, et à partir de ce moment l'éducation de ses yeux fut faite.

3° Nous allons faire l'application de ces principes à l'examen d'une circonstance à laquelle on a attaché une importance exagérée. L'image sur la rétine est renversée : pourquoi voit-on les objets droits? De Senarmont avait fait de nombreuses opérations géodésiques avec des lunettes astronomiques qui renversent les images. Il eut quelque peine à s'y faire; puis il s'y habitua tellement, que, sans aucun effort de réflexion, il jugeait les objets droits; il était persuadé que tout homme qui armerait ses yeux, pendant quinze jours, d'une lunette astronomique, n'aurait plus la moindre conscience du retournement des images. Tout est donc dans l'éducation.

4° Il ne faut pas cependant abuser de cette explication. Les faits suivants prouvent qu'il faut tenir compte des propriétés physiologiques de l'œil. L'homme voit avec ses deux yeux et reçoit deux impressions qui se superposent en une seule sensation. Si, par exemple, on couvre l'œil gauche avec un verre violet, le droit avec un verre jaune, complémentaire du premier, et qu'on regarde un objet blanc, on le verra jaune ou violet avec l'un ou l'autre des deux yeux, et incolore avec tous les deux. Comment se fait cette superposition des sensations? pourquoi ne voit-on pas les objets doubles? Je ne crois pas qu'il faille attribuer ce résultat à l'éducation, comme on l'a prétendu.

Digitized by Google

Un objet ne paraît simple que si on fixe les deux yeux dans sa direction, par conséquent que si les deux images se font en des points correspondants des deux rétines. Si on vient à presser le globe de l'un des yeux avec le doigt, de façon à déranger sa direction, on voit aussitôt deux images de chaque objet; elles restent séparées lors même qu'on prolonge indéfiniment l'opération. Il n'en n'est pas de même quand on regarde une bougie et qu'on place devant l'un des yeux un prisme d'un petit angle. La déviation occasionnée par ce prisme dérange l'image correspondante, et on voit deux bougies; mais peu à peu elles se rapprochent et se confondent; la différence entre les deux cas vient de ce que dans la première expérience l'axe optique est mécaniquement dérangé d'une manière permanente, tandis que dans la seconde les muscles de l'œil dévié agissent pour amener les deux images sur les points correspondants des deux rétines. Quand cela est, il suffit d'enlever le prisme pour qu'on voie deux images; elles persistent jusqu'à ce que l'œil qui s'était déplacé ait repris sa situation normale.

5° Il y aurait donc, dans les deux rétines, des parties communes qui donneraient une même sensation. Wollaston a trouvé de ce fait une explication satisfaisante, fondée sur le fait suivant. Il arrive quelquefois que des douleurs très-vives au côté droit du cerveau paralysent momentanément la partie droite des deux rétines, et alors on ne voit plus que la moitié gauche des objets qu'on regarde : c'est l'hémiopsie, maladie souvent passagère, rarement grave, et précieuse à cause de son enseignement. Elle prouve que les deux moitiés droites ou gauches de chaque rétine correspondent à la droite ou à la gauche du cerveau.

On sait que les deux nerfs optiques partant des deux côtés du cerveau se réunissent et semblent se croiser avant d'aboutir aux deux yeux. Il est très-probable que chaque filet partant de la droite se sépare à l'entre-croisement des deux nerfs en deux éléments qui vont constituer la portion droite des deux rétines, et que les racines partant de la gauche du cerveau vont de leur côté, par des bifurcations analogues, former les rétines gauches. Cela est probable sans être démontré anatomiquement, et cela expliquerait comment il y a dans les deux

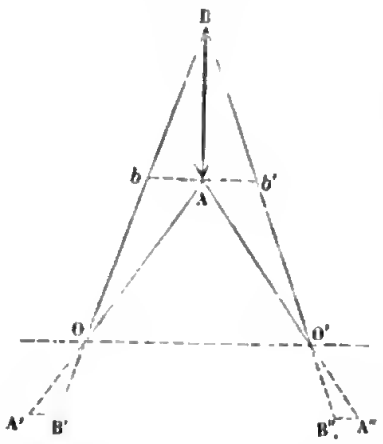
yeux des nerfs de même origine, produisant une même sensation quand ils reçoivent les mêmes parties des deux images.

6° Il faut donc que les yeux se disposent de façon à réaliser cette condition pour ne voir qu'une image d'un point; on dit alors qu'ils sont fixés, ou que leurs axes optiques sont dirigés sur ce point. Ces axes forment les deux côtés d'un triangle dont la base serait la distance des deux yeux, et leur angle diminue à mesure que la distance des objets que l'on regarde augmente; dès lors, c'est la grandeur de cet angle qui nous fait apprécier cette distance.

On sait, en effet, que les borgnes, qui n'ont point cet élément d'appréciation, jugent imparfaitement des distances, et pour s'en assurer il suffit de se placer dans le cas où ils sont, de fermer un œil, de s'approcher peu à peu d'un objet éloigné et de porter vivement la main dessus, de haut en bas. Cinq fois sur dix on le manquera, comme font les enfants.

7° Mais aussitôt que les objets s'éloignent jusqu'à une centaine de mètres, l'angle visuel devient nul et le jugement de la distance se fait avec moins de précision; ce sont d'autres éléments qui interviennent : d'abord la diminution du diamètre apparent des objets connus, ensuite la disparition des petits détails, et enfin, dans le lointain, l'espèce de brouillard constitué par l'air éclairé qui s'interpose entre les objets et l'observateur. Lorsque ce voile manque, comme cela arrive dans les montagnes, nous jugeons qu'elles sont plus rapprochées de nous; leur surface apparente ne nous étonne plus : les croyant près, nous les jugeons plus petites. Par une raison inverse, les brouillards nous font croire que tout est plus loin, et par suite que tout est plus gros.

Fig. 942.

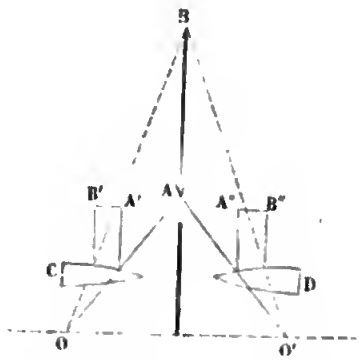


8° Quand les objets que l'on regarde ont un relief et ne sont pas très-éloignés, les vues qu'en ont les deux yeux O, O' (*fig.* 942) ne sont pas les mêmes. Considérons, par exemple, une flèche AB dirigée vers le milieu

du front, l'œil gauche O la voit en AOB, tournant sa pointe à droite; pour O′, elle est dans l'angle AO′B, dirigée vers la gauche. La superposition de ces deux sensations diverses nous montre la flèche dans sa situation réelle, et il est probable que cette superposition est nécessaire pour produire la sensation du relief.

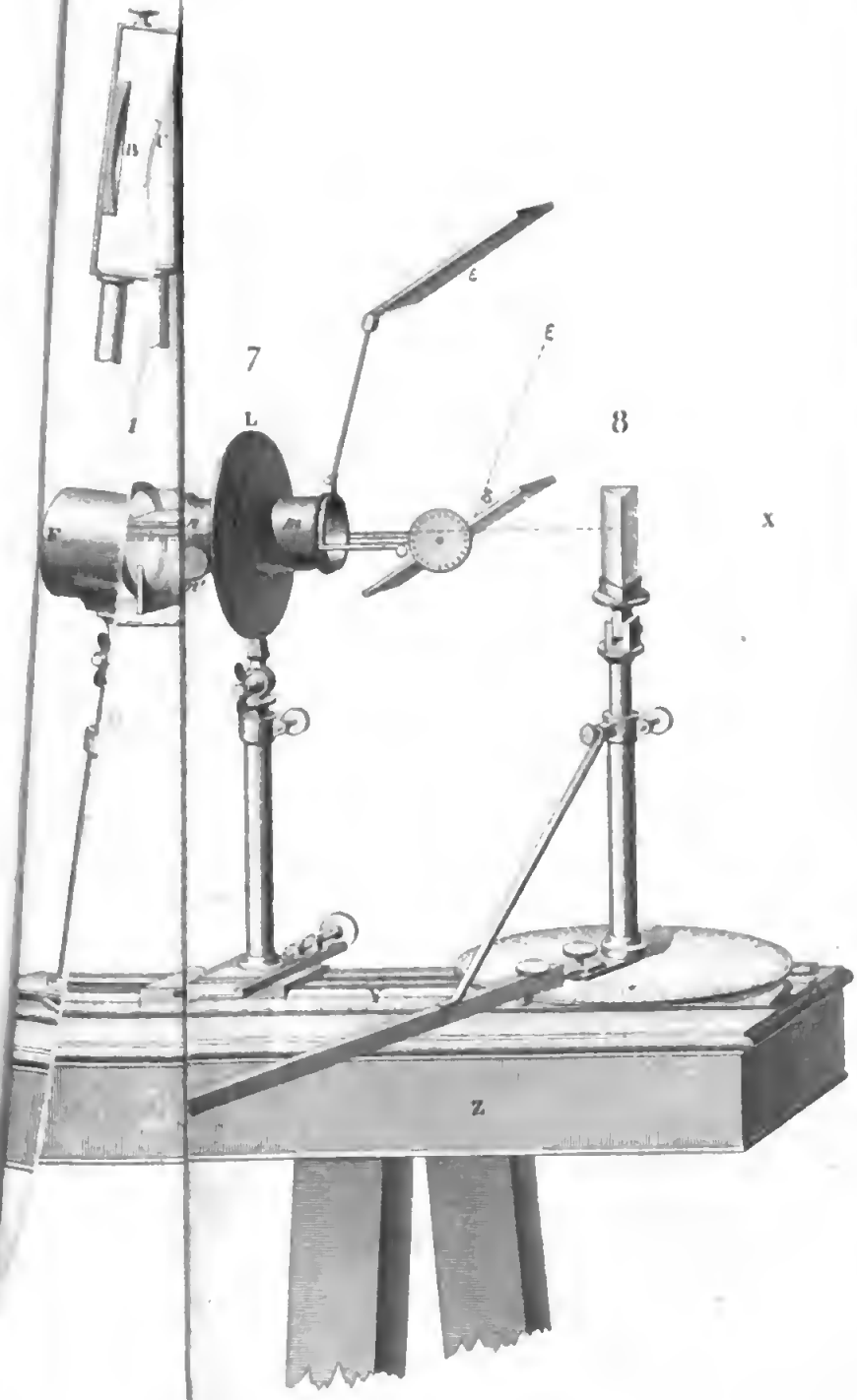
C'est M. Wheatstone qui le premier a fait cette remarque et qui l'a justifiée par l'expérience. Prenons, des points O et O′ (*fig.* 942), deux images photographiques de AB : elles seront A′B′ et A″B″. Plaçons-les sur un carton, en face des deux yeux (*fig.* 943), en les séparant par une cloison ; puis regardons-les à travers deux prismes C et D, de manière à les dévier. Nous les verrons, la première avec l'œil gauche dans l'angle AOB, la deuxième de l'œil droit suivant AO′B, absolument comme nous voyons l'objet réel AB (*fig.* 942). Par conséquent nous devons avoir la même sensation. C'est en effet ce qui arrive dans le stéréoscope, et tout le monde sait jusqu'où va l'illusion que produit cet instrument. Si l'on changeait de place les images A′B′, A″B″, la flèche changerait de sens; les saillies se verraient en creux et le stéréoscope deviendrait le pseudoscope.

Fig. 943.



FIN DU TROISIÈME ET DERNIER VOLUME.

JO S 788583



Dulos sc

Digitized by Google

Fig. 677.

Fig. 693.

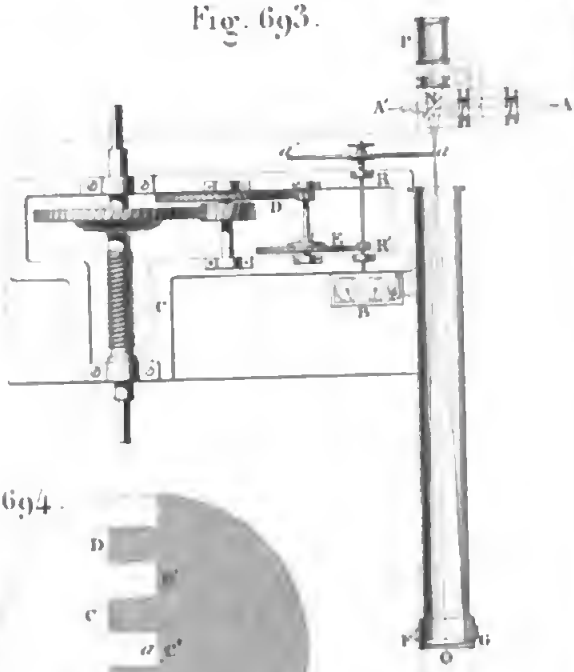


Fig. 694.

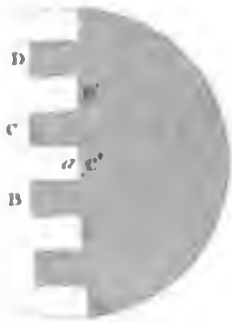
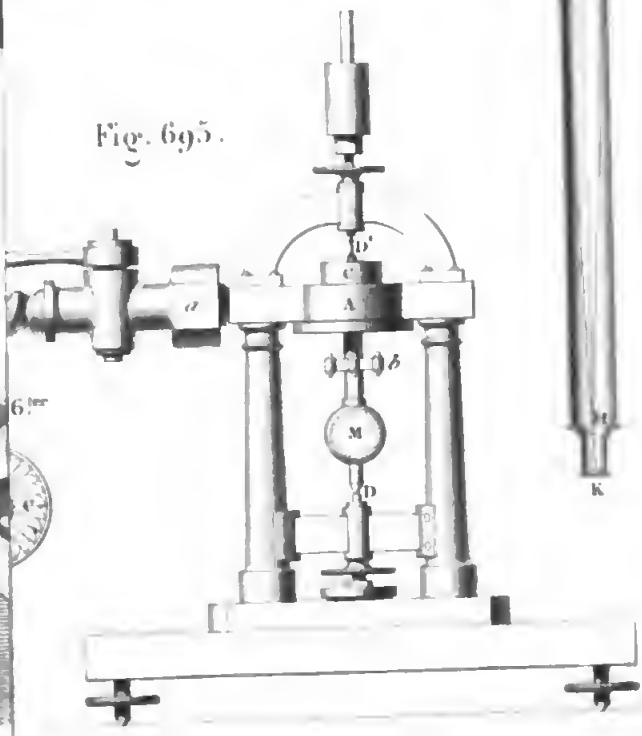


Fig. 695.



Dulos sc.

Digitized by Google

Digitized by Google

LIBRAIRIE DE GAUTHIER-VILLARS,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55, A PARIS.

113-115

†**BILLET**, Professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Dijon. — **Traité d'Optique physique.** 2 forts volumes in-8, avec 14 planches renfermant 337 figures; 1858-1859..... 15 fr.

*DU MONCEL (Th.), Ingénieur électricien de l'Administration des Lignes télégraphiques. — **Traité théorique et pratique de Télégraphie électrique**, à l'usage des employés télégraphistes, des ingénieurs, des constructeurs et des inventeurs. Vol. in-8 de 652 pages, avec 156 figures dans le texte et 3 planches. Imprimé sur carré fin satiné; 1864..... 10 fr.

†**GRANDEAU (Louis)**, Docteur ès Sciences, Professeur de Chimie à l'Association Philotechnique. — **Instruction pratique sur l'Analyse spectrale**, comprenant : 1° la description des appareils; 2° leur application aux recherches chimiques; 3° leur application aux observations physiques; 4° la projection des spectres. In-8 avec 2 planches sur cuivre et 1 planche chromolithographiée; 1863..... 3 fr.

†**LAMÉ (G.)**, Membre de l'Institut. — **Leçons sur la Théorie analytique de la Chaleur.** In-8, avec figures dans le texte; 1861..... 6 fr. 50 c.

†**PIERRE (J.-I.)**, Correspondant de l'Institut (Académie des Sciences), Professeur à la Faculté des Sciences de Caen. — **Exercices sur la Physique, ou Recueil de questions susceptibles de faire l'objet de compositions écrites soit dans les classes supérieures des Lycées, soit aux examens du Baccalauréat ès Sciences, soit aux examens d'admission aux principales Écoles, avec l'indication des solutions.** 2e édit.; in-8, avec 4 planches; 1862. 4 fr.

†**POISSON.** — **Théorie mathématique de la Chaleur**, avec un Supplément ou Mémoire sur les températures du globe et de l'espace à différentes époques, 1835 et 1837. 2 vol. in-4..... 20 fr.
Le Supplément (1837) se vend *séparément*..... 4 fr.

†**REECH.** — **Théorie générale des Effets dynamiques de la Chaleur.** In-4, avec planches, 1854..... 6 fr.

†**SENARMONT (de).** — **Traité de Cristallographie**; traduit de l'anglais de *Miller*. In-8, avec 12 planches; 1852..... 5 fr.

†**SAINTE-CLAIRE DEVILLE (H.)**, Maître de Conférences à l'Ecole Normale, etc. — **De l'Aluminium. Ses propriétés, sa fabrication et ses applications.** In-8, avec planches; 1859..... 3 fr. 50 c.

†**SALVÉTAT (A.)**, Chef des travaux chimiques à la Manufacture impériale de Sèvres. — **Leçons de Céramique** professées à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, ou **Technologie céramique**, comprenant les **Notions de Chimie, de Technologie et de Pyrotechnie applicables à la fabrication, à la synthèse, à l'analyse, à la décoration des poteries.** 2 vol. in-18, avec 479 figures dans le texte..... 12 fr.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

†**ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.** 3e année; 1866.
Prix de l'abonnement : Paris, 30 fr. — Départements, 35 fr.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
Prix de l'abonnement : Paris, 20 fr. — Départements, 30 fr.

†**JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES**, rédigé par M. *Liouville*. 2e série, tome XI; 1866.
Prix de l'abonnement : Paris, 30 fr. — Départements, 35 fr.

†**NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES**, rédigées par MM. *Gerono* et *Prouhet*. 2e série, tome IV; 1866.
Prix de l'abonnement : Paris, 12 fr. — Départements, 14 fr.

On se charge des abonnements à toutes les publications scientifiques de la France et de l'Étranger.

IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER.
Paris, rue de Seine-Saint-Germain, 10, près l'Institut.